

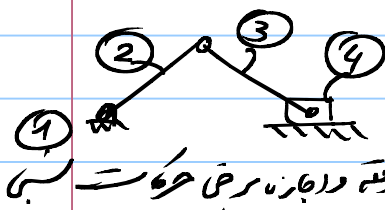
منظور از ماشین در این درس وسیله ای است که انرژی مکانیکی را از حالتی به حالت دیگر تبدیل می کند
 به عبارت دیگر شش قطعه هاس کار مکانیکی را عوض می کند

مکانیزم هاس مکانیکی از شش هاس متداول " ماشین " در این درس می باشند

* تبدیل حرکت هاس به (خطی به دور ، دور به دور ، دور به دور)

* تغییر نسبت سرعت به نیرو و زمان

یک مکانیزم از شش (مفصل (joint) و شش هاس



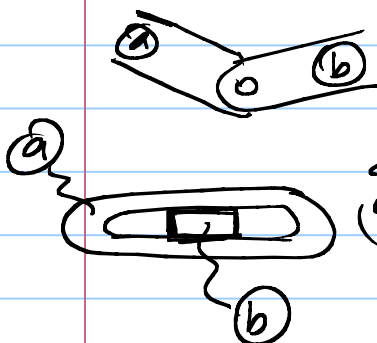
شش (سه) : جسم صلب

مفصل (joint) : بین دو (یا بیشتر) شش قرار گرفته و اجازه حرکت نسبی را می دهد (پس از دیگر حرکت نسبی می کنند)

* مکانیزمها اصولاً یا در صفحه (دو بعدی) یا در فضا (سه بعدی) تعریف می شوند

* بعد حرکت در مکانیزمها صفحه ای و در فضا سه بعدی است

مثال :

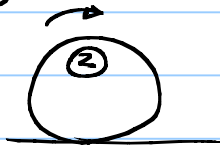


مفصل دوار (حرکت نسبی دور) : یک درجه آزادی (حرکت نسبی دور)
 Revolute

مفصل خطی (انتقال) : یک درجه آزادی (حرکت نسبی انتقال)
 Prismatic

مفصل غلتشی (Rolling) : یک درجه آزادی

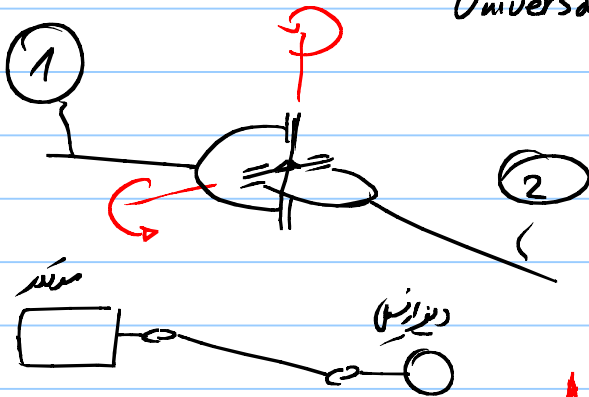
محکمہ خالص



دو قید } ۱. در نقطه تماس حالت نبی در امتداد محمد ندایم
 } ۲. " " " " سچا تماس ندایم

* ارسند نه قید بم لغزش (۵۲) مطالب نشود فصل در درجه اول از این خداوند

Universal joint - 1, 6 degrees of freedom



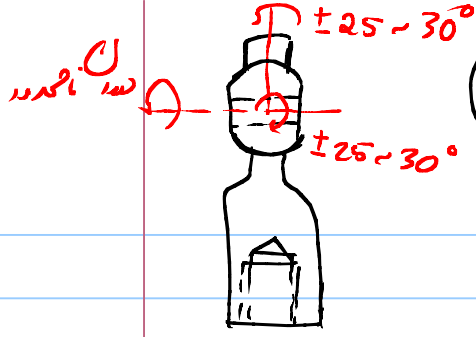
A hand-drawn diagram of a rectangular block. A vertical dashed line runs through the center of the block. A red arrow points downwards from the top surface of the block, centered on the dashed line, representing a normal force.

سَعَادَہ

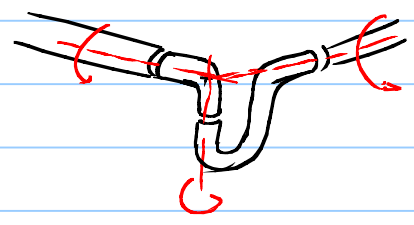
(۴ سیر)

سرور احمد خان (سریدار خان)

eye-rod - نری



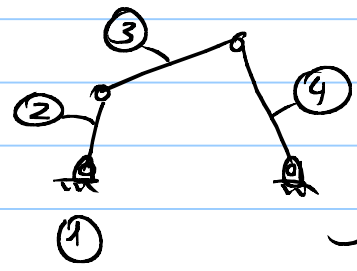
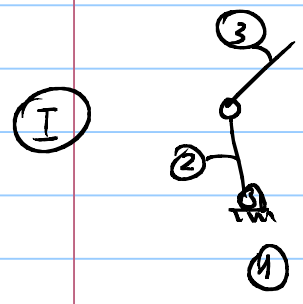
* مفصل گردان: در صورتی که دو عضو در یک نقطه به هم متصل باشند و فقط دور یک محور بگردانند
 * مفصل کششی: در صورتی که دو عضو در یک نقطه به هم متصل باشند و فقط در یک خط مستقیم حرکت کنند



درجه آزادی مکانیزم

DOF: مقدار تغییرات مستقل حرکتی (موقعیت) اجزا

در صورتی که دو عضو در یک نقطه به هم متصل باشند و فقط در یک خط مستقیم حرکت کنند



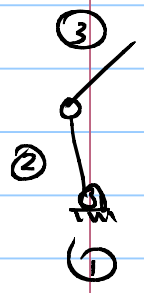
Grubler

تعداد مفصل $\rightarrow \sum_{i=1}^n C_i$

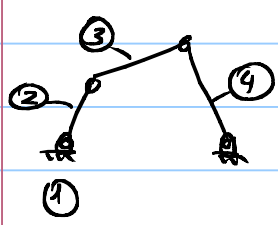
$m = (n-1) \lambda - \sum_{i=1}^n C_i$

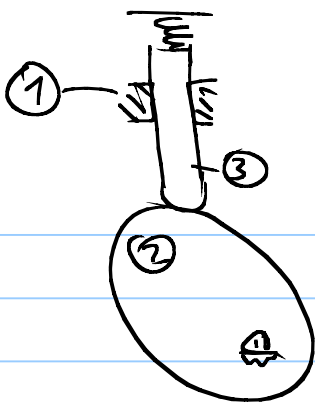
λ: تعداد کسبیه
 بعد حرکتی (در صفحه و 4 در فضا)
 تعداد کسبیه مفصل 1

مثال I: $m = (3-1)3 - (2+2) = 2 \times 3 - 2 \times 2 = 2$



مثال II: $m = (4-1)3 - (2+2+2+2) = 9 - 8 = 1$



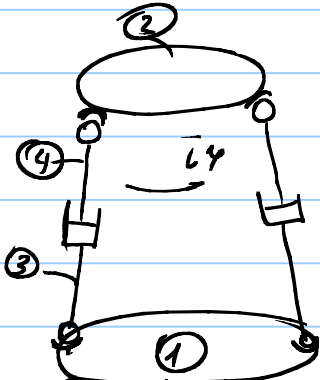


سوال III

$$m = (3-1)3 - (2 + 2 + 1)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 لنگه $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 مفصل $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 لغزش $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

$$= 6 - 5 = 1$$



سوال I

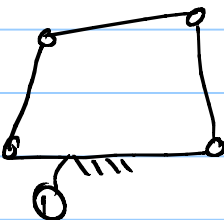
$$m = (14-1)6 - (6 \times 5 + 12 \times 3)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 مفصل $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 لغزش $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

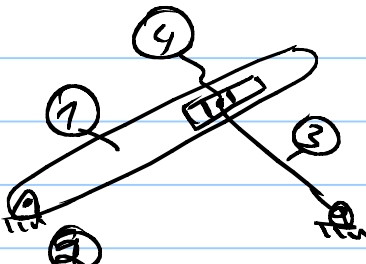
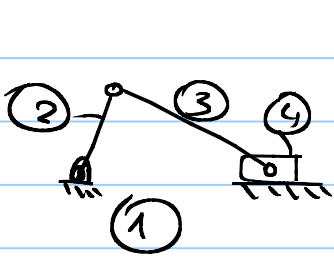
$$= 78 - 66 = 12$$

شش لنگه از 12 درجه دفا مربوط به درجه های حرکت است که درجه های حرکت را از بین می برد

معکوس مکانیزم (Inverse of a mechanism)

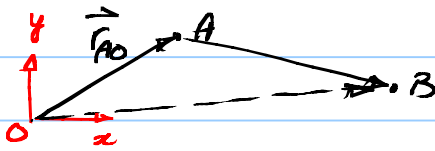


در یک مکانیزم n لنگه در یک $n-1$ معکوس حرکت
 این حرکت که می تواند از یک لنگه را از زمین فرض می کنیم.



تحلیل سینماتیک - روش برداری (حرکت نسبی)

۱. موقعیت نسبی



تعریف: $\vec{r}_{BO}$ یعنی موقعیت نقطه B نسبت به نقطه O

$$\vec{r}_{BO} = \vec{r}_{AO} + \vec{r}_{BA}$$

۲. سرعت نسبی:

تغییرات در رابطه فوق

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{r}_{BO}) = \frac{d}{dt}(\vec{r}_{AO}) + \frac{d}{dt}(\vec{r}_{BA})$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

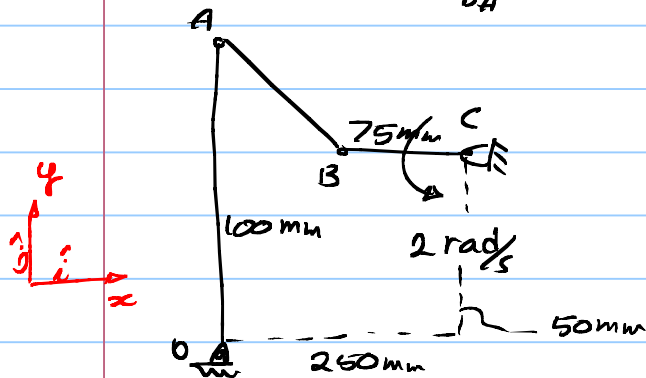
تعریف

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \frac{d}{dt} r_{BA} (\vec{e}_{BA}) + r_{BA} \frac{d}{dt} (\vec{e}_{BA})$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + (\underbrace{v_{BA}}_{rel.}) \vec{e}_{BA} + r_{BA} (\vec{\omega} \times \vec{e}_{BA})$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + (\underbrace{v_{BA}}_{rel.}) \vec{e}_{BA} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$$

سرعت نسبی B نسبت به A در امتداد $\vec{r}_{BA}$ (در امتداد $\vec{r}_{BA}$)



مثال:

$$\vec{\omega}_{BC} = 2 \text{ rad/s}$$

در این لحظه OA عمود بر BC

$$\vec{\omega}_{AO} = ?$$

$$\vec{v}_C = 0$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + (\vec{v}_{BC})_{rel.} + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{BC} = 2 \hat{k} (\text{rad/s}) \times (-75 \hat{i}) \text{ mm}$$

$$= -150 (\hat{k} \times \hat{i}) \text{ mm/s} = -150 \hat{j} \text{ mm/s}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_A &= \vec{v}_B + (\vec{v}_{AB})_{rel} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB} \\ &= -150 \hat{j} + \omega_{AB} \hat{k} \times (-175 \hat{i} + 50 \hat{j}) \\ &= -150 \hat{j} + \omega_{AB} (-175 \hat{j} - 50 \hat{i}) \end{aligned}$$

$$\vec{v}_A = -50 \omega_{AB} \hat{i} - (175 \omega_{AB} + 150) \hat{j} \quad (I)$$

(II)

$$\begin{aligned} \vec{v}_{AO} &= \vec{v}_O + (\vec{v}_{AO})_{rel} + \vec{\omega}_{AO} \times \vec{r}_{AO} = \omega_{AO} \hat{k} \times (100 \hat{j}) = -100 \omega_{AO} \hat{i} \\ &= \vec{v}_A \end{aligned}$$

$$(II), (I) \Rightarrow -50 \omega_{AB} \hat{i} - (175 \omega_{AB} + 150) \hat{j} = -100 \omega_{AO} \hat{i}$$

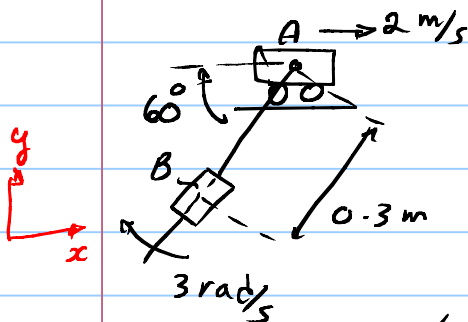
$$\Rightarrow \begin{cases} -50 \omega_{AB} = -100 \omega_{AO} \\ 175 \omega_{AB} + 150 = 0 \end{cases} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{-150}{175} = -\frac{6}{7} \text{ rad/s}$$

$$\omega_{AO} = \frac{1}{2} \omega_{AB} = -\frac{6}{14} \text{ rad/s}$$

سوال: در چه سرعت ω_{AO} میزنند

$$\omega_{AO} = 0 \rightarrow v_A = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} \vec{v}_B &= \vec{v}_{BA}, \perp \vec{r}_{BA} \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_{BC}, \perp \vec{r}_{BC} \end{aligned} \right\} \vec{r}_{BA} \parallel \vec{r}_{BC} \rightarrow$$

نسبت AB, BC در دو انتهای است



شکل: سرعت لغزنده 1 m/s در انتهای

بسیله و دراز A

سرعت مطلق لغزنده چیست؟

$$m = (4-1) \times 3 - 3 \times 2 = 3$$

$$\vec{v}_A = 2 \hat{i} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_B &= \vec{v}_A + (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA} \\
 &= 2\hat{i}(m/s) + 1(m/s)(-\cos 60^\circ \hat{i} - \sin 60^\circ \hat{j}) + (-3\hat{k}) \times (0.3)(-\cos 60^\circ \hat{i} - \sin 60^\circ \hat{j}) \\
 &= 2\hat{i} + (-\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}) + (0.45\hat{j} - 0.45\sqrt{3}\hat{i}) \\
 &= (2 - \frac{1}{2} - 0.45\sqrt{3})\hat{i} + (-\frac{\sqrt{3}}{2} + 0.45)\hat{j} \quad m/s
 \end{aligned}$$

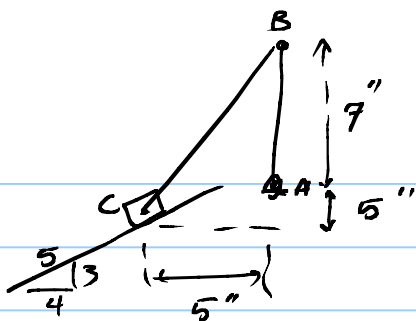
* نکته: در نوشتن روابط سرعت بنی متر است هندسه کانیزم عل شده و عبار
 در بعض بنی موقعیت برت است

تحلیل شتاب در این حرکت بنی:

$$\begin{aligned}
 \frac{d(\vec{v}_B)}{dt} &= \frac{d}{dt}(\vec{v}_A) + \frac{d}{dt}(\vec{v}_{BA})_{rel.} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA}) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{تعریف} \quad \text{تعریف} \\
 \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \frac{d}{dt}(\vec{v}_{BA} \vec{e}_{BA})_{rel.} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA}) \\
 &= \vec{a}_A + a_{BA} \vec{e}_{BA} + v_{BA} (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{e}_{BA}) + \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_{AB}) \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega}_{AB} \times \frac{d}{dt}(\vec{r}_{BA}) \\
 &= \vec{a}_A + (\vec{a}_{BA})_{rel.} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA}) \\
 &\quad \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA}
 \end{aligned}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + (\vec{a}_{BA})_{rel.} + 2\vec{\omega}_{AB} \times (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA})$$

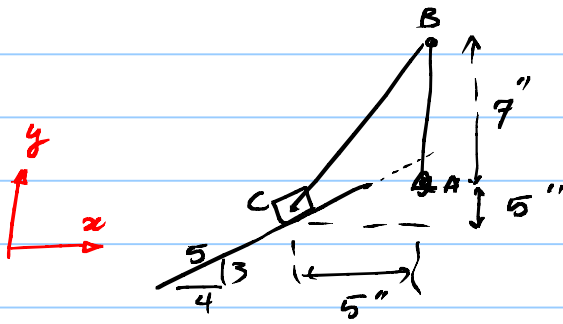
$\downarrow$ شتاب دورزدی $\downarrow$ شتاب کوریولس $\downarrow$ شتاب مماسی $\downarrow$ شتاب مبنی
 $\vec{r}_{BA}$ بردار $\vec{v}_{BA}$ Tangential Centrifugal
 $\vec{\omega}_{AB}^2 \vec{r}_{BA}$ - $\vec{\omega}_{AB}^2 \vec{r}_{BA}$ معمول است معمول است



$$\omega_{AB} = 3 \text{ rad/s} \quad \uparrow \quad \dot{\omega}$$

$$\alpha_{AB} = 2 \text{ rad/s}^2 \quad \uparrow$$

$$\vec{a}_C = ? , v_C = ?$$



شکل : $\omega_{AB} = 3 \text{ rad/s} \uparrow$
 $\alpha_{AB} = 2 \text{ rad/s}^2 \uparrow$
 $\vec{a}_C = ? , v_C = ?$

تکلیف : $\vec{v}_B = \vec{v}_A + (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{BA}$
 $= 3 \hat{k} \times (7 \hat{j}) = -21 \hat{i} \text{ in/s}$

(I) $\vec{v}_C = \vec{v}_B + (\vec{v}_{CB})_{rel.} + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{CB} = -21 \hat{i} + \omega_{BC} \hat{k} \times (-5 \hat{i} - 12 \hat{j})$
 $= -21 \hat{i} - 5 \omega_{BC} \hat{j} + 12 \omega_{BC} \hat{i} = (12 \omega_{BC} - 21) \hat{i} - 5 \omega_{BC} \hat{j}$

(II) $\vec{v}_C = v_C \left(\frac{4}{5} \hat{i} + \frac{3}{5} \hat{j} \right)$

(I), (II) $\Rightarrow \begin{cases} v_C \frac{4}{5} = 12 \omega_{BC} - 21 \\ v_C \frac{3}{5} = -5 \omega_{BC} \end{cases} \rightarrow v_C = -\frac{25}{3} \omega_{BC} \rightarrow \text{نسبت}$

$-\frac{100}{15} \omega_{BC} - 12 \omega_{BC} = -21 \rightarrow \omega_{BC} = 1.125 \text{ rad/s} \Rightarrow$
 $v_C = -9.375 \text{ in/s}$

تکلیف : $\vec{a}_B = \vec{a}_A + (\vec{a}_{BA})_{rel.} + 2 \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{v}_{BA})_{rel.} + \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{r}_{BA} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{BA}$
 $= 2 \hat{k} \times (7 \hat{j}) - 3^2 (7 \hat{j}) = -14 \hat{i} - 63 \hat{j} \text{ in/s}^2$

$\vec{a}_C = \vec{a}_B + (\vec{a}_{CB})_{rel.} + 2 \vec{\omega}_{BC} \times (\vec{v}_{CB})_{rel.} + \vec{\alpha}_{BC} \times \vec{r}_{CB} - \omega_{BC}^2 \vec{r}_{CB}$
 $= -14 \hat{i} - 63 \hat{j} + \alpha_{BC} \hat{k} \times (-5 \hat{i} - 12 \hat{j}) - (1.125)^2 (-5 \hat{i} - 12 \hat{j})$

(I) $\vec{a}_C = (-14 + 12 \alpha_{BC} + 1.125^2 (5)) \hat{i} + (-63 - 5 \alpha_{BC} + 1.125^2 (12)) \hat{j}$

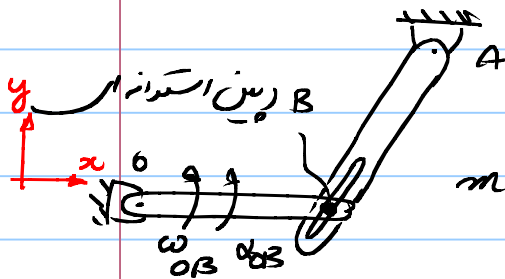
$$\textcircled{II} \vec{a}_C = a_C (4/5 \hat{i} + 3/5 \hat{j})$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{II} \Rightarrow \begin{cases} 4/5 a_C = -14 + 12\alpha_{BC} + 5(1.125)^2 \\ 3/5 a_C = -63 - 5\alpha_{BC} + 12(1.125)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_C = -54.62 \text{ in/s}^2$$

$$\alpha_{BC} = -3 \text{ rad/s}^2$$

* با بدست آمدن سرعت‌ها و شتاب‌ها، نسبت و شتاب غلغلی می‌تواند از حرکت
لها شدن سرعت و شتاب مرتبط را نگاه داشتیم راه کار کردن روابط سرعت و شتاب به هم است
آورد.



مثال: ω_{OB}, α_{OB} در شتاب $\alpha_{AB}=?$ و $\omega_{AB}=?$

$$m = (3-1)3 - (2+2+1) = 6-5=1$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_O + (\vec{v}_{BO})_{rel.} + \omega_{OB} \times \vec{r}_{BO} \rightarrow \vec{v}_B$$

$$0 = \vec{v}_A = \vec{v}_B + (\vec{v}_{AB})_{rel.} + \omega_{AB} \times \vec{r}_{AB} \rightarrow \text{در محله در محله} \rightarrow \begin{matrix} (v_{AB})_{rel.} \\ \omega_{AB} \end{matrix}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_O + (\vec{a}_{BO})_{rel.} + 2\omega_{OB} \times (\vec{v}_{BO})_{rel.} + \alpha_{OB} \times \vec{r}_{BO} - \omega_{OB}^2 \vec{r}_{BO} \rightarrow \vec{a}_B$$

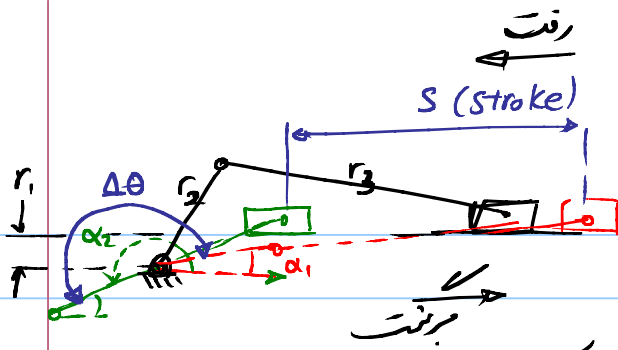
$$0 = \vec{a}_A = \vec{a}_B + (\vec{a}_{AB})_{rel.} + 2\omega_{AB} \times (\vec{v}_{AB})_{rel.} + \alpha_{AB} \times \vec{r}_{AB} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{AB} \rightarrow$$

$$(\alpha_{AB}, a_{AB})_{rel.} \rightarrow \begin{matrix} (a_{AB})_{rel.} \\ \alpha_{AB} \end{matrix}$$

Stroke, Limit position, Time ratio

نسبت زمان، نقاط مرزی، کورس

در مکانیزم‌ها، نسبت درشتی که کاربرد دارد در صنعت دارند مفاهیم مذاق به درک سرعت
ماهی و دما و دما که بیشتر است



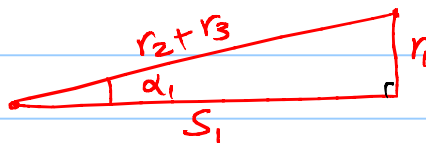
S : کدیس
 α_1, α_2 : موقعیت کنگ نسبتاً نقطه حرکت

$\Delta\theta$: تغییر زاویه کنگ نسبتاً نقطه

هر راست به نقطه هر چپ می رسی

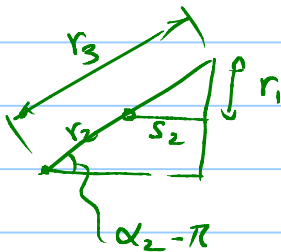
$2\pi - \Delta\theta$: نقطه هر چپ به نقطه هر راست برسی

۱. نقطه هر راست



$$\alpha_1 = \arcsin \frac{r_1}{r_2 + r_3} \quad \text{I}$$

$$S_1 = [(r_2 + r_3)^2 - r_1^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{II}$$



۲. نقطه هر چپ

III

IV

$$\alpha_2 - \pi = \arcsin \frac{r_1}{r_3 - r_2}, \quad S_2 = [(r_3 - r_2)^2 - r_1^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{II, IV} \Rightarrow S = S_1 - S_2 = [(r_2 + r_3)^2 - r_1^2]^{\frac{1}{2}} - [(r_3 - r_2)^2 - r_1^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta\theta = \alpha_2 - \alpha_1 = \arcsin \frac{r_1}{r_3 - r_2} + \pi - \arcsin \frac{r_1}{r_2 + r_3}$$

کل بایک $\Delta\theta$ می خدایم نیم کنگ نسبت زمانه صرف حرکت رفت باشد بازمانده صرف حرکت برگشت باشد چقدر است (نسبت زمانه). این محاسبه با فرض سرعت ثابت کنگ انجام می دهیم

$$T_R = \frac{T_{go}}{T_{return}} = \frac{\frac{\Delta\theta}{\omega}}{\frac{2\pi - \Delta\theta}{\omega}} = \frac{\Delta\theta}{2\pi - \Delta\theta}$$

$T_R > 1$ ← مکانیزم در برگشت سریعتر است

ادار کتب ثبت زمان

$$T_R = \frac{T_{go}}{T_{return}} = \frac{\frac{\Delta\theta}{\omega}}{\frac{2\pi - \Delta\theta}{\omega}} = \frac{\Delta\theta}{2\pi - \Delta\theta}$$

مثال: فرض کنید بار را اعمال در رفت F_1 و در بازگشت F_2 باشد ثبت زمان
کمترین حجم را باشد بدان قدر در رفت و بازگشت مساوی باشد

$$P_{go} = F_1 \cdot v_{go} = F_1 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t_{go}} = F_1 \cdot \frac{\Delta s}{\frac{\Delta\theta}{\dot{\theta}}} = \frac{F_1 \dot{\theta} \Delta s}{\Delta\theta}$$

$$P_{re} = F_2 \cdot v_{re} = F_2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t_{re}} = F_2 \cdot \frac{\Delta s}{\frac{(2\pi - \Delta\theta)}{\dot{\theta}}} = \frac{F_2 \dot{\theta} \Delta s}{2\pi - \Delta\theta}$$

$$P_{go} = P_{re} \Rightarrow \frac{F_1 \dot{\theta} \Delta s}{\Delta\theta} = \frac{F_2 \dot{\theta} \Delta s}{2\pi - \Delta\theta} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta\theta}{2\pi - \Delta\theta} = T_R$$

پس برای مساوی شدن قدر رفت و بازگشت کافی است $T_R = \frac{F_1}{F_2}$

مثال: Crank - Rocker

T_R ، α_1 و α_2

$$T_R = \frac{\Delta\theta}{2\pi - \Delta\theta}$$

$$\alpha_1 + \Delta\theta + (\pi - \alpha_2) = 2\pi \Rightarrow \Delta\theta = \pi + \alpha_2 - \alpha_1$$

(I)

$$r_4^2 = r_1^2 + (r_2 + r_3)^2 - 2r_1(r_2 + r_3)\cos\alpha_1 = P$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left[\frac{r_4^2 - r_1^2 - (r_2 + r_3)^2}{-2r_1(r_2 + r_3)} \right] \quad \text{(II)}$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \left[\frac{r_4^2 - r_1^2 - (r_3 - r_2)^2}{-2r_1(r_3 - r_2)} \right] \quad \text{(III)}$$

(III) - (II) - (I) $\rightarrow \Delta\theta$

$$r_1 = 5 \text{ cm}, r_2 = 2 \text{ cm}, r_3 = 5 \text{ cm}, r_4 = 3 \text{ cm}$$

برای شرایط لازم برابر این مکانیزم C&R به بررسی می‌کنیم

$$r_2 + r_3 \leq r_1 + r_4 \rightarrow 2 + 5 < 5 + 3 \quad \checkmark$$

$$|r_3 - r_2| \leq r_1 + r_4 \rightarrow |5 - 2| < 5 + 3 \quad \checkmark$$

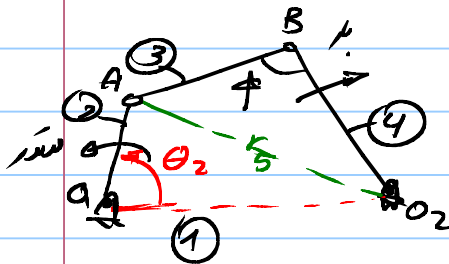
$$(r_3 - r_2) + r_4 > r_1 \rightarrow$$

چنانچه r_1, r_2 را معادلات (III), (II) $\rightarrow \alpha_1 = 22^\circ, \alpha_2 = 33.6^\circ \rightarrow \Delta\theta = 180^\circ + \alpha_2 - \alpha_1$
 $= 180^\circ + 33.6 - 22^\circ$
 $= 191.6^\circ$

$$T_{12} = \frac{191.6}{360^\circ - 191.6} = 1.14 \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$$

مکین : در حال حرکت، ثابت نگه داشتن کوبه‌ها بدان T_{12} را افزایش دهد.

زاویه فشار Pressure Angle



با در نظر گرفتن ϕ معین زاویه فشار در هر یک از
 که مقادیر نزدیک به صفر 180° در ϕ باعث
 افزایش میزور کمترین در سبک (3) و معکوساً در

سبک (2) می‌شود. این میزور خط‌های زرد استهلاک می‌کند، استهلاک می‌کند

مقادیر توصیه شده برابر ϕ در مکانیزم C&R عبارتند از

$$45^\circ < \phi < 135^\circ$$

$$\phi = f(r_1, r_2, r_3, r_4, \theta_2)$$

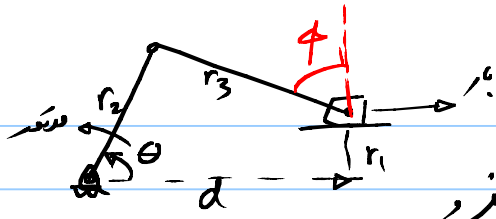
$$\left. \begin{aligned} \Delta O_1 A O_2 : r_5^2 &= r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_2 \\ \Delta A B O_2 : r_5^2 &= r_3^2 + r_4^2 - 2r_3 r_4 \cos \phi \end{aligned} \right\} \phi = \cos^{-1} \left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_2}{-2r_3 r_4} \right]$$

با توجه به شکل در این مثال

$$\phi_{\max} (\theta_2 = 180^\circ) = \cos^{-1} \left[\frac{(r_1 + r_2)^2 - r_3^2 - r_4^2}{-2r_3 r_4} \right]$$

$$\phi_{\min} (\theta_2 = 0^\circ) = \cos^{-1} \left[\frac{(r_1 - r_2)^2 - r_3^2 - r_4^2}{-2r_3 r_4} \right]$$

زاویه نشان داده در مکانیزم گنگ و لغزنده



به دلخواه به عنوان زاویه نشان داده این مکانیزم

مکانیزم شکل تعریف و مکانیزم عددی مورد

180° در این مکانیزم نمی شود

$$\phi = f(r_1, r_2, r_3, \theta)$$

$$r_2 \sin \theta = r_1 + r_3 \cos \phi \Rightarrow \cos \phi = \frac{r_2 \sin \theta - r_1}{r_3}$$

$$\phi = \cos^{-1} \frac{r_2 \sin \theta - r_1}{r_3}$$

نمونه: تغییرات ϕ را در مکانیزم فوق با زانر $r_2 = 10 \text{ cm}$, $r_3 = 5 \text{ cm}$, $r_1 = 2 \text{ cm}$

رسم کنید.

به دلخواه به رابط ϕ

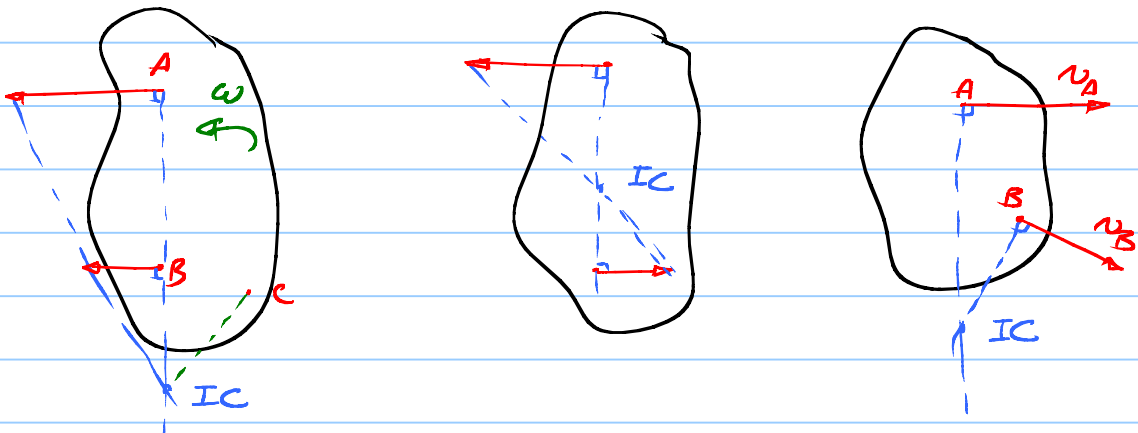
$$\phi_{\min} (\text{at } \theta = 90^\circ) = \cos^{-1} \frac{r_2 - r_1}{r_3}$$

$$\phi_{\max} (\text{at } \theta = 270^\circ) = \cos^{-1} \frac{-r_2 - r_1}{r_3}$$

روش مرکزانی در تحلیل سرعت

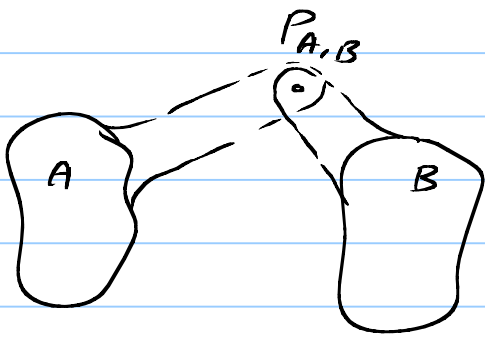
- این روش نقطه در تحلیل سرعت در مکانیزمها را صغیر می‌گوید و دارد

- برابر یک جسم صلب با حرکت صغیر می‌توان در لحظه نقطه‌ای را پیدا کرد که قادر به حرکت است و لذا می‌توان تصور کرد که جسم حول آن نقطه در حال چرخش است.



$$\omega = \frac{v_A}{r_{A/IC}} = \frac{v_B}{r_{B/IC}} = \frac{v_C}{r_{C/IC}}$$

تعیین مرکزانی در مکانیزم



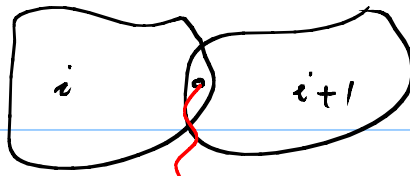
$P_{A,B}$ مرکزانی در نقطه بین اجزاء A و B است. یعنی A حول $P_{A,B}$ می‌چرخد و B در حال چرخش در نقطه $P_{A,B}$ است.

پیدا کردن $P_{A,B}$

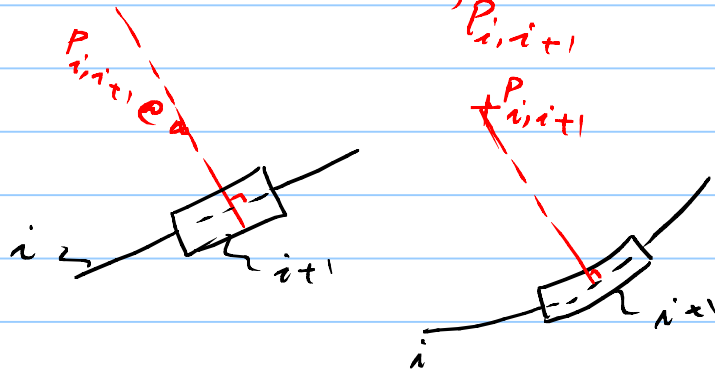
برای مکانیزم با n لینک، $\binom{n}{2} = \frac{1}{2}n(n-1)$ مرکزانی در بین اجزاء داریم.

- برابر نسبت به یکدیگر (مطلق) مرکزانی برابر با خاصیت فصل بین اجزاء در یک سیستم است.

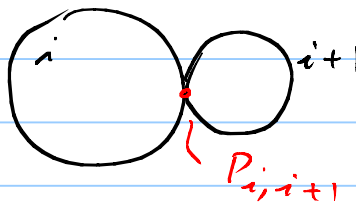
Revolute



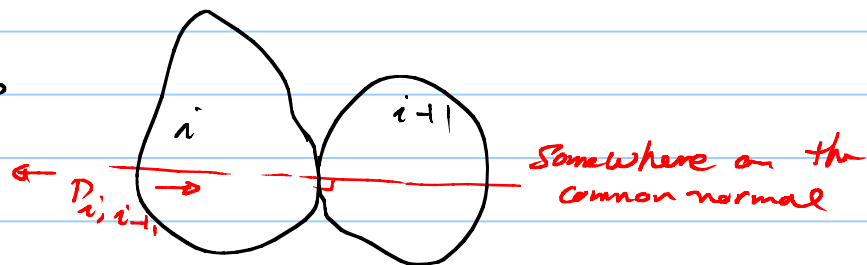
Prismatic



Roller



Roll & slip



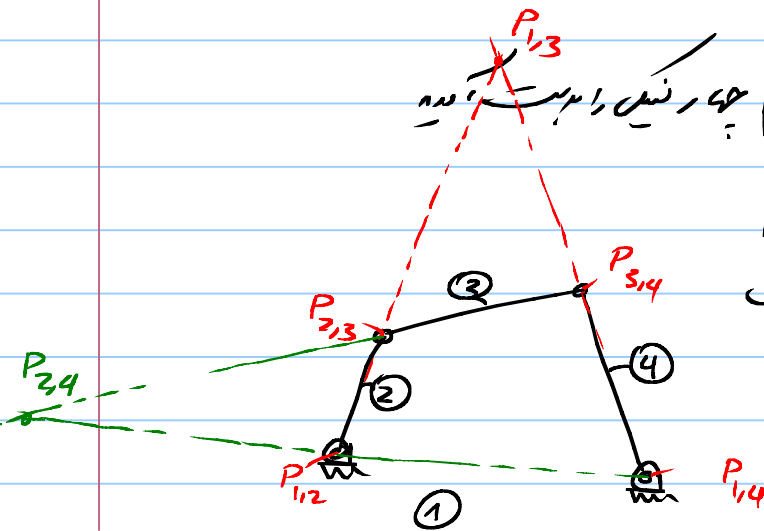
قضیه سدی :
برابر هر سه جسم صلب، حرکت یکدیگر را نسبت به یکدیگر در یک خط
کامل می کنند

$$P_{i,j} \in \overline{P_{i,k} P_{j,k}}$$

قضیه سدی

اثبات (تمرین در خانه)

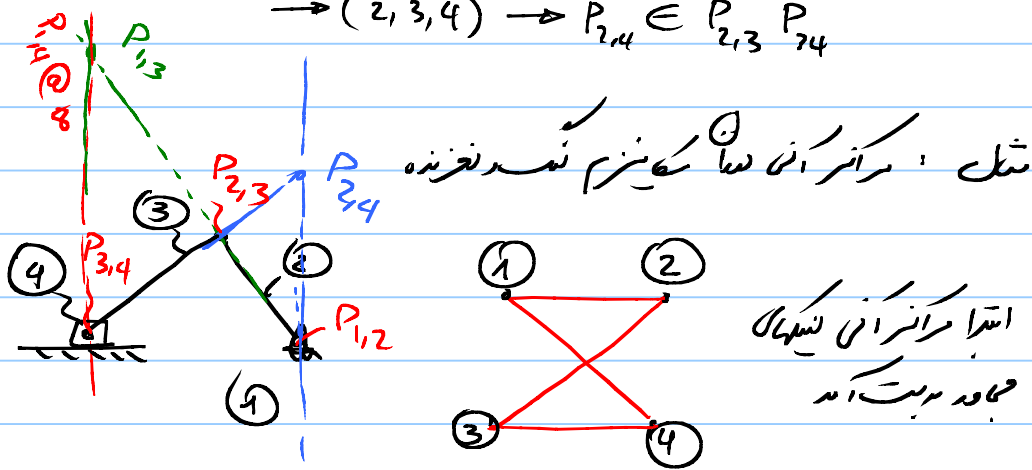
مثال یکدیگر را نسبت به یکدیگر حرکت می کنند چه راستی، چه چپ



راست: $P_{1,4}, P_{3,4}, P_{2,3}, P_{1,2}$
چپ: $P_{1,4}, P_{3,4}, P_{2,3}, P_{1,2}$
برای خاصیت سدی

$$P_{1,3} : \text{Kennedy} \rightarrow P_{1,3} \in \overline{P_{1,2} P_{2,3}} \\ \rightarrow P_{1,3} \in \overline{P_{1,4} P_{3,4}}$$

$$P_{2,4} : \text{Kennedy} \rightarrow (1,2,4) \rightarrow P_{2,4} \in \overline{P_{1,2} P_{1,4}} \\ \rightarrow (2,3,4) \rightarrow P_{2,4} \in \overline{P_{2,3} P_{3,4}}$$



برای گراف فوق در هر مرحله $P_{i,j}$ را طوری پیدا می‌کنیم که $P_{i,j}$ را قطع نمود در شکست باشد. آن دو شکست لینکهای را که به هم در نقطه $P_{i,j}$ کنتر یکدیگر را تعیین می‌کنند

$$P_{1,3} \rightarrow \text{برای گراف} \rightarrow \text{علی ۱, ۳ مجاور} \\ \Delta 1,2,3 \rightarrow P_{1,3} \in \overline{P_{1,2} P_{2,3}} \\ \Delta 1,4,3 \rightarrow P_{1,3} \in \overline{P_{1,4} P_{3,4}}$$

$$P_{2,4} \rightarrow \Delta 1,2,4 \rightarrow P_{2,4} \in \overline{P_{1,2} P_{1,4}} \\ \Delta 2,3,4 \rightarrow P_{2,4} \in \overline{P_{2,3} P_{3,4}}$$

مسئله: با معلوم بودن سرعت زاویه‌ای ω_2 ، سرعت نخزنه را بدست آوریم

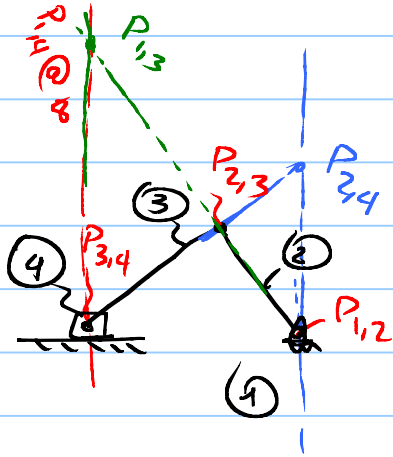
$$v_{P_{2,4}} = \omega_2 r_{P_{2,4}/P_{1,2}} \\ \text{از طرفی } P_{2,4} \text{ عضو لینک ۴ بوده که حرکت صرفاً انتقالی دارد} \\ \Rightarrow v_{P_{2,4}} = v_4 = \omega_2 r_{P_{2,4}/P_{1,2}} \\ \text{(فاند نسبی) پس سرعت تمام نقاط لینک ۴ است}$$

$$\text{هر دو سنسور در مکانیزم فوق} \quad q = \frac{v_4^*}{\omega_2^*} \quad \text{که } v_4^* \text{ و } \omega_2^* \text{ مکانیزم بعد}$$

$$\text{سرعت هار خطی در زاویه از مسند} \\ \text{تمرین (در خانه) هر دو سنسور در مکانیزم کنت نخزنه را به لایه } r_2 = 5 \text{ cm} \\ (r_1 = 0) \quad r_3 = 8 \text{ cm}$$

رابطه (زاویه‌نگ) رسم کنید.

سوال: سرعت ω_3 را چقدر؟



$$v_{P_{2,3}} = \omega_2 r_{P_{2,3}/P_{1,2}} = \omega_3 r_{P_{2,3}/P_{1,3}} \Rightarrow$$

$$\omega_3 = \omega_2 \frac{r_{P_{2,3}/P_{1,2}}}{r_{P_{2,3}/P_{1,3}}}$$

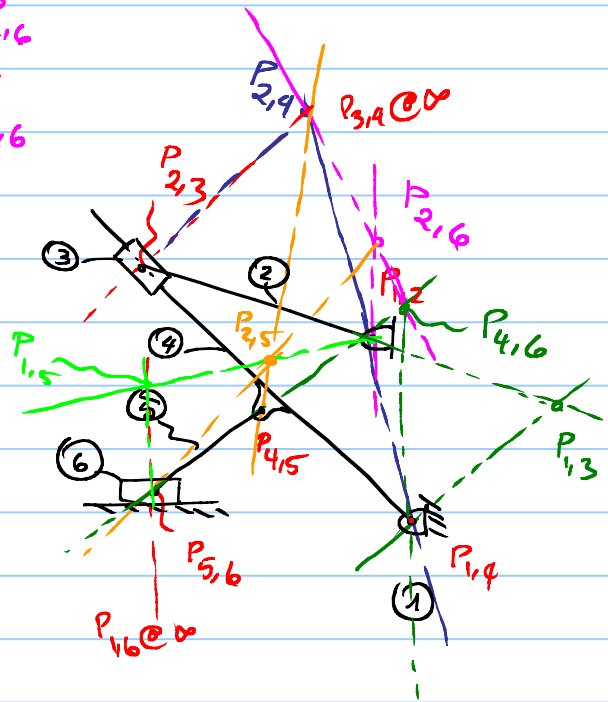
* در حالت کلی در یک مکانیزم n لینک، با داشتن ω در تعداد ω رابطه یک فرمول
 یک تقسیم به دست می‌آید.

* در استفاده از روش IC در تحلیل سرعت داشتن روابط مربوط به سرعت می‌باشد.

$$P_{2,6} \begin{cases} \Delta 126 : P_{2,6} \in \overline{P_{1,2} P_{1,6}} \\ \Delta 246 : P_{2,6} \in \overline{P_{2,4} P_{4,6}} \end{cases}$$

$$P_{2,5} \begin{cases} \Delta 245 : P_{2,5} \in \overline{P_{2,4} P_{4,5}} \\ \Delta 265 : P_{2,5} \in \overline{P_{2,6} P_{5,6}} \end{cases}$$

$$P_{1,1}$$



$$P_{1,3} \cdot \begin{cases} (\Delta 123) : P_{1,3} \in \overline{P_{1,2} P_{2,3}} \\ (\Delta 134) : P_{1,3} \in \overline{P_{1,4} P_{3,4}} \end{cases}$$

$$P_{4,6} \begin{cases} \Delta 456 : P_{4,6} \in \overline{P_{4,5} P_{5,6}} \\ \Delta 146 : P_{4,6} \in \overline{P_{1,4} P_{1,6}} \end{cases}$$

$$P_{2,4} \begin{cases} \Delta 124 : P_{2,4} \in \overline{P_{1,4} P_{1,2}} \\ \Delta 234 : P_{2,4} \in \overline{P_{2,3} P_{3,4}} \end{cases}$$

$$P_{2,6} \begin{cases} \Delta 126 : P_{2,6} \in \overline{P_{1,2} P_{1,6}} \\ \Delta 246 : P_{2,6} \in \overline{P_{2,4} P_{4,6}} \end{cases}$$

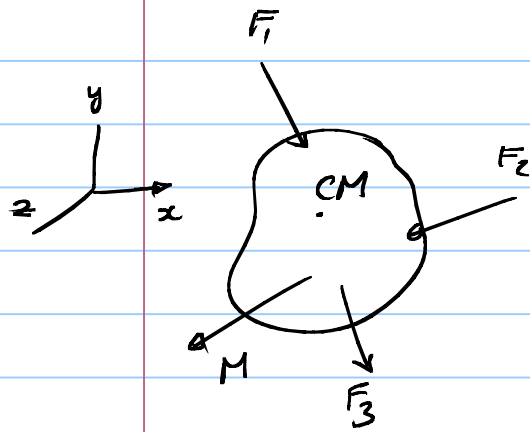
$$P_{2,5} \begin{cases} \Delta 245 : P_{25} \in \overline{P_{24} P_{415}} \\ \Delta 265 : P_{25} \in \overline{P_{26} P_{56}} \end{cases}$$

$$P_{1,5} \left\{ \begin{array}{l} \Delta_{1,2,5} : P_{1,5} \in \overline{P_{1,2} P_{2,5}} \\ \Delta_{1,6,5} : P_{1,5} \in \overline{P_{1,6} P_{5,6}} \end{array} \right.$$

$$v_6 = v_{p_{2,6}} = \omega_2 r_{p_{2,6} / p_{1,2}}$$

$$\omega_b = \frac{v_{P_{2,5}}}{r_{P_{2,5}/P_{1,5}}} = \frac{\omega_2 r_{P_{2,5}/P_2}}{r_{P_{2,5}/P_{1,5}}}$$

سیستیک احکام صلب (نیروشنده $\leftrightarrow$ حرکت)



$$\sum \vec{F}_i = m \vec{a}_{CM}$$

$$\sum (\vec{M}_i)_{CM} = I_{CM} \vec{\alpha}$$

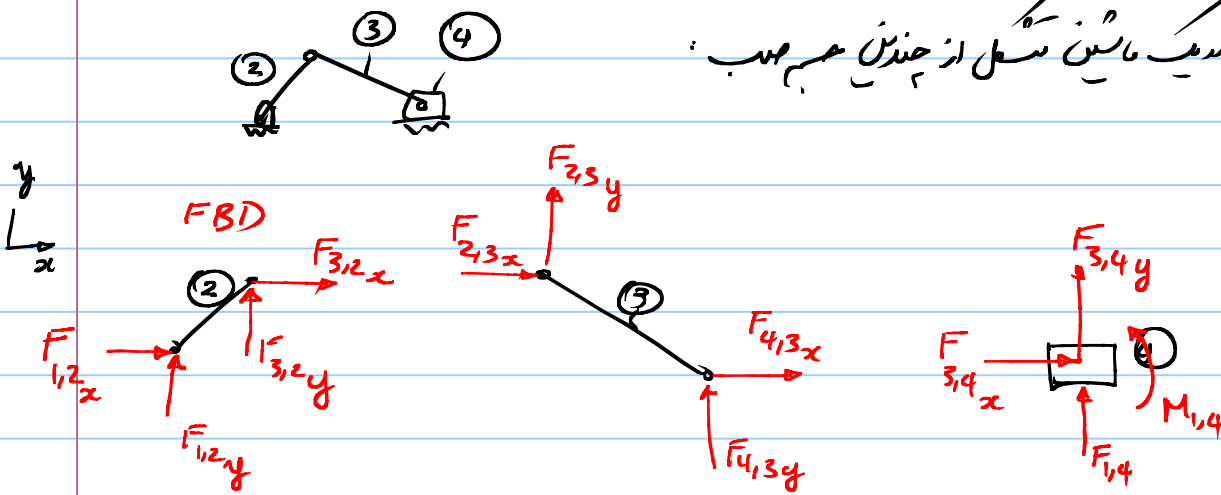
گاهی اوقات معادله دهم حول CM نوشته نمی‌شود (مخصوصاً اگر نقطه ساکن در جسم باشد). اگر معادله دهم حول نقطه دیگری نوشته شود:

$$\sum (\vec{M}_i)_O = I_{CM} \vec{\alpha} + \vec{r}_{CM/O} \times (m \vec{a}_{CM})$$

در حالتی که حرکت صغیر باشد، دقت به 0 صفر باشد:

$$\sum (\vec{M}_i)_O = I_O \vec{\alpha}$$

در یک ماشین شکل از چندین جسم صلب:



$$3 + 3 + 3 = 9$$

معادلات سیستیک:

$$\begin{matrix} 12 & + & 8 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{برخاسته} & & \text{بازگشت} \end{matrix}$$

کل مجهولات:

$$F_{i,j,x} = -F_{j,i,x}$$

معادلات حاصل از قیود:

معادلات سیستیک

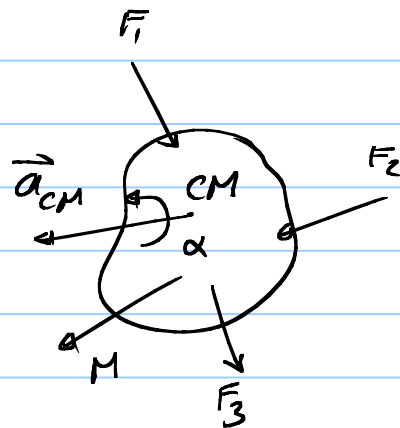
در روش نوردن تمام نیروها را داخل محدوده محمول ظاهر باشند و لذا تعداد معادلات محدود
بسیار زیاد است.

روش کار مجاز

در صورتیکه هدف از تحلیل سیستم پیدا کردن روابط بین گشتاور - نیروها را خارج و
حرکت مکانیزم باشد (یعنی نیاز به دانستن نیروها را نداشته باشیم)، استفاده
از اصل کار مجاز توصیه می‌شود.

اصل کار مجاز: در یک سیستم مکانیکی در تعادل (دینامیکی یا استاتیکی) اگر یک جابجایی مجاز
بسیار کوچک اتفاق بیفتد کل کار انجام شده (توسط نیروها و گشتاورها اعم از
نیرو - گشتاور داخلی یا خارجی) برابر صفر است.

مثال: در شکل زیر که در تعادل دینامیکی
است اگر جابجایی مجاز $\Delta \vec{r}$ ، $\Delta \theta$ ؛
معمول اعمال شود:



$$W = \vec{F}_1 \cdot \Delta \vec{r}_1 + \dots + \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n + \vec{M} \cdot \Delta \vec{\theta}$$

$$(-m \vec{a}_{CM}) \cdot \Delta \vec{r} + (-I_{CM} \vec{\alpha}) \cdot \Delta \vec{\theta}$$

$= 0$

$\Delta \vec{r}_i$: جابجایی مجاز نقطه اثر نیروی i

ضابطه معادله فوق برابر یک یکسان می‌گردد و نوشته شود، و جابجایی مجاز اعمال شود
به سبب یک مکانیزم سازگار باشد و کل معادلات بدست آید. راجع کنیم به کار مجاز
نیروها (گشتاورها) داخل محدوده باشند حاصل:

$$W = \vec{F}_1 \cdot \Delta \vec{r}_1 + \dots + \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n + \vec{M} \cdot \Delta \vec{\theta}$$

$$(-m \vec{a}_{CM}) \cdot \Delta \vec{r} + (-I_{CM} \vec{\alpha}) \cdot \Delta \vec{\theta}$$

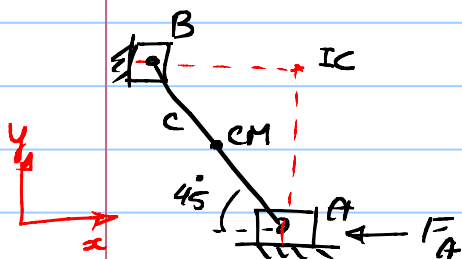
از این دو معادله می‌توان...

چنانچه رابطه کار مجاز برابر با تغییر انرژی مکانیکی نوشته و جمع گردد، اثر کار مجاز نیز در این معادله صفر خواهد شد.

از طرف دیگر با تقسیم کردن حاصل جمع بر Δt در هر دو طرف آن به صفر جایگزین با سرعت تبدیل

$$\sum \vec{F}_{ext,i} \cdot \vec{v}_i + \sum \vec{M}_{ext,i} \cdot \vec{\omega}_i = \sum_{links} (m_i \vec{a}_{CM,i} \cdot \vec{v}_{CM,i} + I_{CM,i} \vec{\alpha}_i \cdot \vec{\omega}_i)$$

مانند



$$l_c = 1 \text{ m}, m_c = 5 \text{ kg}, m_A = m_B = 10 \text{ kg}$$

(عدم اصطکاک)

$$v_A = 1 \text{ m/s} = \text{const.}$$

نیروی لازم F_A را برای حرکت خالص به سمت راست

Velocity :

$$A: \vec{v}_A = -\hat{i} \text{ m/s}$$

$$C: (IC) \rightarrow \omega_c = \frac{v_A}{\sqrt{2}/2} = -1.41 \text{ rad/s}$$

$$v_B = v_A \uparrow = \hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{CM} = \vec{v}_A + \vec{\omega}_c \times \vec{r}_{CM/A} = -\hat{i} + (-1.41 \hat{k}) \times 0.5 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right)$$

$$= -\hat{i} - \frac{1.41}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} - \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} \right) = \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{4} 1.41 \right) \hat{i} + \frac{1.41 \sqrt{2}}{4} \hat{j}$$

$$= -0.5 \hat{i} + 0.5 \hat{j}$$

Acceleration :

$$\vec{a}_A = 0$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha}_c \times \vec{r}_{B/A} - \omega_c^2 \vec{r}_{B/A}$$

$$= 0 + \alpha_c \hat{k} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right) - (-\sqrt{2})^2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right)$$

$$= \left(-\alpha_c \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \right) \hat{i} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \alpha_c - \sqrt{2} \right) \hat{j}$$

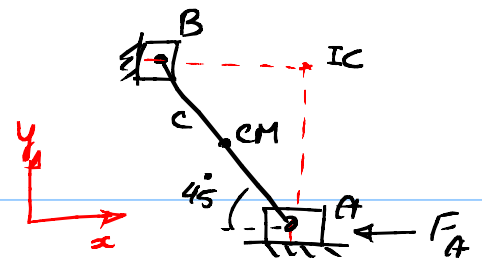
$$= a_B \hat{j} \Rightarrow \begin{cases} -\alpha_c \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} = 0 \rightarrow \underline{\alpha_c = 2 \text{ rad/s}^2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \alpha_c - \sqrt{2} = a_B \rightarrow a_B = -2\sqrt{2} \\ \quad \quad \quad = \underline{\underline{-2.82 \text{ m/s}^2}} \end{cases}$$

$$\vec{a}_{CM_c} = \vec{a}_A + \vec{\alpha}_c \times \vec{r}_{CM_c/A} - \omega_c^2 \vec{r}_{CM_c/A}$$

$$= 0 + \cancel{2\hat{k}} \times \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right) - \cancel{(-\sqrt{2})^2} \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right)$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{i} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{j}$$

$$= -\sqrt{2} \hat{j}$$



المعادلة

$$\sum \vec{F}_{ext,i} \cdot \vec{v}_i + \sum \vec{M}_{ext,i} \cdot \vec{\omega}_i = \sum_{int} \left(m_i \vec{a}_{CM_i} \cdot \vec{v}_{CM_i} + I_{CM_i,i} \cdot \vec{\alpha}_i \cdot \vec{\omega}_i \right)$$

$$\vec{W}_B \cdot \vec{v}_B + \vec{W}_C \cdot \vec{v}_{CM_c} + \vec{W}_A \cdot \vec{v}_A + \vec{F}_A \cdot \vec{v}_A = m_B \vec{a}_B \cdot \vec{v}_B + m_C \vec{a}_{CM_c} \cdot \vec{v}_{CM_c} + I_{CM_c} \vec{\alpha}_c \cdot \vec{\omega}_c$$

$$10(9.81)(-\hat{j}) \cdot (\hat{j}) + 5(9.81)(-\hat{j}) \cdot (-0.5\hat{i} + 0.5\hat{j}) + 0 + \vec{F}_A(-\hat{i}) \cdot (-\hat{i}) = 10(-2.82\hat{j}) \cdot (\hat{j}) + 5(-\sqrt{2}\hat{j}) \cdot (-0.5\hat{i} + 0.5\hat{j}) + \frac{1}{12} 5(1)^2 (2\hat{k}) \cdot (-\sqrt{2}\hat{k}) \Rightarrow$$

$$-98.1 - \frac{1}{2} 5(9.81) + F_A = -28.2 - \frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$\Rightarrow \vec{I}_A = -28.2 - \frac{20\sqrt{2}}{6} + \frac{5}{2}(9.81) + 98.1$$

$$= 89.7 \text{ N}$$

* روش کاری زیر یک معادله اسکالر می دهد که برابر عمل کردن یک محموله سینتر خارج می باشد

* اگر مثلاً اصطکاک خشک در یک سطح A داریم که در سیستم قادر به استفاده از روش کاری زیر میزنیم چون اصطکاک خشک تابع N_A است که نیروی داخلی می باشد.

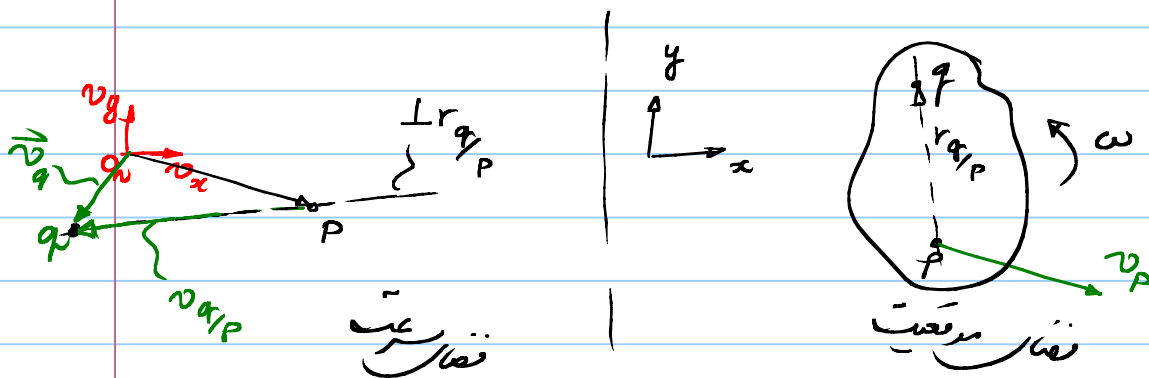
فصل سوم - روش هندسی در تحلیل سرعت

روشهای هندسی - روش IC

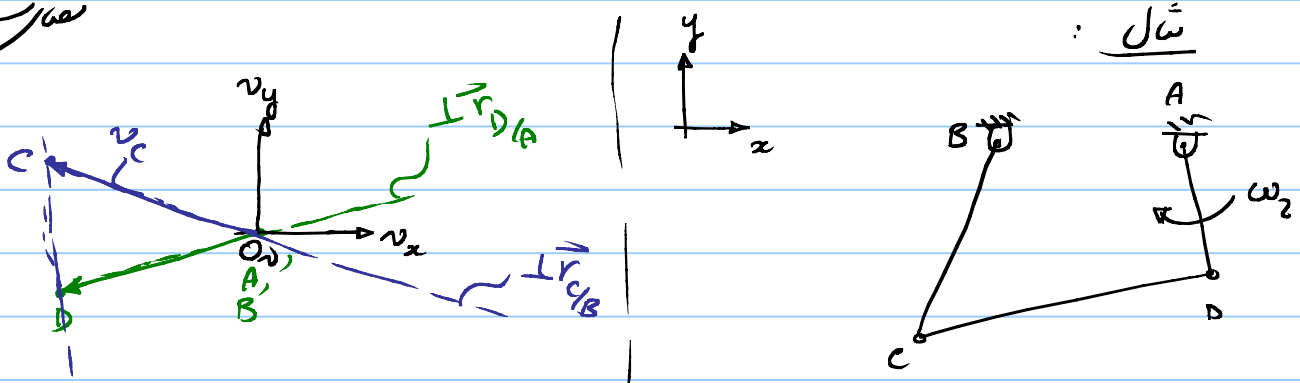
روش سینتری سرعت و سینتری شتاب (نکات)

سینتری سرعت: برابر حرکتی که یک سینتری سرعت و سینتری شتاب

اطلاعات سرعت مربوط به اجزاء میزنیم که آن نقطه است (نشان می دهد این سینتری است) همان مدار حرکت می باشد



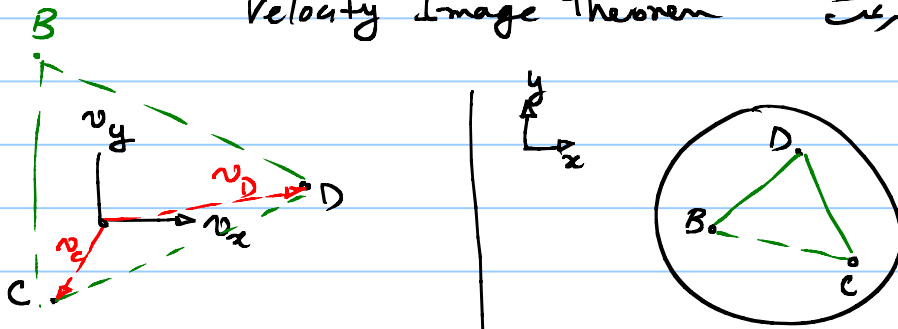
نقشه سرعت



$$1. \vec{v}_D = \omega_2 r_{D/A}, \vec{v}_D \perp \vec{r}_{D/A}$$

$$2. \vec{v}_C : \vec{v}_C \perp \vec{r}_{C/B}, \vec{v}_{C/D} \perp \vec{r}_{C/D} \rightarrow \vec{v}_C \text{ is perpendicular to } \vec{r}_{C/D} \rightarrow \vec{v}_C \checkmark$$

تعیین مقدار سرعت Velocity Image Theorem



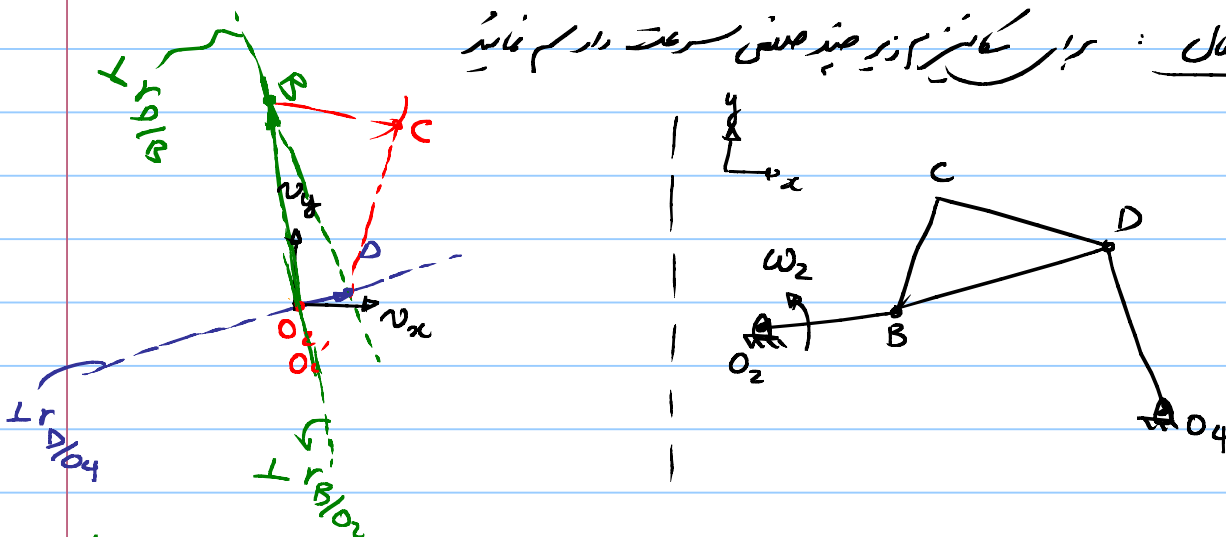
چونکه نقاط BCD در یک جسم صلب باشند ΔBCD در فضای سرعت با ΔBCD در فضای مکان مرتبط می باشد

اینست به در مسائل همان ایراد حرکت نمی آید

$$(\overline{BC})_v = v_{CB} = \omega r_{C/B} = \omega (\overline{BC})_p \quad \checkmark$$

دش با دهم در وضع دیگر

مثال : برای کانیزم زیر چند عنصر سرعت داریم



1. O_2, O_4
2. $v_B = \omega_2 r_{B/O_2}$, $\perp \vec{r}_{B/O_2}$
3. $v_D : \perp \vec{r}_{D/O_4}$
 $\vec{v}_{D/B} \perp \vec{r}_{D/B}$

4. v_C : VIT $\rightarrow \alpha = \frac{(BD)_v}{(BD)_p} \rightarrow r_1 = \alpha (\overline{BC})_p$ $\rightarrow$ شعاع r_1 از B $\rightarrow$ C
 $r_2 = \alpha (\overline{DC})_p$ $\rightarrow$ شعاع r_2 از D $\rightarrow$ C

* تمرین : مثال فوق را برای مکانیزم زیر حل کنید.

$O_2B = 3 \text{ cm}$, $O_4D = 4 \text{ cm}$, $BD = 6 \text{ cm}$, $\omega_2 = 5 \text{ rpm}$
 $BC = 4.5 \text{ cm}$
 $CD = 3 \text{ cm}$
 و v_c را بدست آوریم.

- در این نقطه C در مکانیزم را طوری تعیین کنید که سرعت آن صفر باشد
 جواب: C را در OD گرفته و مثلاً به $(ABC D)_P$ را در مکانیزم بنویسیم

- در این نقطه C ... آن معادل $2\pi/3$

در اینجا Δ_{45} بردار سرعت مطلوب را در تقاطع سرعت رسم کرد.
 C به است سگای و محدود $(ABC D)_P$ را مثلاً به $(BCD)_v$ بنویسیم

شکل:



$$1. v_B = \omega_2 r_{B/O_2}, \perp \vec{r}_{B/O_2}$$

$$2. v_D: \perp r_{D/O_4}, \vec{v}_{D/B} \perp \vec{r}_{D/B}$$

$$3. v_c: VIT \rightarrow \left(\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \right) v = \left(\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \right) v \rightarrow C \checkmark$$

$$4. v_{E_5}: \left. \begin{aligned} &\parallel \vec{r}_{E_5/C} \\ &\vec{v}_{E_5} = \vec{v}_C + \vec{v}_{E_5/C} \Rightarrow \vec{v}_{E_5/C} \perp r_{E_5/C} \end{aligned} \right\} E_5 \checkmark$$

$$\omega_5 = \frac{(C E_5) v}{(C E_5)_P}$$

سوال: $\omega_5 = ?$

سرعت لغزش شیب 5 در این لحظه چقدر است؟

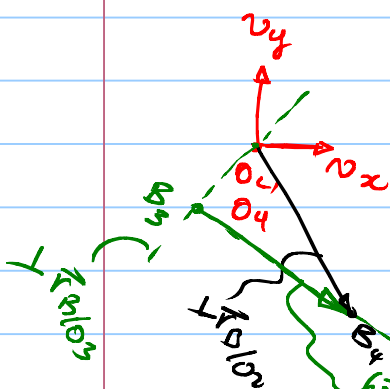
چند صغی شتاب (دیگرام شتاب)

چند صغی شتاب بین لقی در رابط شتاب بنی است. کاربرد آن در
 تحلیل شتاب رطاح ماشین می باشد
 روند مهمت آفون چند صغی شتاب :

۱. دیگرام مدقیقت و سرعت رسم شوند (تحلیل سرعت و مدقیقت)

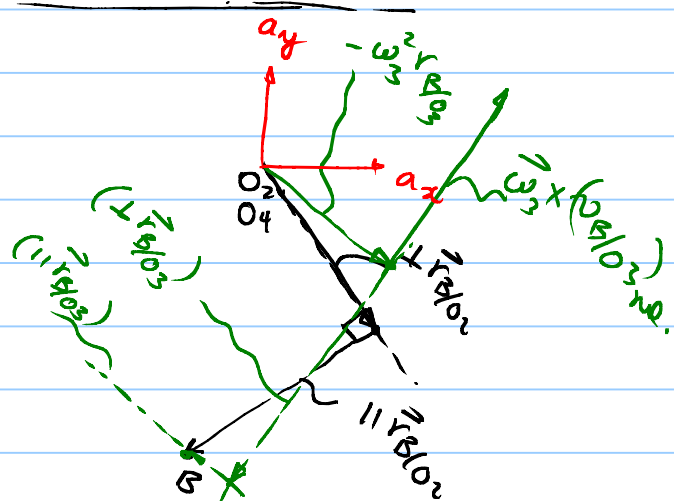
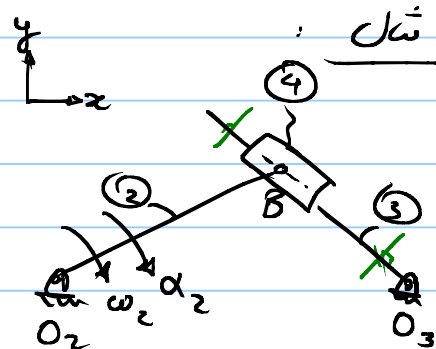
۲. یک نقطه کارترین بر رابط شتاب نقطه ماشین

۳. با لگ رابط شتاب بنی، شتاب مرتبه سرعت لقی در و در نفا
 شتاب مهمت می آید



$$1. v_{B_2} = v_{B_4} = \omega_2 r_{B/O_2} \perp \vec{r}_{B/O_2}$$

$$2. v_{B_3} \perp \vec{r}_{B_3/O_3} \quad \left. \begin{array}{l} v_{B_3/O_4} \parallel \vec{r}_{B_3/O_3} \\ v_{B_3/O_4} \parallel \vec{r}_{B_3/O_4} \end{array} \right\} B_3 \checkmark$$



$$1. \vec{a}_B = \vec{a}_{O_2} + \vec{\alpha}_2 \times \vec{r}_{B/O_2} - \omega_2^2 \vec{r}_{B/O_2}$$

$$2. \vec{a}_B = \vec{a}_{O_3} + \vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{B/O_3} - \omega_3^2 \vec{r}_{B/O_3} + (\vec{a}_{B/O_3})_{rel} + 2\vec{\omega}_3 \times (\vec{v}_{B/O_3})_{rel}$$

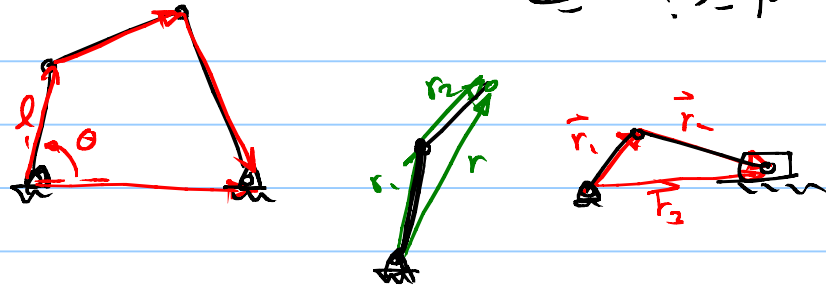
ترہاں ازل، سوم دینیم کا مدّٰ علم ہستد۔ ہیں اندرا آہارا پنت سوم رسم کرینیم

سیستم یک جسمی

هدف: ارائه یک روش کاملاً سیستمیک برای محاسبه موقعیت، سرعت و شتاب یک مکانیزم

- حجم می‌سبای بالا

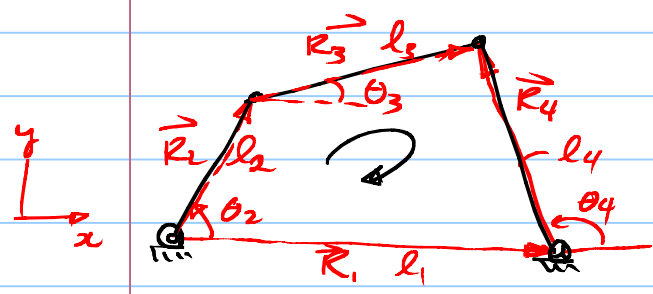
- عدم نیاز به مفادیت



- کاربرد اصلی: نرم افزارهای تحلیل سیستمیک دینامیک

- ایده اصلی: مدلسازی مکانیزم توسط معادلات بردار فیدر استخراج روابط موقعیت، سرعت و شتاب از آن

مثال: مکانیزم چهارم



$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 = \vec{R}_1 + \vec{R}_4$$

$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 - \vec{R}_1 - \vec{R}_4 = 0$$

قرار دار (۱) معادله حلقه بردار (Loop closure) بردار (Vector closure)

می‌نویسیم: هر بردار به خلاف این جهت باشد علامت منفی می‌گیرد

(۲) زاویه بردار را از تعداد مثبت به در نظر می‌گیریم

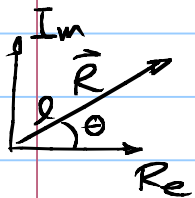
$$\Rightarrow \vec{R}_2(\theta_2) + \vec{R}_3(\theta_3) - \vec{R}_4(\theta_4) - \vec{R}_1 = 0 \Rightarrow$$

$$l_2 \cos \theta_2 \hat{i} + l_2 \sin \theta_2 \hat{j} + l_3 \cos \theta_3 \hat{i} + l_3 \sin \theta_3 \hat{j} - l_4 \cos \theta_4 \hat{i} - l_4 \sin \theta_4 \hat{j} - l_1 \hat{i} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l_2 C\theta_2 + l_3 C\theta_3 - l_4 C\theta_4 - l_1 = 0 \\ l_2 S\theta_2 + l_3 S\theta_3 - l_4 S\theta_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \text{معادلات سینوسی} \\ \text{مرتفعات} \end{matrix}$$

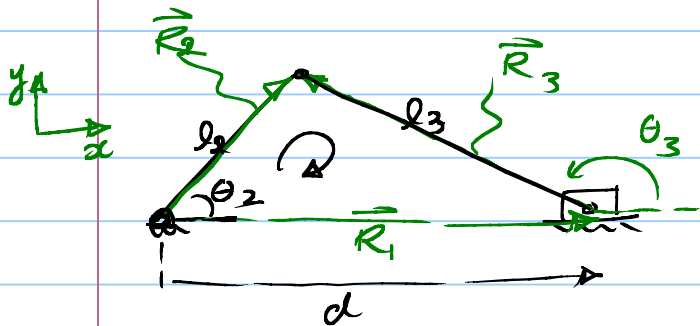
* برداشتن یک فردر سیکلزم (شکل θ_2) در محمول دیگر یعنی θ_3 ، θ_4 از محل معادله در آن به دست می آید

* گاهی از توان سیدین اعداد نقطه برابر بیان برده هادر فضای کارترین استفاده دارند



$$\vec{R} = l e^{i\theta} = l(C\theta + i S\theta)$$

شکل: تبدیل مختصات



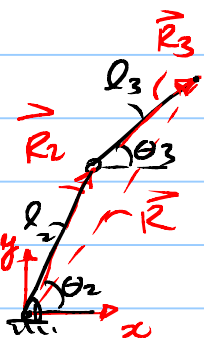
$$\vec{R}_2 - \vec{R}_3 - \vec{R}_1 = 0$$

$$\vec{R}(\theta_2) - \vec{R}_3(\theta_3) - \vec{R}(d) = 0 \Rightarrow$$

$$l_2(C\theta_2 \hat{i} + S\theta_2 \hat{j}) - l_3(C\theta_3 \hat{i} + S\theta_3 \hat{j}) - d \hat{i} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l_2 C\theta_2 - l_3 C\theta_3 - d = 0 \\ l_2 S\theta_2 - l_3 S\theta_3 = 0 \end{cases}$$

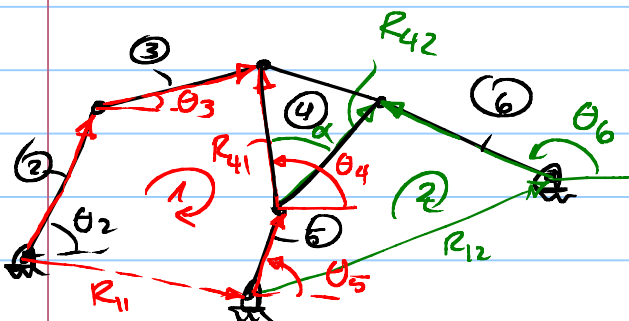
شکل: سیکل پاندول در دو بعد



$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 - \vec{R} = 0$$

$$\vec{R}_2(\theta_2) + \vec{R}_3(\theta_3) - \vec{R}(x, y) = 0 \Rightarrow$$

در معادله $(\theta_2, \theta_3, x, y)$ که البته در آنجا باید معضای فردر در آن شوند



شکل:

$$\text{Loop 1: } \vec{R}_2(\theta_2) + \vec{R}_3(\theta_3) - \vec{R}_4(\theta_4) - \vec{R}_5(\theta_5) - \vec{R}_1 = 0$$

$$\text{Loop 2: } \vec{R}_5(\theta_5) + \vec{R}_{42}(\theta_4 - \alpha) - \vec{R}_6(\theta_6) - \vec{R}_{12} = 0$$

$$\Rightarrow \text{Loop 1} \begin{cases} l_2 C\theta_2 + l_3 C\theta_3 - l_{41} C\theta_4 - l_5 C\theta_5 - R_{11x} = 0 \\ l_2 S\theta_2 + l_3 S\theta_3 - l_{41} S\theta_4 - l_5 S\theta_5 - R_{11y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Loop 2} \begin{cases} l_5 C\theta_5 + l_{42} C(\theta_4 - \alpha) - l_6 C\theta_6 - R_{12x} = 0 \\ l_5 S\theta_5 + l_{42} S(\theta_4 - \alpha) - l_6 S\theta_6 - R_{12y} = 0 \end{cases}$$

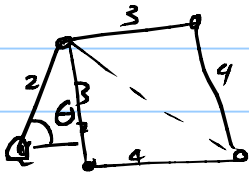
۴، ۵، ۶ + ۵ پنج متغیر داریم که از آنها معادلات در دست داریم. حذایه

- اصطلاحاً متغیر در دست را متغیر مستقل و متغیرهای دیگر را وابسته می‌نامند.

- تعداد معادلات اسکالر باید با تعداد متغیرهای وابسته باشد.

- حل معادلات می‌تواند به روش‌های مختلفی انجام گیرد.

پنج سر در ————— مثال —————



رابط سرعت و شتاب :

ایده اصل برابر استخراج رابط سرعت و شتاب مشتق گیری از رابط موقعیت (معادلات تید) کمینزم است .

نویسید :

تغییرهای مستقل $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$ (کمینزم مادی)

تغییرهای وابسته $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$

معادلات تید $F(x, \theta) = 0$

برابر رابط سرعت از معادلات تید مشتق گیری است به زمان

$$\frac{d}{dt} F(x, \theta) = 0 \rightarrow \frac{\partial F}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \dot{\theta} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_1} & \frac{\partial F_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} = 0$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{m \times m} \dot{x} + \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)_{m \times n} \dot{\theta} = 0$$

در حالت کلی اگر $\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{m \times m}$ معکوس پذیر

$$\dot{x} = - \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^{-1}_{m \times m} \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right)_{m \times n} \dot{\theta}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$$

۱- رابطه سرعت و درجه آزادی $\dot{\mathbf{x}}$ نسبت به سرعتها خطی است

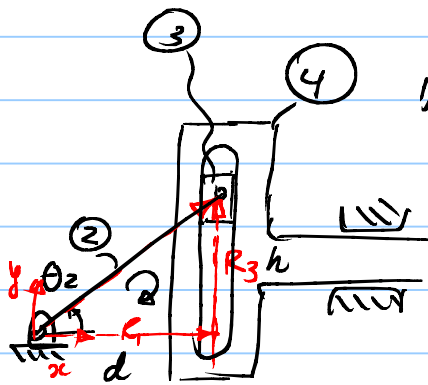
۲- رابطه سرعت نسبت به درجه آزادی مکانیزم غیر خطی است

۳- $\mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{q})$ اصطلاحاً ژاکوب مکانیزم نامیده می‌شود

با مشتق گیری مجدد از رابطه سرعت، رابطه شتاب به دست می‌آید

$$\ddot{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt} (\mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}) = \frac{d}{dt} \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}} = \left(\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}}$$

مثال: مکانیزم Scotch & Yoke



رابطه سرعت درجه آزادی را به دست می‌آوریم و مکانیزم را به این صورت می‌نویسیم:
 $\dot{\theta}_2 = 1 \text{ rad/s}, \theta_2 = 60^\circ, l_2 = 5 \text{ cm}$

$$\vec{R}_2 - \vec{R}_3 - \vec{R}_1 = 0$$

$$\vec{R}_2(\theta_2) - \vec{R}_3(h) - \vec{R}_1(d) = 0$$

θ_2 تغییر می‌کند

d, h هر دو ثابت هستند و درجه آزادی

$$\Rightarrow l_2 (\cos \theta_2 \hat{i} + \sin \theta_2 \hat{j}) - h \hat{j} - d \hat{i} = 0$$

$$\begin{cases} l_2 \cos \theta_2 - d = 0 \\ l_2 \sin \theta_2 - h = 0 \end{cases} \Rightarrow F(\theta, \mathbf{x}) = \vec{F}(\theta_2, \begin{bmatrix} d \\ h \end{bmatrix}) = 0 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$f_1(\theta_2, d, h) = l_2 \cos \theta_2 - d$$

$$f_2(\theta_2, d, h) = l_2 \sin \theta_2 - h$$

تحقیق مرتعیت

$$f_1(60^\circ, d, h) = 0$$

$$\Rightarrow l_2 \cos 60^\circ - d = 0 \Rightarrow d = 5 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} = 2.5 \text{ cm}$$

$$f_2 = 0 \Rightarrow 5 \sin 60^\circ - h = 0 \Rightarrow h = \sqrt{3} (2.5) \text{ cm}$$

رابطه سرعت

$$\dot{x} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^T \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^{-1} \dot{\theta}, \quad x = \begin{bmatrix} d \\ h \end{bmatrix}, \quad \theta = \theta_2$$

$$= -\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -l_2 \sin \theta_2 \\ l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \dot{\theta}_2 = \dots$$

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_2 \sin \theta_2 \\ l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \dot{\theta}_2 \quad (*)$$

$$\dot{\theta}_2 = 1 \text{ rps} = 1 \cdot 2\pi \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad/s}, \quad l_2 = 5 \text{ cm}, \quad \theta_2 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \dot{d} = -5 \frac{\sqrt{3}}{2} 2\pi = -5\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$$

$$\dot{h} = 5 \frac{1}{2} 2\pi = 5\pi \text{ cm/s}$$

بسته گیر از (*) در مکان روابط شتاب را بدست آورد. البته در اینجا باید به عدم تغییر d ،
 h اگر بعد "تغییر" شود = پارامترهای ثابت میمانند

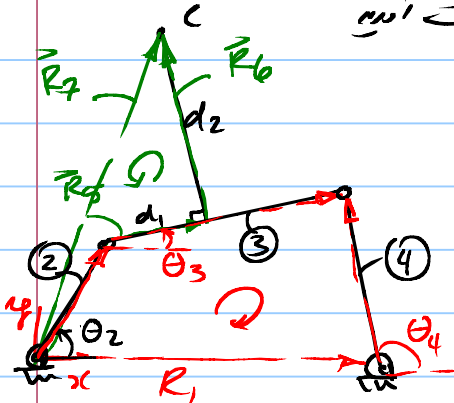
$$\dot{d} = -l_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 \rightarrow \ddot{d} = -l_2 (\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2)$$

$$\dot{h} = l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 \rightarrow \ddot{h} = l_2 (\ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2)$$

$$\Rightarrow \ddot{d} = -5(4\pi^2 \cos 60^\circ) = -10\pi^2 \text{ cm/s}^2$$

$$\ddot{h} = 5(-4\pi^2 \frac{\sqrt{3}}{2}) = -10\sqrt{3}\pi^2 \text{ cm/s}^2$$

نشان : در مکانیزم چهار میل، روابط سرعت و شتاب نقطه کاپر C را بر حسب
 تغییر θ_2 و پارامترهای d, h بدست آورده



$$\vec{R}_2(\theta_2) + \vec{R}_3(\theta_3) - \vec{R}_4(\theta_4) - \vec{R}_1 = 0$$

$$\vec{R}_2(\theta_2) + \vec{R}_5(\theta_3) + \vec{R}_6(\theta_3) - \vec{R}_7(x_c, y_c) = 0$$

تغییر شتاب θ_2

$$\theta = \theta_2, \quad x = \begin{bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \\ x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

در مکان رابطه $y_c, x_c, \theta_4, \theta_3$

در مکان مربوط به چهار میل و یک کاپر

$$\bar{F}_{4 \times 1}(x, \theta) = 0$$

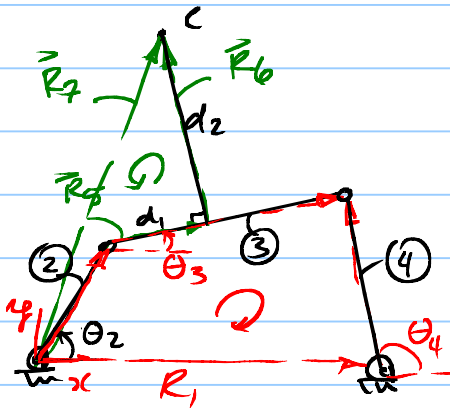
$$f_1(x, \theta) = l_2 G \theta_2 + l_3 G \theta_3 - l_4 G \theta_4 - l_1$$

$$f_2(x, \theta) = l_2 h \theta_2 + l_3 h \theta_3 - l_4 h \theta_4$$

$$f_3(x, \theta) = l_2 G \theta_2 + d_1 G \theta_3 - d_2 G (\tau_2 + \theta_3) - x_c$$

$$f_4(x, \theta) = l_2 h \theta_2 + d_1 h \theta_3 - d_2 h (\tau_2 + \theta_3) - y_c$$

ارائه از محسن



$$F(x, \theta) = 0_{4 \times 1}$$

$$f_1(x, \theta) = l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 - l_4 \cos \theta_4 - l_1$$

$$f_2(x, \theta) = l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 - l_4 \sin \theta_4$$

$$f_3(x, \theta) = l_2 \cos \theta_2 + d_1 \cos \theta_3 - d_2 \cos (\pi_2 + \theta_3) - x_c$$

$$f_4(x, \theta) = l_2 \sin \theta_2 + d_1 \sin \theta_3 - d_2 \sin (\pi_2 + \theta_3) - y_c$$

$$\theta = \theta_2, \quad x = \begin{bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \\ x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

رابطه سرعت:

$$\dot{x} = J \dot{\theta}$$

$$J = - \left(\frac{dF_{4 \times 1}}{dx_{4 \times 1}} \right)^{-1} \left(\frac{dF}{d\theta} \right)_{4 \times 1}$$

$$\frac{dF}{dx} = \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3 & l_4 \sin \theta_4 & 0 & 0 \\ l_3 \cos \theta_3 & -l_4 \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ -d_1 \sin \theta_3 + d_2 \sin (\pi_2 + \theta_3) & 0 & -1 & 0 \\ d_1 \cos \theta_3 - d_2 \cos (\pi_2 + \theta_3) & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \frac{dF}{d\theta} = \begin{bmatrix} -l_2 \sin \theta_2 \\ l_2 \cos \theta_2 \\ -l_2 \sin \theta_1 \\ l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

تمرین: با کمک Matlab/Symbolic مقدار پارامتر J بر حسب $\theta_2, \theta_3, \dots$

در دست آورده: متن درباره نتیجه حاصله برابر J را به همراه تمرین این سر در چهارشنبه تکمیل دهید.

چرخنده



چرخنده ساده



Helical چرخنده

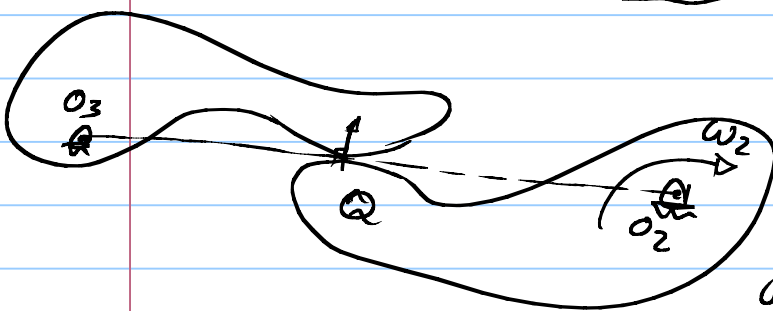


چرخنده چرخه
Worm gear



چرخنده مخروطی ساده

این عملگر (دندانها) در چرخنده



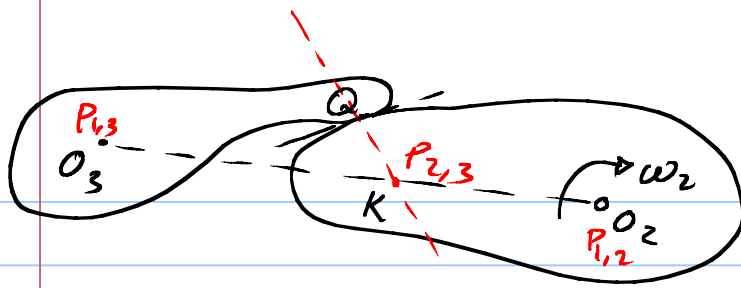
در جسم: انتقال حرکت - لغزش

که در این لحظه نقطه تماس Q در O2

O3 در آن لحظه است. در این لحظه در مورد نسبت سرعت داریم:

$$v_Q = \omega_2 r_{Q/O_2} = \omega_3 r_{Q/O_3} \Rightarrow \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_{Q/O_2}}{r_{Q/O_3}}$$

اما در یک لحظه بعد از آن لحظه سرعت زیر تغییر خواهد کرد:



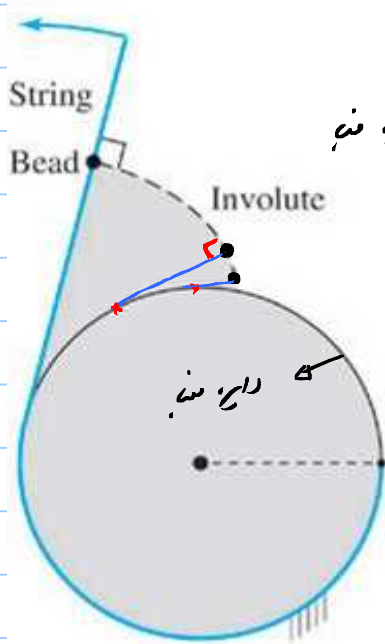
در این لحظه برابر تحویل سرعت
با یک IC

با یک تقیید نسبی $P_{2,3}$ به
در انداز $\overline{P_{1,2} P_{1,3}}$ باشد

$$\left. \begin{aligned} P_{2,3} \in (2) &\Rightarrow v_{P_{2,3}} = \omega_2 r_{P_{2,3}/O_2} \\ P_{2,3} \in (3) &\Rightarrow v_{P_{2,3}} = \omega_3 r_{P_{2,3}/O_3} \end{aligned} \right\} \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_{P_{2,3}/O_2}}{r_{P_{2,3}/O_3}} = \frac{r_{K/O_2}}{r_{K/O_3}}$$

پس اگر نخواهیم نسبت سرعت عین K نسبی (2) (3) ثابت باشد، نقطه K
باید ثابت باشد

منحنی انیولوت Involute



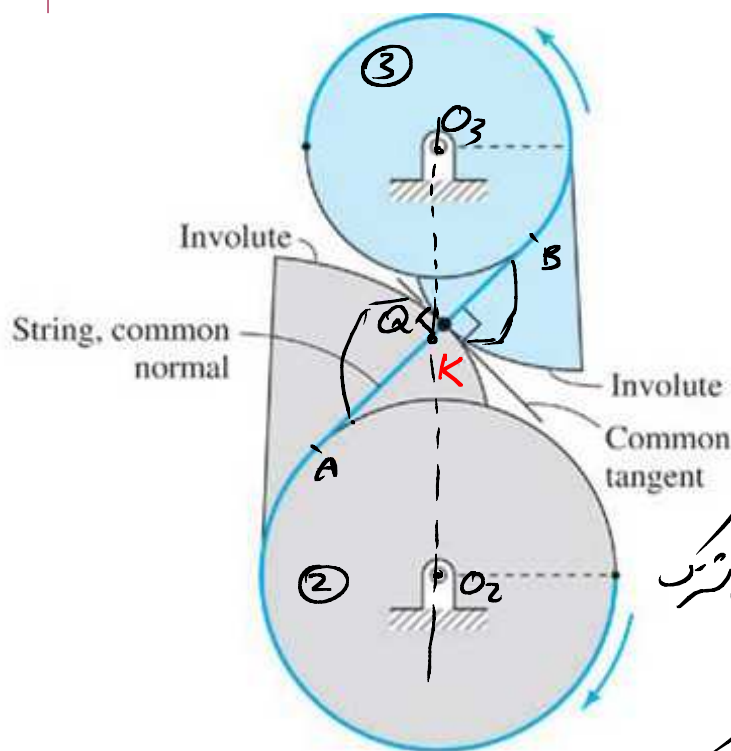
نقطه تولید: به بزرگ شدن نخ از روی دایره بنی

خاصیت اصلی: اگر از هر نقطه منحنی

انیولوت گردایه متعامس کنیم

خط مماس بر منحنی انیولوت

عمود است



حال در صدتیکه در فنی ایندولت را
طبق شکل تماس دهم، اعداد
خارج مولد فنی ها در یک خط
قرار می گیرند

اثبات :
 $\overline{AQ}$ عمود بر فنی ایندولت /
دایره ② ← عمود بر تماس مشترک
 $\overline{BQ}$ عمود بر تماس مشترک

در نتیجه $\overline{AQ}$ ، $\overline{BQ}$ در یک خط مستقیم

پس تا همینجا اگر بخوانیم مولد فنی ایندولت را رسم می کنیم که دو دایره متساوی ② و ③ را به هم وصل کرد، بدیهی است که نسبت سرعت در هم فقط تابع r_2 و r_3 است $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_3}$
از طرف دیگر با استفاده از قضیه بالا نقطه K را پیدا می کنیم (محل تلاقی این دو خط
عمود بر تماس مشترک در هم)

در این خط عمود بر تماس مشترک در هم $\overline{AB}$ و اعداد مختار مولد ایندولت
است. این اعداد نیز ثابت است چون عمداً نشان دادیم که تماس مشترک
در دایره ② و ③ همیشه در یک نقطه است (نقطه تلاقی ایندولت K) ثابت

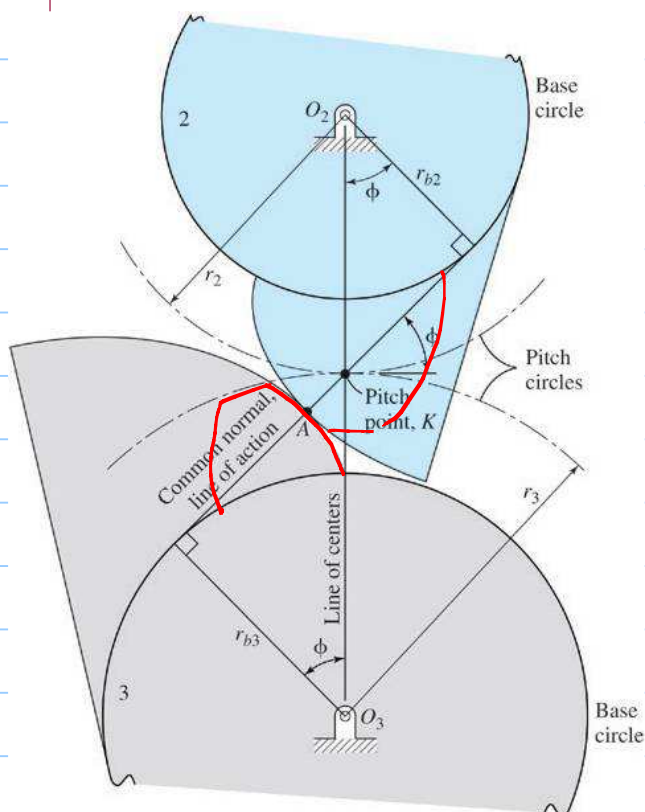
$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_{OK}}{r_{OK}} \quad \leftarrow \text{است}$$

نکات :

$$1. \text{ از در اثبات فوق } \frac{r_{OK}}{r_{OK}} = \frac{r_2}{r_3}$$

۲. اندازه ها ایندولت همواره در حال لغزش و لغزش تمام مستقیم می باشد

۳. نیروی عمود بر سطح دندان ثابت می ماند (در صدتیکه که گمانه در دایره ثابت باشد)
که Q و K منطبق باشند



نمایشگر چرخنده های ایندولت

* دایره های r_{b2} ، r_{b3} شعاع
Base Circles

* هاس مشترک دایره های (محدود بر سطح تماس)

خط فشار = Line of action

* نقطه گام K = (Pitch point)

* زاویه فشار : زاویه بین خط المکزینی

در شعاع محدود بر خط فشار

* دایره گام دایره های نرمی به مرکز دایره های

بدون که در نقطه گام بر هم و اس مستند $\leftarrow$

$$\textcircled{*} r_3 - O_3 K = r_{b3} / \cos \phi$$

یکای دچرخنده، ایندولت به شکل مدله شده

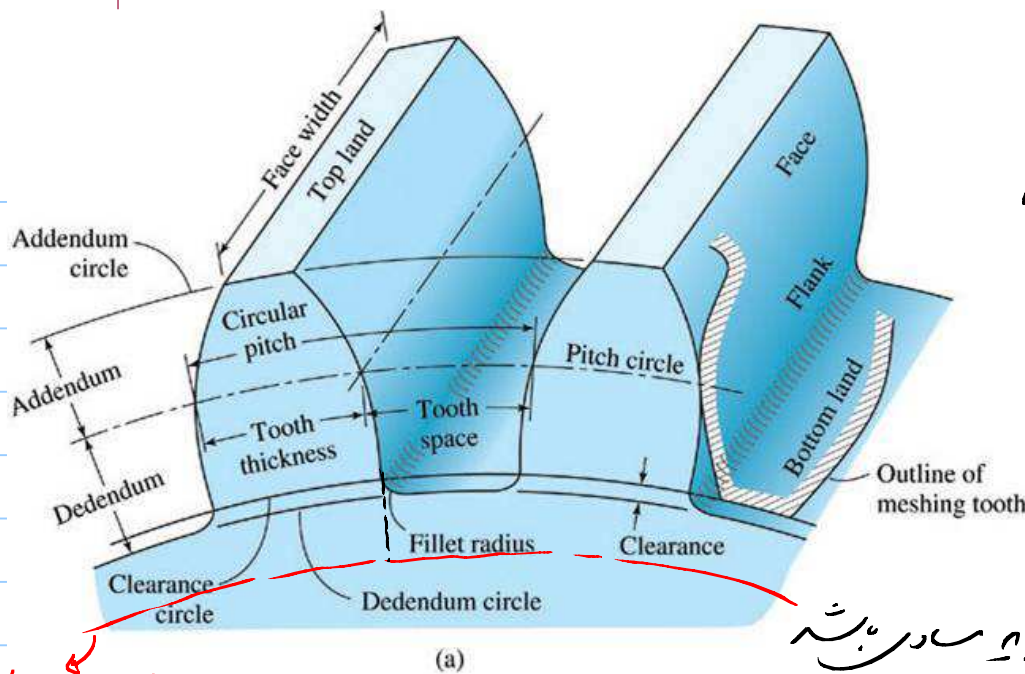
۱. دایره های یک سیم به هم مستند $\leftarrow$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b3}}$$

۲. دایره گام در نقطه گام به هم تماس بدون لغزش دارند $\leftarrow$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b3}} = \textcircled{*} \frac{r_2 \cos \phi}{r_3 \cos \phi} = \frac{r_2}{r_3}$$

با ساحت دندان یک بر دین ایندولت به چرخنده، دایره



فاصله یک دندان تا دندان بعدی در دایره کام

$$P_c = \frac{2\pi r}{N}$$

(r شعاع کام، N مقدار دندانها)

بین دو چرخنده دایره P_c باید مساوی باشد

معمولاً بجای P_c از پارامتر P_d که قطر d است استفاده می‌شود

$$P_d = \frac{N}{d} \left(= \frac{1}{P_c} \cdot \pi \right)$$

$$m = \frac{d}{N} \left(= \frac{1}{P_d} = \frac{1}{\pi} P_c \right)$$

در چرخنده استاندارد دندانه در یک دور دایره m دندانه می‌باشد

* مقادیر m بصورت پله‌ای طبق استاندارد AGMA تعیین می‌شوند

* اندازه m تأثیر در سنجش چرخنده ندارد و در این در طراحی برای استیقامت مطلوب تعیین می‌شود

انواع دندان

۱. Addendum a - فاصله یک دندان تا دایره کام (دایره)

و همان Addendum Circle قسراً تعیین می‌شود

۲. Dedendum b - فاصله ریشه دندان تا دایره کام (دایره ریشه)

Dedendum Circle قسراً تعیین می‌شود.

مقادیر a و b بصورت استاندارد برای ϕ و m تعیین می‌شود

$$\phi = 20^\circ \rightarrow \begin{aligned} a &= m \\ b &= 1.25m \end{aligned} \quad \text{full depth}$$

$$\begin{aligned} a &= 0.8 \text{ m} \\ b &= m \end{aligned} \quad \text{Stub}$$

* زوایای 14.5° ، 25° نیز نسبتاً در طایفه پرچنده اینولوت استفاده شد

کتاب - جدول 5-1

مثال: پرچنده: مشخصات زیر را هم کار کنید

$$\begin{aligned} N_1 &= 24, \quad N_2 = 30 \\ \phi &= 20^\circ, \quad m = 8 \text{ mm} \end{aligned}$$

قطر دایره‌ها را در دسترس؟

$$m = \frac{d}{N} = \frac{d_1}{24} = \frac{d_2}{30} = 8 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d_1 = 8(24) \text{ mm} = 192 \text{ mm}, \quad d_2 = 8(30) = 240 \text{ mm}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \phi = \frac{1}{2} 192 \cos 20^\circ = 90.21 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \phi = \frac{1}{2} 240 \cos 20^\circ = 112.76 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{2} (d_1 + d_2) = 216 \text{ mm} = \text{فاصله مرکز}$$

حال فرض کنید در نصب فاصله مرکز به 220 mm افزایش یافته و زاویه ϕ' را تعیین کنید

$$r_1' + r_2' = 220 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{b1}}{\cos \phi'} + \frac{r_{b2}}{\cos \phi'} = 220 \Rightarrow \frac{1}{\cos \phi'} (r_{b1} + r_{b2}) = \frac{1}{\cos \phi'} (90.21 + 112.76) = 220$$

$$\Rightarrow \phi' = 22.7^\circ$$

$$\Rightarrow r_1' = \frac{r_{b1}}{\cos \phi'} = \frac{90.21}{\cos 22.7} = 97.78 \text{ mm}$$

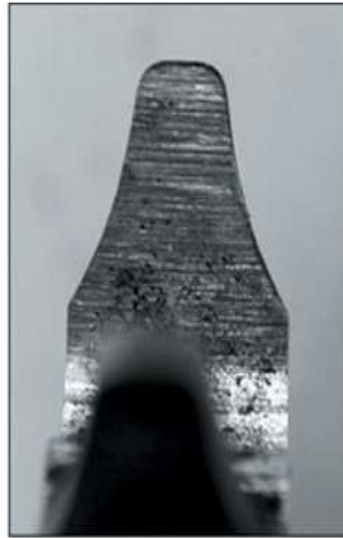
$$r_2' = \frac{112.76}{\cos 22.7} = 122.23 \text{ mm}$$

پس: در مثال فوق میزان لغزش را به صورت (درجه) محاسبه کنید.

دستگاه رسفت چرغنده



(a)



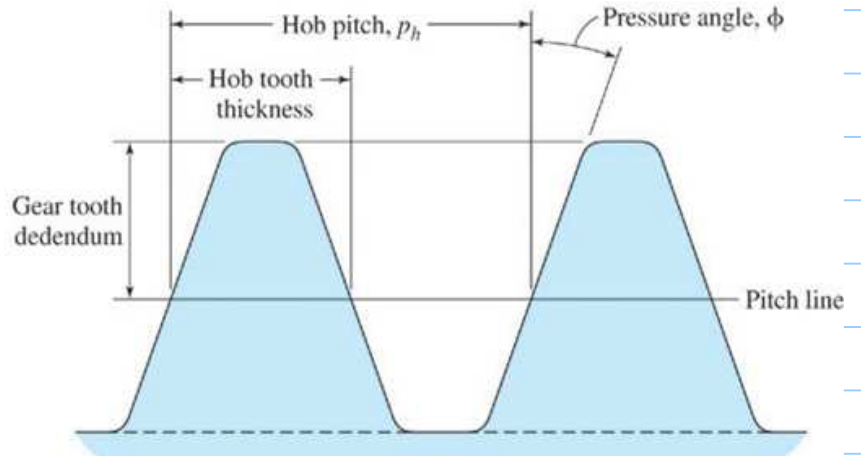
(b)

اداره روشهای ساخت چرخدنده

جانبین

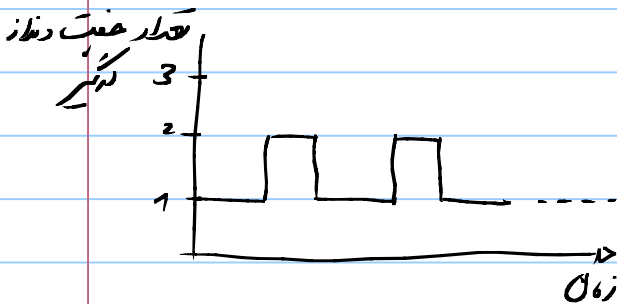


(a)



(b)

نسبت مکان Contact Ratio



معدل تعداد دندانه‌ها درگیر
را می‌توان از معنی در بر داشت
آورد m_c اگر این

عدد از یک کمتر باشد به معنی خرابی لحظه‌ای در چرخدنده دیده می‌شود و خرابی
معده m_c را بیشتر باید در ۱.۴ در نظر بگیرند:

۱. برابر اطمینان از عدم خرابی معده در صورت خطر لغزش

۲. توزیع بهتر بار در دندانه‌ها

چگونه m_c را حساب کنیم؟

θ_c : زاویه گردش چرخنده به اندازه یک دور، تماس

$$\theta_c = \frac{z}{r_b}$$

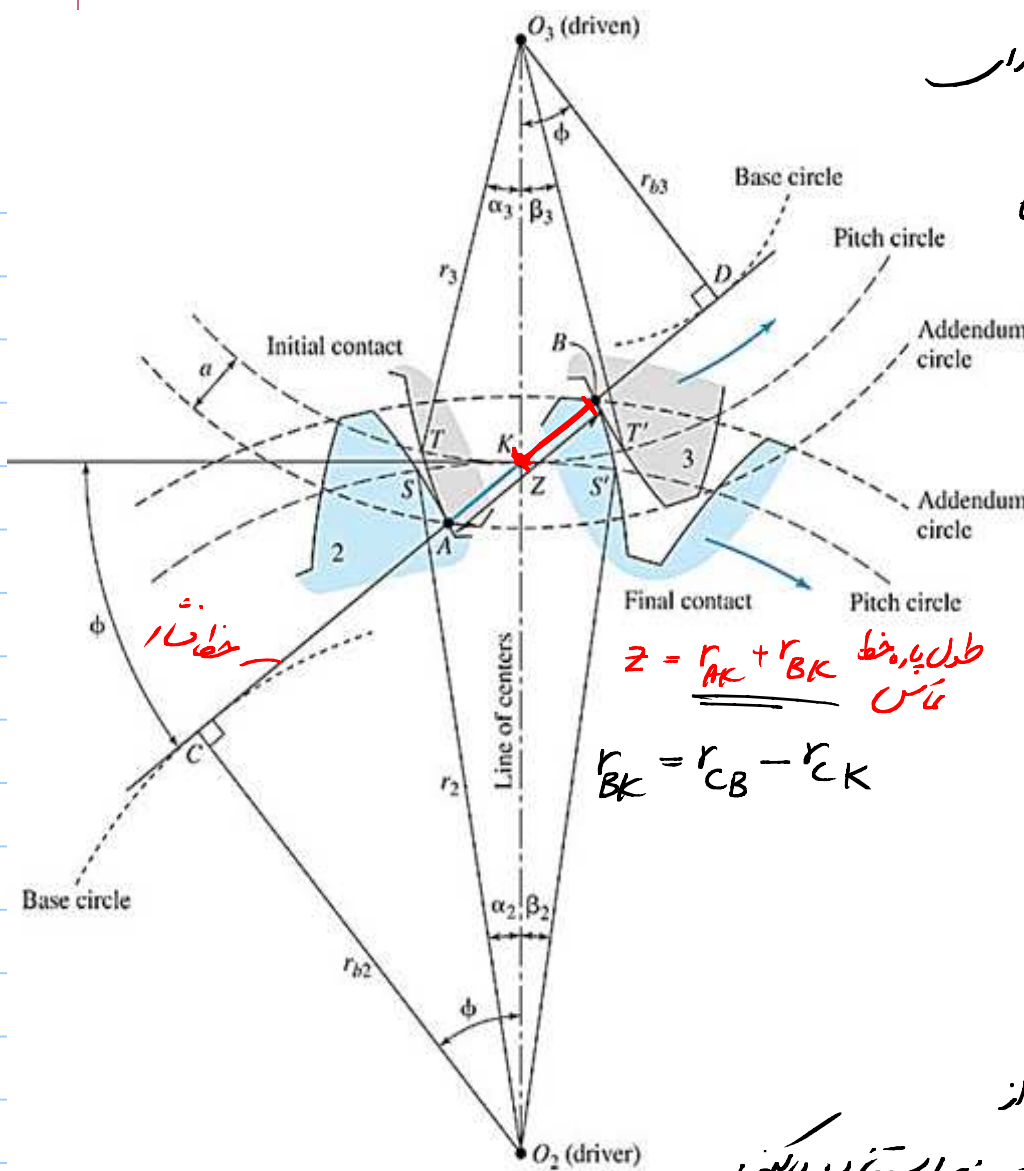
θ_p : زاویه مقابل به یک دورانه

$$\theta_p = \frac{2\pi}{N}$$

بر این ترتیب :

$$\begin{aligned} m_c &= \frac{\theta_c}{\theta_p} \\ &= \frac{z/r_b}{2\pi/N} \\ &= \frac{z}{\frac{2\pi r_b}{N}} = \frac{z}{p_b} \end{aligned}$$

بر این ترتیب از روابط هندسی سرعت زیر استوار می‌کنیم :



$$r_{BK} = r_{CB} - r_{CK}$$

$$r_{CB} : \Delta O_2CB$$

$$\left. \begin{aligned} r_{O_2B} &= \text{شعاع بیرونی} = r_2 + a \\ r_{O_2C} &= \text{شعاع بیرونی} = r_{2b} \end{aligned} \right\} r_{CB} = \left[(r_2 + a)^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2}$$

$$r_{CK} : \Delta O_2KC$$

$$r_{O_2K} = \text{شعاع بیرونی} = r_2 \Rightarrow r_{CK} = \left[r_2^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow r_{BK} = \left[(r_2 + a)^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2} - \left[r_2^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2} = \left[(r_2 + a)^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2} - r_2 \sin \phi$$

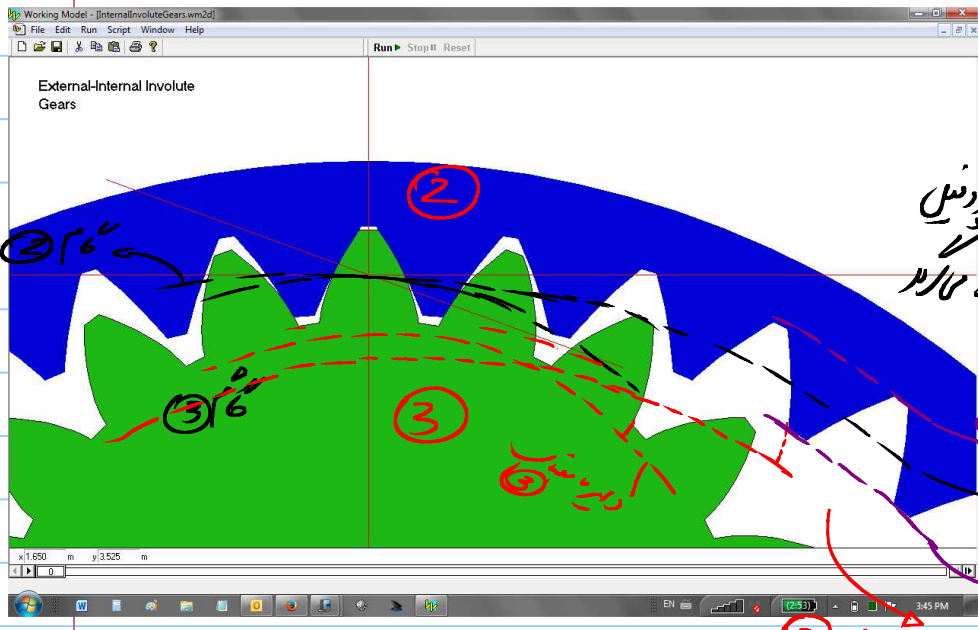
$$\Rightarrow r_{AK} = \left[(r_3 + a)^2 - r_{3b}^2 \right]^{1/2} - \left[r_3^2 - r_{3b}^2 \right]^{1/2} = \left[(r_3 + a)^2 - r_{3b}^2 \right]^{1/2} - r_3 \sin \phi$$

$$z = r_{BK} + r_{AK} = \left[(r_2 + a)^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2} + \left[(r_3 + a)^2 - r_{3b}^2 \right]^{1/2} - (r_2 + r_3) \sin \phi$$

$$m_c = \frac{z}{p_b} \quad (p_b = \frac{2\pi r_b}{N})$$

* دنت ستنده مقایسه ۲، ۳ بعد از نصب کاعده تغییر نکند (۲ بیتره ۳ بیتره شدن)
 در رابط نون همایه نسبت مقایسه داخلی (بعد از نصب) پارانترها فرق استناد شد

دستری جهت چرخنده ها در داخل - خارج :



در چرخنده داخل و همچنین
 دندانه ها بر اساس یک دایره سب
 این در شدن آنها بخش معکوس
 ایندلت برابر تعداد دندانه حفظ می ماند
 در رابط شعاع ۶ام
 سب و دایره ۱
 که مد است به
 چرخنده خارج
 است

آن در رابط هر دو برابر پاره خط تماس تغییر نسبت زیر این ده شد (۳ خارج، ۲ داخل) شده

$$z = \left[(r_3 + a)^2 - r_{3b}^2 \right]^{1/2} - \left[(r_2 - a)^2 - r_{2b}^2 \right]^{1/2} + (r_2 - r_3) \sin \phi$$

مثال: برابر دو چرخند - بندازنده تمامند شمعکات زیر در شتاب

$$p = \left(\frac{N}{d} \right) = 5 \text{ in}^{-1}, \quad \phi = 20^\circ, \quad N_2 = 24, \quad N_3 = 32$$

$$z = \left[(r_3 + a)^2 - r_{b3}^2 \right]^{1/2} + \left[(r_2 + a)^2 - r_{b2}^2 \right]^{1/2} - (r_2 + r_3) \tan \phi$$

در صورتی که شرایط نصب در شتاب باشد، شرایط ایده آل در نظر گرفته می شود

$$p = 5 \text{ in}^{-1} = \frac{N}{d} \rightarrow \textcircled{2} \quad \frac{24}{d_2} = 5 \text{ in}^{-1} \Rightarrow d_2 = \frac{24}{5} \text{ in} = 4.8''$$

$$r_2 = 2.4''$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{32}{d_3} = 5 \text{ in}^{-1} \Rightarrow d_3 = \frac{32}{5} \Rightarrow$$

$$r_3 = 3.2''$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \phi = 2.4 \cos 20^\circ = 2.25''$$

$$r_{b3} = r_3 \cos \phi = 3.2 \cos 20^\circ = 3''$$

$$a = m = \frac{1}{p} = \frac{1}{5} \text{ in} = 0.2 \text{ in}$$

$$z = \left[(3.2 + 0.2)^2 - 3^2 \right]^{1/2} + \left[(2.4 + 0.2)^2 - 2.25^2 \right]^{1/2} - (2.25 + 3) \tan 20^\circ$$

$$= 0.966''$$

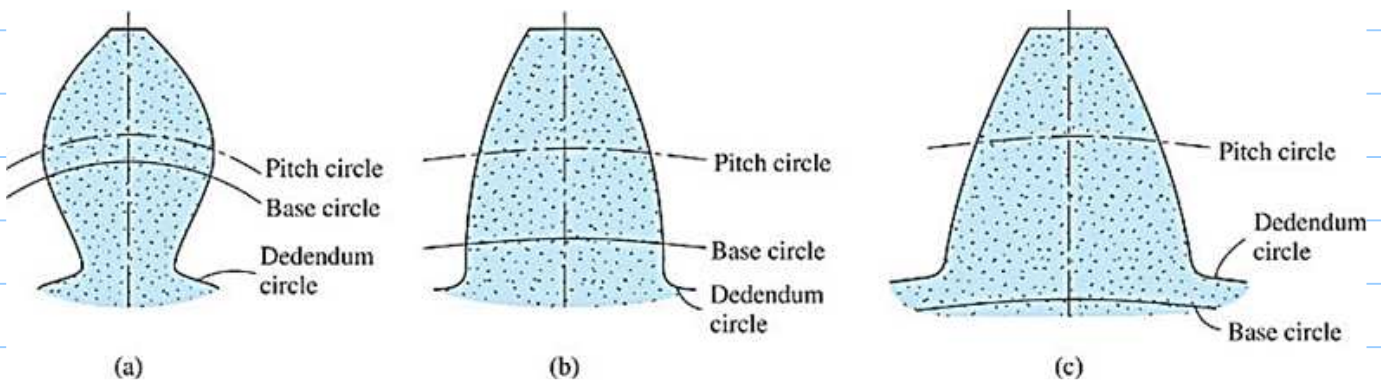
$$m_c = \frac{z}{p_b} = \frac{0.966}{\frac{2\pi r_{b2}}{N_2}} = \frac{0.966}{\frac{2\pi(2.25)}{24}} = 1.64 > 1.4$$

نتیجه: در صورتی که در زمان نصب ناصح را از $5.6'' = 2.4 + 3.2 = 5.6''$ افزایش $5.7''$ افزایش
 یابد، نسبت تماس صبر را در دست آورده ($m_c = 1.17$)

تداخل

در صورت کاهش تعداد دندانه‌ها در یک چرخنده، با قطر کام ثابت اندازه دندانه (مقطع) تغییر افزایش می‌یابد. (↑ m) در این حالت شعاع دایره جنبه درجه از شعاع

دایره درجه بزرگتر خواهد شد. در این صورت ناحیه دراز بر دندانه که زیر دایره جنبه قرار می‌گیرد را شعاع تراش می‌نامند.



در صورت تماس دو دندانه در ناحیه غیر انویلود نسبت سرعت غیر از نسبت است
نمی‌باشد. در حرکت چرخنده‌ها تغییر خواهد کرد. این موضوع باعث ایجاد تنش‌ها
سختی در دندانه‌ها و احتمالاً گیر کردن چرخنده‌ها می‌شود.

تشخیص تداخل

طبق دایگرام در بالا تماس چنانچه تماس دو دندانه در منحنی‌های انویلود باشد
نقطه تماس در یک دایره مشترک قرار می‌گیرد. در غیر این صورت تداخل خواهد بود.

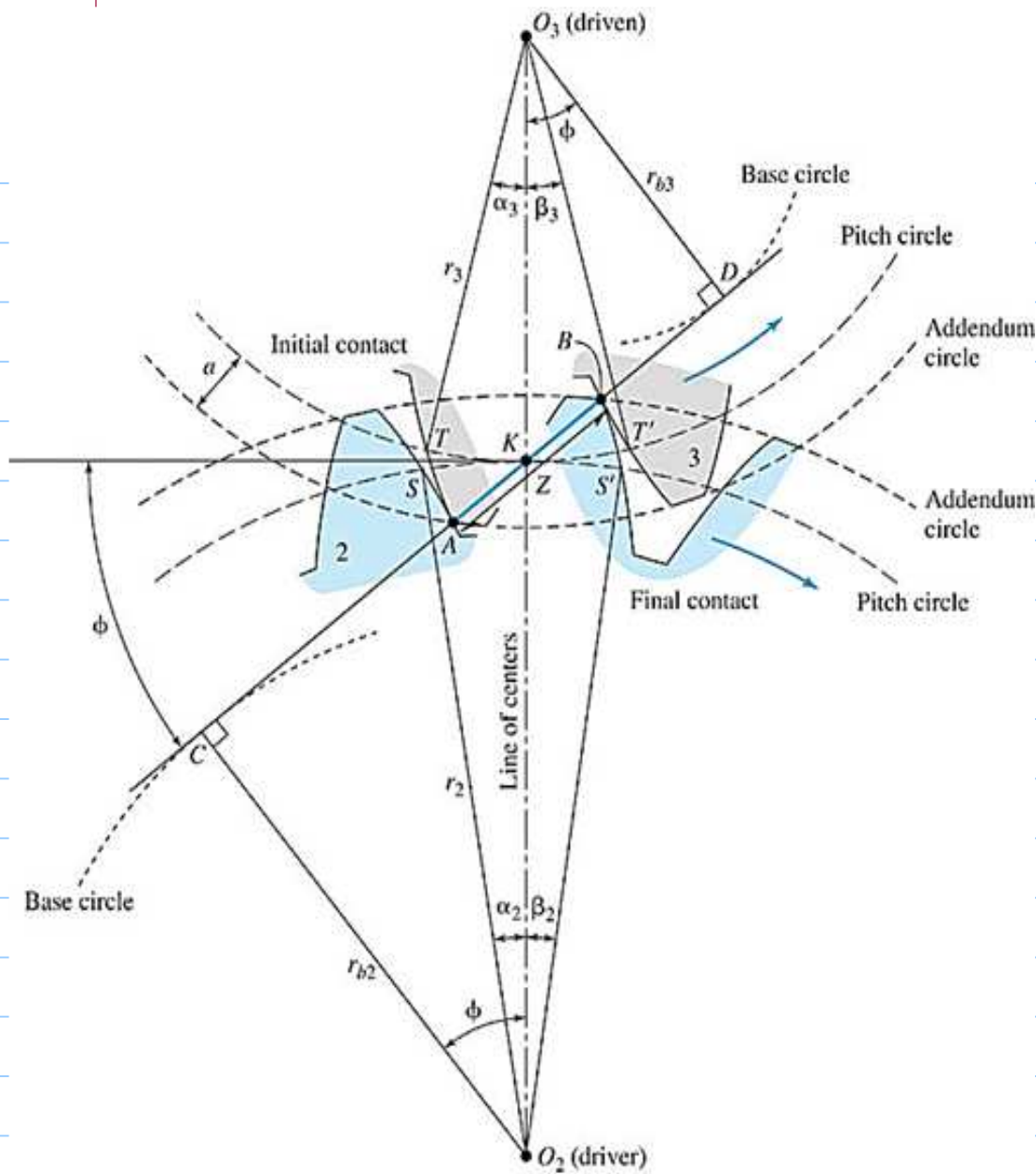
$$AK > CK \quad \text{و} \quad BK > DK$$

در افتد گیر تماس در یک دایره مشترک آغاز شده (تماس از ناحیه بالین دایره
جنب شروع نشده است).

مقادیر AK ، BK در محاسبه نسبت تماس بدست می‌آید.

$$AK = \left[(r_3 + a)^2 - r_{b3}^2 \right]^{1/2} - r_3 \sin \phi$$

$$BK = \left[(r_2 + a)^2 - r_{b2}^2 \right]^{1/2} - r_2 \sin \phi$$



محاسبه کردیم :

$$CK = r_2 \sin \phi$$

$$= r_{b2} \tan \phi$$

$$DK = r_3 \sin \phi$$

$$= r_{b3} \tan \phi$$

مثال : در یک چرخدنده سه دانه ($\phi = 20^\circ$, $m = 10 \text{ mm}$) در ناصبه مرکزها مرکز 500 mm با فرض $N_2 = 12$, $N_3 = 87$ که در ناصبه با فرض در ناصبه ها تمام شد و نوع تداخل را مشخص کنید

$$m = \frac{d}{N} \Rightarrow 10 = \frac{d_2}{12} \Rightarrow d_2 = 120 \text{ mm} \rightarrow r_2 = 60 \text{ mm}$$

$$10 = \frac{d_3}{87} \Rightarrow d_3 = 870 \text{ mm} \rightarrow r_3 = 435 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow r_2 + r_3 = 435 + 60 = 495$$

پس چرخدنده ها با 5 mm ناصبه نصب شده اند

$$r_2' + r_3' = 500 \Rightarrow \frac{r_{2b}}{\cos \phi'} + \frac{r_{3b}}{\cos \phi'} = 500 = \frac{1}{\cos \phi'} (r_{2b} + r_{3b}) \quad (I)$$

$$r_{2b} + r_{3b} = r_2 \cos 20^\circ + r_3 \cos 20^\circ = \cos 20^\circ (495) = 465.15 \text{ mm} \rightarrow \text{کندار}$$

در (I)

$$\Rightarrow 500 = \frac{1}{\cos \phi'} (465.15) \Rightarrow \cos \phi' = 0.930 \rightarrow \phi' = \underline{21.62}$$

$$r_2' = r_{2b} / \cos \phi' = 60.19, \quad r_3' = \frac{r_{3b}}{\cos \phi'} = 439.34 \text{ mm}$$

$$AK = [(r_2' + a)^2 - r_{2b}^2]^{\frac{1}{2}} - r_2' \sin \phi' = 25.71 \text{ mm}$$

$$BK = 20.28 \text{ mm}$$

$$CK = 22.21 \text{ mm}$$

$$DK = 161.02 \text{ mm}$$

$$AK = 25.71 > CK = 22.21 \quad \times$$

$$BK = 20.28 < DK = 161.02$$

تداخل داریم!

نکته: محاسبه حداقل فاصله مرکز تا مرکز چرخندها در یک چرخه باشد تا تداخل اتفاق نیفتد. برابر با شعاع بیشت است، نسبت تماس را حساب کنید

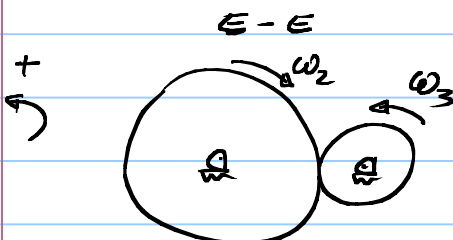
در صورتی که تماس در چرخنده باعث تداخل شود در آن به "ریشه تراشی" از تداخل جلوگیری کرد

- انجام ریشه تراشی باعث می شود تقویم که فرودها را برای تعیین تداخل به میانه نسبت تماس استفاده کنیم

- این محل باعث ایجاد مرکز تنش در مدفع تراشیده شده و کاهش استحکام ندارد

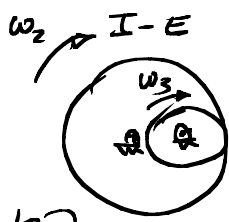
فصل ۴ سامانه های چرخنده

این سامانه ها از ترکیب تعداد چرخنده داخلی یا خارجی و همچنین تعداد المانها انتقال دهنده تشکیل می شوند و وظیفه انتقال توان و تغییر سرعت - تقویم (در نظر معقول دیگر)



را معجزه دارند

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_3} = -\frac{\frac{1}{2} \pi \times N_2}{\frac{1}{2} \pi \times N_3} = -\frac{N_2}{N_3} = e_{3/2} \quad \left(\omega_3 = e_{3/2} \omega_2 \right)$$



$$\Rightarrow \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{N_2}{N_3} = e_{3/2}$$

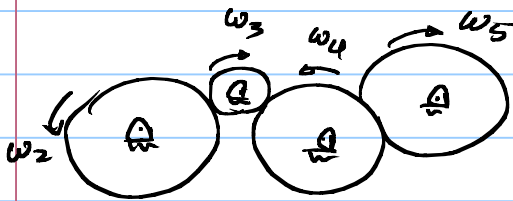
Simple }
 Compound }

Ordinary (محورها چرخنده ثابت)
 planetary (محور یک محور متحرک)

سازه های چرخنده

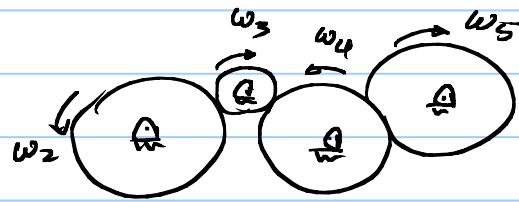
Simple Ordinary
 Gear System

یعنی در هر محور فقط یک چرخنده نصب شد، در محورها ثابت هستند



$$\omega_5 = e_{5/2} \omega_2$$

ادرسه



$$\omega_5 = e_{5/2} \omega_2$$

$$e_{5/2} = ?$$

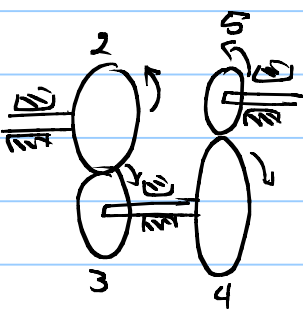
$$\left. \begin{aligned} \omega_3 &= e_{3/2} \omega_2 \\ \omega_4 &= e_{4/3} \omega_3 \\ \omega_5 &= e_{5/4} \omega_4 \end{aligned} \right\} \omega_5 = e_{5/4} e_{4/3} e_{3/2} \omega_2$$

$$= \left(-\frac{N_4}{N_5} \right) \left(-\frac{N_3}{N_4} \right) \left(-\frac{N_2}{N_3} \right) \omega_2$$

$$= -\frac{N_2}{N_5} \omega_2$$

پس زنجیره ساد و معد نسبت سرعت در در و خروجی تنها داشته باشد چرخنده ها را اول و آخر است
کار در این زنجیره عمدتاً در تعیین محل شفت خروجی یا تعیین جهت چرخش شفت خروجی است.

زنجیره معد ترکیبی : (بین از یک چرخنده در یک شفت)



$$\omega_5 = e_{5/2} \omega_2 \quad e_{5/2} = ?$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_3 &= e_{3/2} \omega_2 \\ \omega_4 &= \omega_3 \\ \omega_5 &= e_{5/4} \omega_4 \end{aligned} \right\} \omega_5 = e_{5/4} e_{3/2} \omega_2$$

$$= \left(-\frac{N_4}{N_5} \right) \left(-\frac{N_2}{N_3} \right) \omega_2$$

$$e_{5/2} = \frac{N_2 N_4}{N_3 N_5}$$

مثال : با استفاده از طرح زنجیره ترکیبی فوق، برابر نسبت تبدیل ۶۰ اندازه

چرخنده ها 2، 5 را تعیین کنید طوری که کوچکترین چرخنده 10 دندان داشته باشد
 و سایر بزرگترین آنها کمینه شود (فرض کنید مدول ثابت)

$$e_{s/2} = \frac{N_2 N_4}{N_3 N_5} = \frac{1}{60}$$

$$\text{let } N_2 = 10 \Rightarrow \frac{N_4}{N_3 N_5} = \frac{1}{600}$$

اگر کمترین سایر قابل قبول برابر N_4 را 10 فرض کنیم $\Leftarrow$

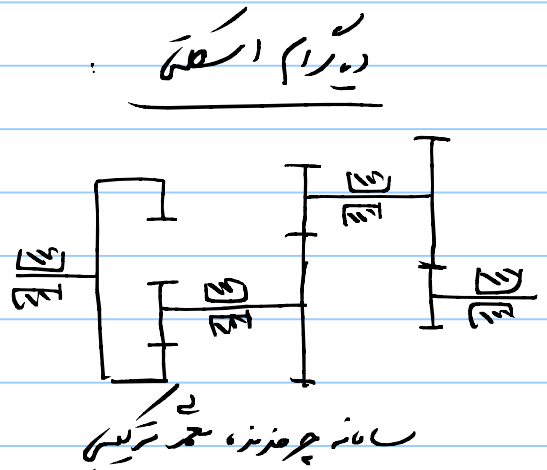
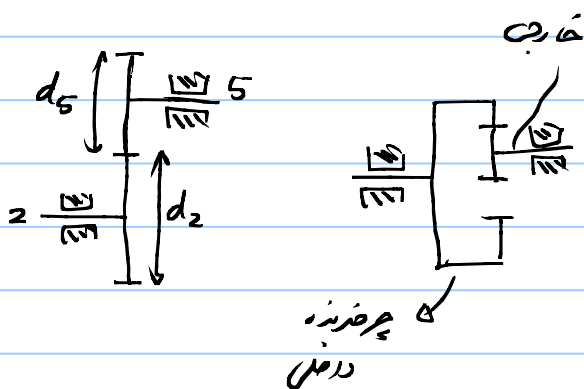
$N_3 N_5 = 6000 \rightarrow$ برابر کمینه شدن سایر $\rightarrow N_3 = N_5$
 بزرگترین چرخنده در دو عدد صحیح باشند

$$6000 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \Rightarrow$$

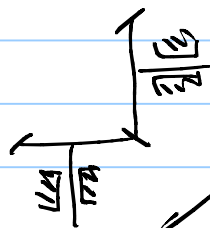
$$N_3 = 5 \cdot 3 \cdot 5 = 75 \Rightarrow$$

$$N_5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$$

N_2	N_4	N_3	N_5
10	10	75	80

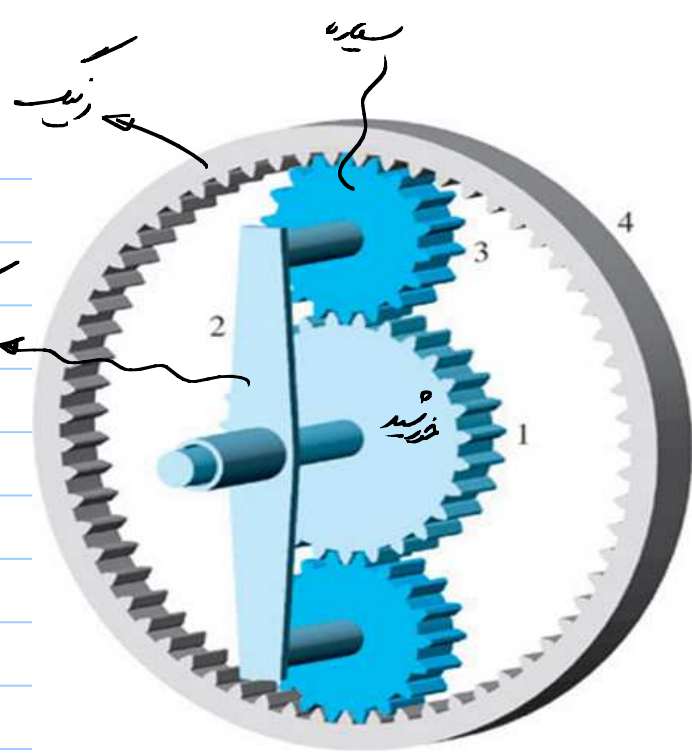


چرخنده خورشیدی



چرخنده متصل به شفت

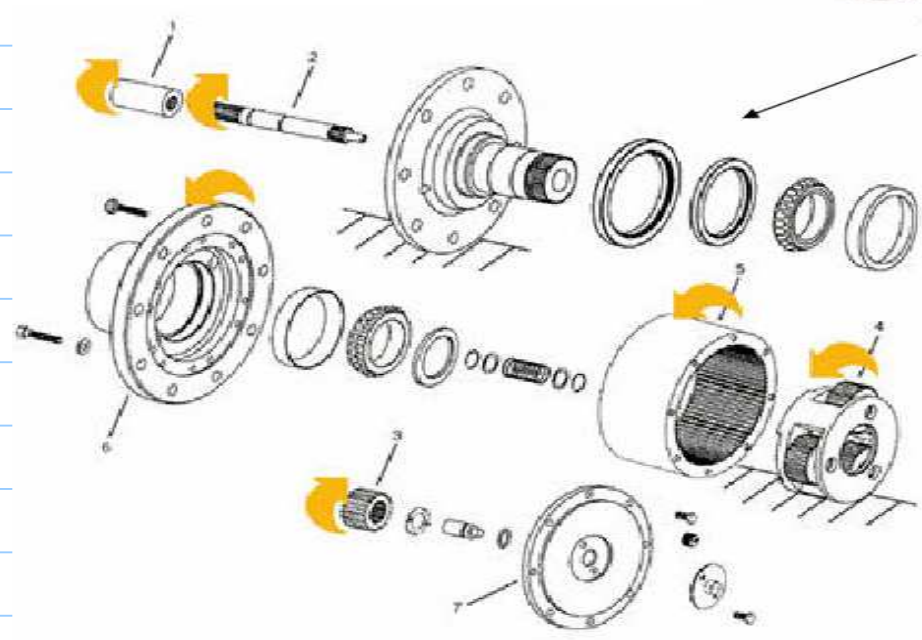
ساختار چرخه سیردار



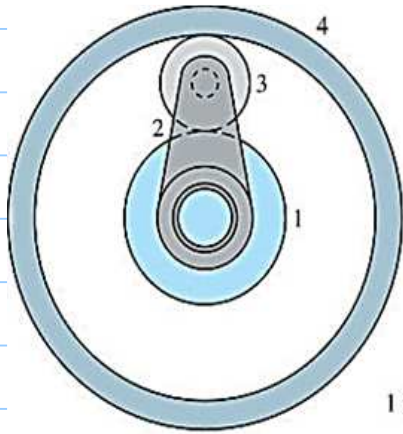
ساختار چرخه سیردار
نوع A

ساختار
Carrier
Cage

کاربردها

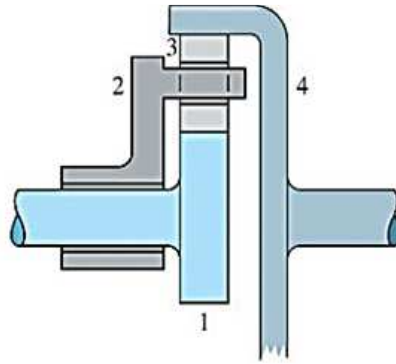


تحلیل سینک و پلانیت در نوع A



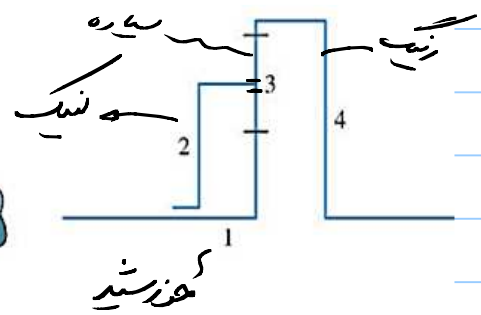
1 Sun gear

(a)



2 Crank or planet carrier

(b)



3 Planet gear

4 Ring gear

(c)

$$n = 4$$

$$j_1 = 4 + 2 = 6$$

$$m = 4 \times 3 - 6 \times 2 + 2 = 2$$

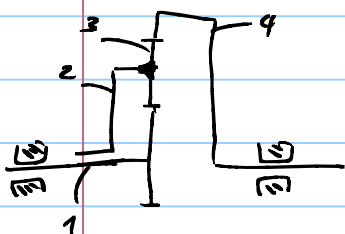
۲ قیود یکسان

تعداد درجه آزادی؟

با توجه به خطی بودن روابط سرعت بین چرخندها از سرچشمش استفاده میکنیم یعنی هر دو یک دور در یک سیم دارد. سرعت اجزاء را حسب بگرد و نهایتاً آثار را جمع میکنیم.

در دورها : ② نسبت ③ و ② نسبت ③

حالت اول : سیاره نسبت به نیک ثابت و سرعت دور x به نیک دارد. سدر

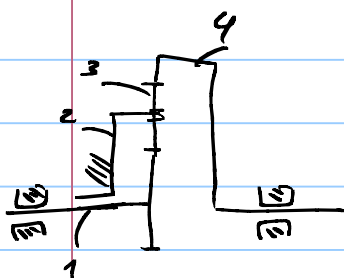


$$\omega_2 = x \Rightarrow \omega_1 = \omega_4 = x = \omega_3$$

حالت دوم : نیک ثابت ($\omega_2 = 0$)

در دورها ③ به ② به هم آن متدلیل ترکان است که سرعت y

را به چرخنده ① اعمد لائیم (تفاوت نزدیک)



$$\omega_1 = y$$

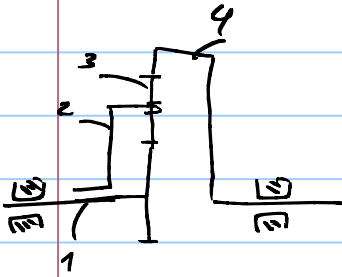
$$\omega_3 = e_{3/1} \omega_1 = - \frac{N_1}{N_3} y$$

$$\omega_4 = e_{4/3} e_{3/1} \omega_1 = \left(\frac{\cancel{N_3}}{N_4} \right) \left(-\frac{N_1}{\cancel{N_3}} \right) y = -\frac{N_1}{N_4} y$$

i.e. $\rightarrow$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= x + y \\ \omega_2 &= x + 0 \\ \omega_3 &= x - \frac{N_1}{N_3} y \\ \omega_4 &= x - \frac{N_1}{N_4} y \end{aligned}$$

میدانهای از محاسبه می‌شود



$$\begin{aligned} \omega_1 &= x + y \\ \omega_2 &= x + 0 \\ \omega_3 &= x - \frac{N_1}{N_3} y \\ \omega_4 &= x - \frac{N_1}{N_4} y \end{aligned} \rightarrow \text{جمع آثار}$$

مثال: در یک ماشین سه دراز فنون اگر نسبت ثابت و خورشید در دور دینامیک (2) خروجی باشد، نسبت تبدیل را بدست آوریم.

$$\omega_4 = 0 \quad \omega_2 = 0 = x - \frac{N_1}{N_4} y \rightarrow x = \frac{N_1}{N_4} y \quad (I)$$

دور ω_1 ، خروجی ω_2

$$\omega_2 = x \rightarrow (I) \rightarrow \omega_2 = \frac{N_1}{N_4} y$$

$$\omega_1 = x + y = (I) = \frac{N_1}{N_4} y + y = \left(1 + \frac{N_1}{N_4}\right) y$$

$$e_{2/1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\frac{N_1}{N_4} y}{\left(1 + \frac{N_1}{N_4}\right) y} = \frac{N_1}{N_1 + N_4}$$

در صورتی که نسبت (2) ثابت، خورشید در دور ω_1 و نسبت خروجی باشد نسبت تبدیل چیست

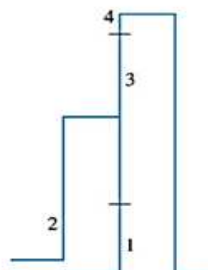
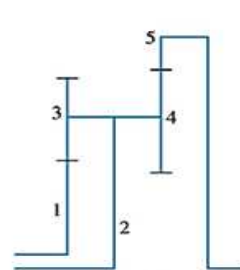
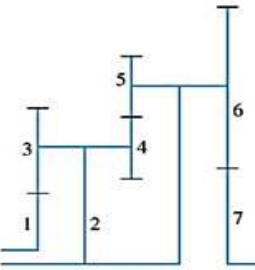
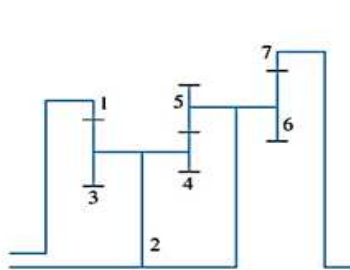
$$\omega_2 = 0, \quad e_{4/1} = \frac{\omega_4}{\omega_1}$$

$$\omega_2 = x = 0$$

$$\omega_4 = x - \frac{N_1}{N_4} y = -\frac{N_1}{N_4} y, \quad \omega_1 = x + y = y$$

$$e_{4/1} = -\frac{N_1}{N_4}$$

در کتاب (مضامین 6) جدولی از انواع ماشینهای سه دراز و روابط سرعت آنها در دور دینامیک آورده شده است. در روابط سرعت را با کمک روش جمع آثار در دسترس قرار می‌دهیم و نسبت تبدیل را بدست آوریم.

 Type A	 Type B	 Type C	 Type D
$\omega_1 = x + y$ (A-1)	$\omega_1 = x + y$ (B-1)	$\omega_1 = x + y$ (C-1)	$\omega_1 = x + y$ (D-1)
$\omega_2 = x$ (A-2)	$\omega_2 = x$ (B-2)	$\omega_2 = x$ (C-2)	$\omega_2 = x$ (D-2)
$\omega_3 = x - \frac{N_1}{N_3} y$ (A-3)	$\omega_3 = x - \frac{N_1}{N_3} y$ (B-3)	$\omega_3 = x - \frac{N_1}{N_3} y$ (C-3)	$\omega_3 = x + \frac{N_1}{N_3} y$ (D-3)
$\omega_4 = x - \frac{N_1}{N_4} y$ (A-4)	$\omega_4 = x - \frac{N_1}{N_3} y$ (B-4)	$\omega_4 = x - \frac{N_1}{N_3} y$ (C-4)	$\omega_4 = x + \frac{N_1}{N_3} y$ (D-4)
	$\omega_5 = x - \frac{N_1 N_4}{N_3 N_5} y$ (B-5)	$\omega_5 = x + \frac{N_1 N_4}{N_3 N_5} y$ (C-5)	$\omega_5 = x - \frac{N_1 N_4}{N_3 N_5} y$ (D-5)
		$\omega_6 = x + \frac{N_1 N_4}{N_3 N_5} y$ (C-6)	$\omega_6 = x - \frac{N_1 N_4}{N_3 N_5} y$ (D-6)
		$\omega_7 = x - \frac{N_1 N_4 N_6}{N_3 N_5 N_7} y$ (C-7)	$\omega_7 = x - \frac{N_1 N_4 N_6}{N_3 N_5 N_7} y$ (D-7)

مثال: در سازه نوع A اگر فرض شد سرعت a، شدت ②، سرعت b بحیض

سرعت رینگ راجع به نایله

$$\begin{aligned}\omega_1 &= x + y \\ \omega_2 &= x + 0 \\ \omega_3 &= x - \frac{N_1}{N_3} y \\ \omega_4 &= x - \frac{N_1}{N_4} y\end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = x + y = a \\ \omega_2 = x = b \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{درجه 1} \\ \text{درجه 2} \end{array}$$

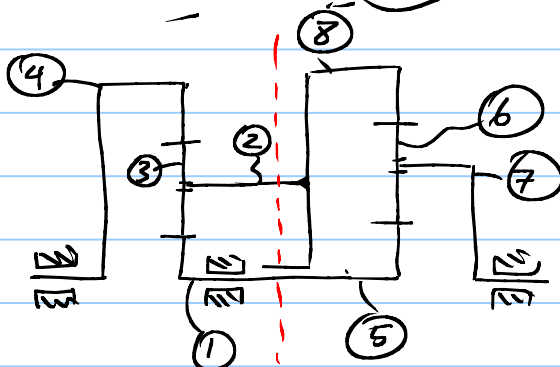
$$\Rightarrow x = b,$$

$$x + y = a \Rightarrow y = a - b$$

$$\Rightarrow \omega_4 = x - \frac{N_1}{N_4} y = b - \frac{N_1}{N_4} (a - b)$$

$$= b \left(1 + \frac{N_1}{N_4} \right) - a \frac{N_1}{N_4}$$

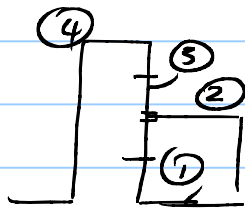
مثال: روابط سرعت را در سازه سه درجه ای زیر به دست آوریم



درجه اتصالات

$$6 \times 3 - 6 \times 2 - 4 \times 1 = 2$$

برابر روابط سرعت هاتمان را می‌تواند در دو معادله فوق A فرض نموده و روابط آنها را جداگانه از جدول کتاب استخراج کرده و نهایتاً با اعمال قیدهای مناسب (افعال درون‌شمار) روابط را ترکیب نمود -



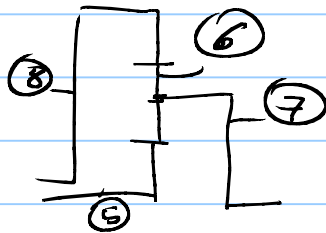
Type A

$$\omega_1 = x_1 + y_1$$

$$\omega_2 = x_1$$

$$\omega_3 = x_1 - \frac{N_1}{N_3} y_1$$

$$\omega_4 = x_1 - \frac{N_1}{N_4} y_1$$



Type A

$$\omega_5 = x_2 + y_2$$

$$\omega_7 = x_2$$

$$\omega_6 = x_2 - \frac{N_5}{N_6} y_2$$

$$\omega_8 = x_2 - \frac{N_5}{N_8} y_2$$

افعال در دو معادله به معنی اعمال قیدها می‌باشد:

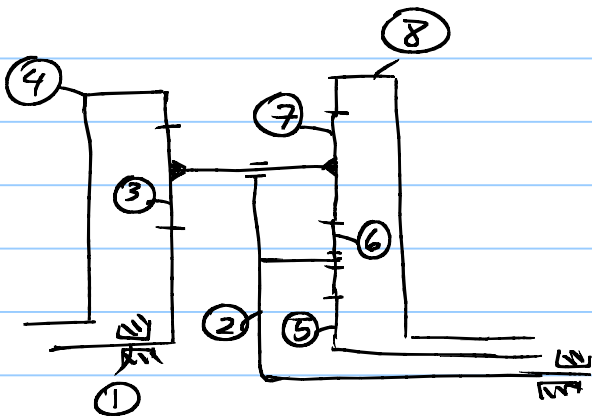
$$\omega_2 = \omega_8 \Rightarrow x_1 = x_2 - \frac{N_5}{N_8} y_2 \quad \text{I}$$

$$\omega_1 = \omega_5 \Rightarrow x_1 + y_1 = x_2 + y_2 \Rightarrow y_1 = x_2 + y_2 - x_2 + \frac{N_5}{N_8} y_2$$

$$y_1 = y_2 \left(1 + \frac{N_5}{N_8}\right) \quad \text{II}$$

پس با جایگزینی II در روابط همت‌گانه فوق روابط سرعت هاتمان را می‌تواند در دو معادله مستقل x_2 و y_2 به دست آورد.

* اگرچه روش تقسیم کردن هاتمان به دو معادله در هر دو معادله به صورت جداگانه می‌تواند همراه روش جمع آثار قابل استفاده است.



شکل: به کمک روش جمع آثار روابط سرعت هاتمان در هر دو معادله می‌تواند به دست آید.

$$m = 7$$

$$DOF = 7 \times 3 - 7 \times 2 - 5 = 2$$

درصلت در نظر بگیریم :

حالت اول ⑥ نسبت ② سرعت صفر (مثلاً) و در برابر ② درجهیم

$$\omega_2 = x$$

$$\omega_1 = \omega_3 = \dots = \omega_8 = x$$

حالت دوم ② ثابت (سرعت صفر) و در برابر ⑤ درجهیم (تأثیر ⑤ بر سرعت و در برابر ⑥ در درجهیم آن به یک به این که سازه به یک است فزونی نخواهد کرد)

$$\omega_2 = 0, \omega_5 = y$$

$$\omega_3 = \frac{N_7}{N_5} y$$

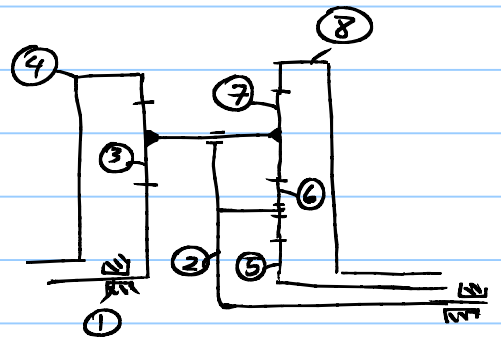
$$\omega_6 = -\frac{N_6}{N_5} y$$

$$\omega_4 = \frac{N_4}{N_3} \cdot \frac{N_7}{N_5} y$$

$$\omega_7 = +\frac{N_7}{N_5} y$$

$$\omega_1 = -\frac{N_1}{N_3} \cdot \frac{N_7}{N_5} y$$

$$\omega_8 = +\frac{N_8}{N_5} y$$



جمع می‌کنیم :

$$\omega_1 = x - \frac{N_1 N_7}{N_3 N_5} y$$

$$\omega_5 = x + y$$

$$\omega_2 = x$$

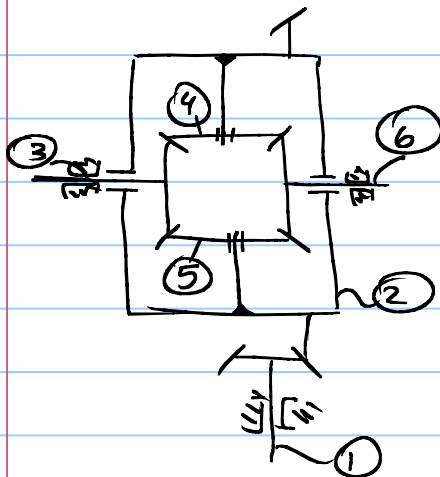
$$\omega_6 = x - \frac{N_6}{N_5} y$$

$$\omega_3 = \frac{N_7}{N_5} y$$

$$\omega_8 = x + \frac{N_8}{N_5} y$$

$$\omega_4 = \frac{N_4 N_7}{N_3 N_5} y + x$$

$$\omega_7 = x + \frac{N_7}{N_5} y$$

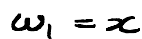


دینفراسین :

درجهت آزاد

$$DOF = 6 \times 6 - 6 \times 5 - 4 = 2$$

↓
عضو ششم



$$\omega_2 = \frac{N_1}{N_2} x$$

$$\omega_3 = \omega_6 = \omega_2 = \frac{N_1}{N_2} \alpha, \quad \omega_4 = \omega_5 = 0$$

ب۔ (2) نہیں می سیم و ورد علی راہ (3) می دھم

~~$\omega_2 = \omega_1 = 0$~~

$$\omega_2 = \omega_1 = 0$$

$$\omega_3 = y, \quad \omega_6 = -\omega_3 = -y \quad (N_6 = N_5 = N_4 = N_3 \sqrt{\frac{c}{\rho_s}})$$

انرجع ٤١

$$\omega_1 = 2\pi$$

$$\omega_3 = \frac{N_1}{N_2} x + y$$

$$\omega_2 = \frac{N_1}{N_2} \alpha$$

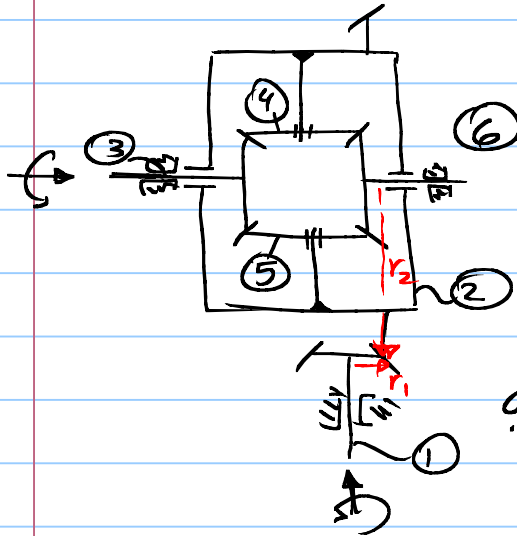
$$\omega_0 = \frac{N_1}{N_2} x - y$$

- در صورت طی حجاب و عدم دانسته قطعاً باشند

$$\omega_3 + \omega_6 = 2 \frac{N_1}{N_2} x = 2 \omega_2 = 2 \frac{N_1}{N_2} \omega_1 -$$

* چوتھی، دس سرعت اعمال لہذا مودر، شہ کثیف سرعت چرخہ، صوفی سرابوں سے تھکے
معلوم نہیں،

سوال : در صورت وجود بارشکاف T_3 ، T_6 در خروجی دینامیل و سرعت ω_1 تغییر ω_3 ، ω_6 را تعیین کنید :



تعداد اسکال زنده ها در بند (2) در

راستار

$$T_3 + T_6 + T_1 \cdot \frac{r_2}{r_1} = 0 \Rightarrow T_3 + T_6 = -\frac{N_2}{N_1} T_1$$

همچنین در حالت تعادل مجموع گشتاورها خارج (توان) در کل سیستم به صفر باشد

$$T_1 \omega_1 + T_3 \omega_3 + T_6 \omega_6 = 0 \Rightarrow$$

$$T_1 x + T_3 \left(\frac{N_1}{N_2} x + y \right) + T_6 \left(\frac{N_1}{N_2} x - y \right) = 0$$

$$T_1 x + \frac{N_1}{N_2} x (T_3 + T_6) + y (T_3 - T_6) = 0 \Rightarrow (*) \Rightarrow$$

$$-\frac{N_1}{N_2} (T_3 + T_6) x + \frac{N_1}{N_2} x (T_3 + T_6) + y (T_3 - T_6) = 0$$

$$y (T_3 - T_6) = 0 \Rightarrow$$

$$T_3 = T_6 \quad (1)$$

$$y = 0 \quad (2)$$

پس در صورت $T_3 = T_6$ (بارش چرخش مساوی باشد) و تعادل دینامیل برقرار است و همچنین ω_3 و ω_6 در آنجا به رانندگی مقادیر مختلف داشته باشند

در صورتی که $y = 0$ (یعنی حرکت هر دو زنده نسبت به قاب (2) صفر شود) در این حالت

اصطلاحاً دینامیل قفل می گردد و محدوده سرعت ω_3 و ω_6 مساوی و برابر $\frac{N_1}{N_2} \omega_1$ خواهد بود

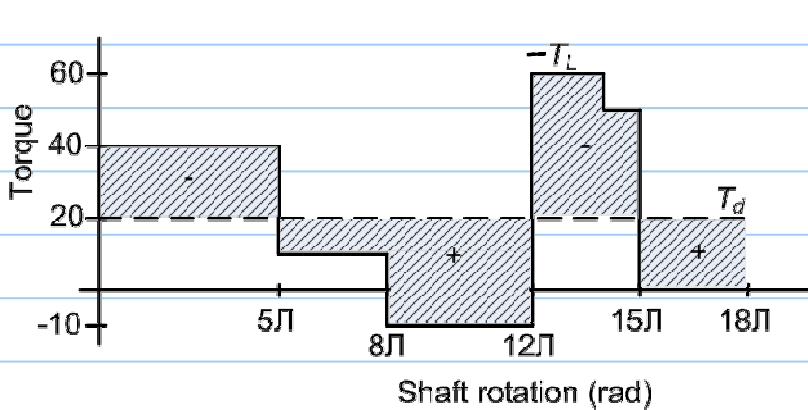
* در صورتیکه یک چرخ (3) در اسکلت دینامیل گیرد (6) "سرخ" قرار گیرد سرعت آن چرخ چقدر خواهد بود؟

برابر برآورد می‌کند. دینامیک را به دست می‌دهیم $T_3 = T_6$. به کمک این می‌توانیم چرخ ⑥
 در سطح قرار دارد گشتاد T_6 تعیین کننده مقدار گشتاد T_3 می‌گردد .
 پس گشتاد در $T_3 = T_6$ هر دو چرخ اعمال می‌شود و در صورتیکه این گشتاد برابر حرکت
 دایره‌ای می‌گردد و گشتاد $\omega_3 = 0$

در چنین حالتی اگر می‌خواهیم در نقطه دینامیک را به دست می‌دهیم ، باید بدانیم که آن یعنی $\omega = 0$
 سرعت در چرخ برابر شده و لذا چرخ ③ مجبور به حرکت گشتاد و نیز در حرکت می‌ماند و بر
 حرکت دایره‌ای می‌گردد و در نتیجه می‌گردد .

چرخ ندر - ض ۱۱

چرخ ندر Flywheel یک انرژی دوداً تقارن است که با ذخیره انرژی جنبشی آن را در مواقع ضرورت ماشین تحویل می دهد و بدین ترتیب باعث کاهش اندازه موتور در میزان نوسانات سرعت را کاهش می دهد.



شکل:
 T_L گشتاور بار
 T_d گشتاور موتور

* بدین است که مقدار کار موتور

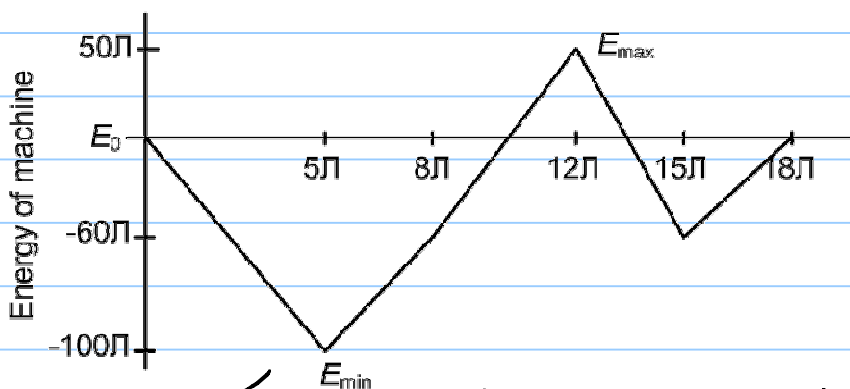
در یک سیکل کامل می تواند از مجموع کار

مورد نیاز در دست بار کمتر باشد (نمونی: این موضوع را در دیگر امثال ملاحظه کنید)

* همچنین در این است که میزان انرژی چرخ ندر در میزان نوسانات سرعت ماشین اثر خواهد داشت.

با توجه به این که قرار است چرخ ندر یک بانک انرژی باشد، چون انرژی به این بانک را می توانیم

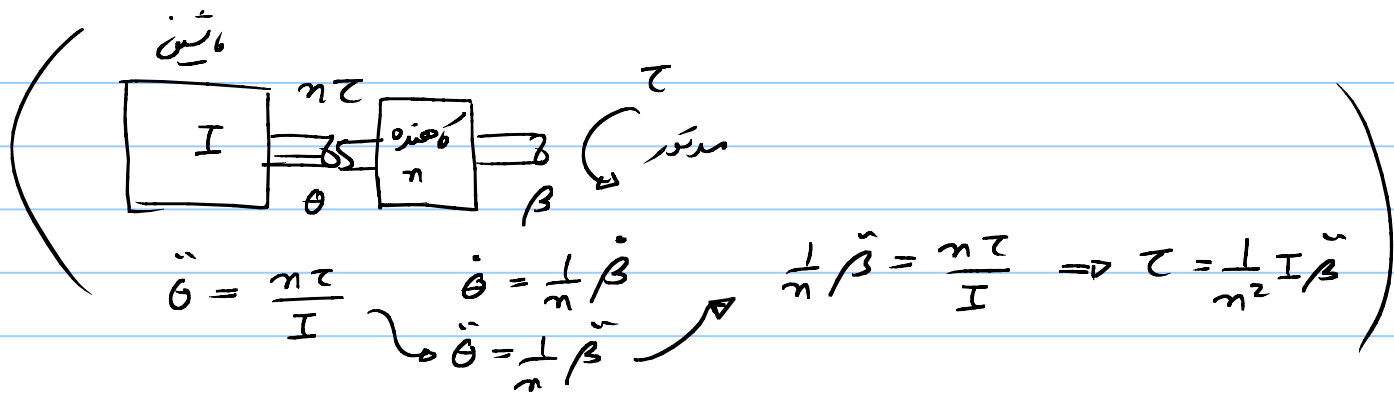
$$E = \int (T_L - T_d) d\theta$$



نکته: نوسانات سرعت $\rightarrow$ نوسانات انرژی

$$(\Delta E)_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} I \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} I \omega_{\min}^2 \quad (*)$$

I : اینرسی در آن محل (تخلیه ماشین را صافاً میخیزد) از سمت موتور



$$\textcircled{*} \Delta E_{\max} = \frac{1}{2} I (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \frac{1}{2} I (\omega_{\max} - \omega_{\min}) (\omega_{\max} + \omega_{\min})$$

تقریب: $\omega_0 = \frac{1}{2} (\omega_{\max} + \omega_{\min})$ که ω_0 را تقریباً به عنوان سرعت متوسط ماشین میگیریم

$$C_s = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_0} \quad \text{تقریب}$$

C_s : ضریب نوسانات سرعت

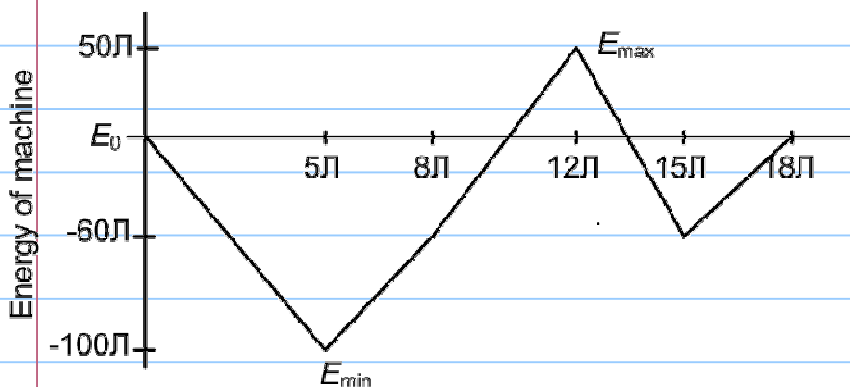
$$\Delta E_{\max} = I \omega_0^2 C_s^2 \rightarrow \text{به این ترتیب}$$

چنانچه ω_0 را همان سرعت نامی ماشین در نظر بگیریم این رابطه را برابر طلای I می توان که برابر

$$I = \frac{\Delta E_{\max}}{\omega_0^2 C_s^2}$$

مثال: در مثال فوق اگر اینرسی ماشین 5 kgm² و سرعت نامی موتور 60 rpm

باشد میزان نوسانات سرعت چقدر است.



$$\Delta E_{\max} = E_{\max} - E_{\min}$$

$$= (E_0 + 50\pi) - (E_0 - 100\pi)$$

$$= 150\pi$$

$$\Delta E_{\max} = I C_s \omega_0^2 \Rightarrow C_s = \frac{150\pi}{5 \left(60 \frac{2\pi}{60}\right)^2} = 2.4 = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_0}$$

$$\Rightarrow \omega_{\max} - \omega_{\min} = 2.4 (60 \text{ rpm}) = 143.3 \text{ rpm}$$

برابر کاهش توان است سرعت به حد اکثر 10٪ سازه هیچ نگرانی نیست اگر چه

$$\Delta E_{\max} = (I + I_F) \omega_o^2 C_s$$

$$150\pi = (5 + I_F) \left(60 \frac{2\pi}{60}\right)^2 0.1 \Rightarrow I_F = 114.43 \text{ kg m}^2$$

در صورتیکه هیچ نگرانی از یک دیگ فذلا در تغییرات بزم ابعاد آن چندم باشد

$$I_f = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} (\pi r^2 t \rho) r^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi t \rho r^4$$



Let $t = 0.05 \text{ m} \rightarrow 114.43 = \frac{1}{2} \pi (0.05) 7800 r^4$

$\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow r = 0.66 \text{ m}$

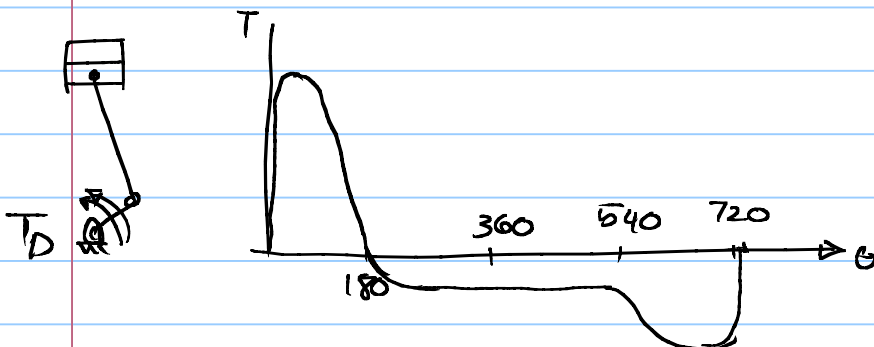
$m = \rho t \pi r^2 = 533 \text{ kg!}$

یک راه حل برابر کاهش سازه هیچ نگرانی نیست، مطابق رابطه

$$I = \frac{\Delta E_{\max}}{C_s \omega_o^2}$$

سرعت موتور (چرا) را افزایش دهیم البته در برابر احتمالاً با تغییر نسبت تبدیل گیربکس
این افزایش سرعت حیران شود اما این موضوع باعث کاهش سازه سازه
نمیشود. البته این موضوع در سرعتها حس بالا باعث ایجاد پدیدههایی در طراحی هیچ
نگران نقطه نظر ایستگاه کاهش نمیشود

در حالت طرّ تولید کنند، در صورت گشتاور زیاد، هر دو می توانند بصورت غیر تغییرات باشند



نشان

مثال: فرض کنید در یک ماشین مکانیکی در تیر دوار هر یک از تعداد محدودیت زیر باشد:

$$T_d = 100 + 20 S - 3 \theta \quad \text{Nm}$$

$$T_L = -100 - 80 S - 3 \theta \quad \text{Nm}$$

فرض سرعت نامی 600 rpm میزان انحراف در آن کل برابر حاصل ضرب اندک
درست آمد.

۱۵٪

فصل: فرض کنید دینامیک ماشین مکانیک تدبیر هر دو لحظه صورت زیر باشد:

$$T_d = 100 + 20 \sin 3\theta \quad \text{Nm}$$

$$T_L = -100 - 80 \sin \theta \quad \text{Nm}$$

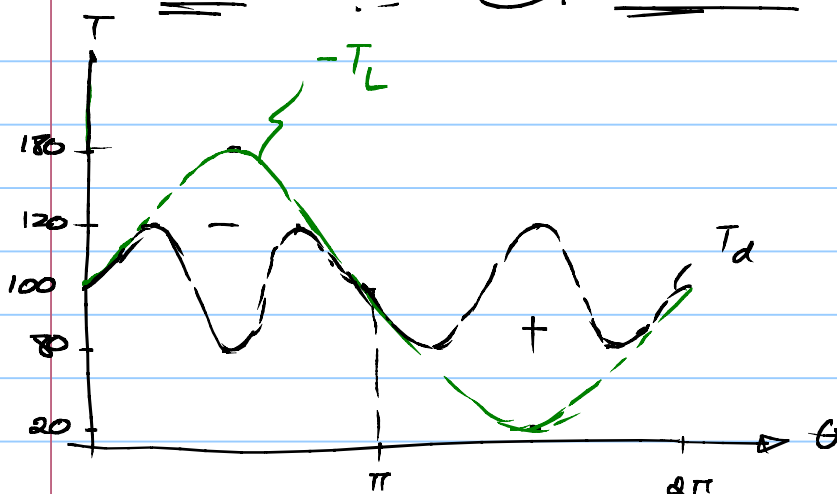
فرض سرعت نامی 600 rpm میزان انیژری در کل برابر معادل ضربه زن ۱۵٪ مربوط آید.

با توجه به شباهت انرژی ماشین که

از بخشی در برده می‌شود می‌باشد

$$E_{\max} = E_0 \quad @ \quad \theta = 0$$

$$E_{\min} \quad @ \quad \theta = \pi$$



$$\Rightarrow \Delta E_{\max} = E_0 - E_{\min}$$

$$E_{\min} = E_0 - \int_0^{\pi} (-T_L - T_d) d\theta = E_0 - \int_0^{\pi} [(100 + 80 \sin \theta) - (100 + 20 \sin 3\theta)] d\theta$$

$$= E_0 - \left[80 \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta - 20 \int_0^{\pi} \sin 3\theta d\theta \right] =$$

$$E_0 - 80 [-\cos \theta]_0^{\pi} + 20/3 [-\cos 3\theta]_0^{\pi} =$$

$$E_0 + 80 [-1 - 1] - \frac{20}{3} [-1 - 1] = E_0 - 160 + \frac{40}{3} =$$

$$E_0 - 146.7 \text{ J}$$

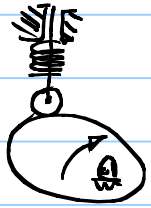
$$\Delta E_{\max} = E_0 - (E_0 - 146.7) = 146.7 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\max} = I C_s \omega_0^2 \Rightarrow I = \frac{146.7}{0.05 \left(600 \frac{2\pi}{60} \right)^2} = 0.744 \text{ kg m}^2$$

* بحث چه شش اشیاء بر تان چرخ کن را قبل از مجامع دانه ها هنده نصب کند ؟ استیاری

نقص یا بزرگ پیرو Cam & Follower

موت : تولید حرکتی خطی (رنت و رفتی) از حرکت دورانی



Roller Follower



Knife Follower

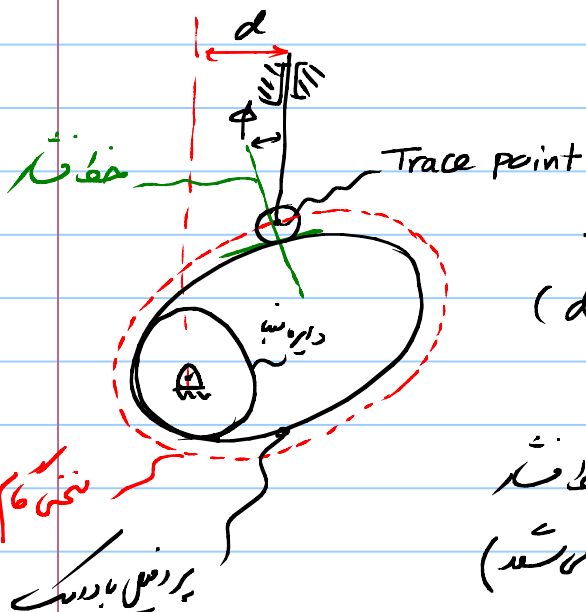


Flat Face Follower



Positive displacement
Cam-Follower

ترمیمی بزرگ پیرو



دایره دانه : بزرگترین دایره محاطی بزرگ پیرو

offset : فاصله استاندارد حرکت پیرو از مرکز دایره (d)

خطی : استاندارد محال پیرو بین بزرگ پیرو

زاویه فشار : زاویه بین استاندارد حرکت پیرو و خطی

(زاویه فشار معمولاً زیر 30 درجه داشته باشد)

نقطه ردی (Trace point) : نقطه از پیرو که حرکت پیرو را نشان میدهد

نقطه تماس : نقطه تماس بین بزرگ پیرو

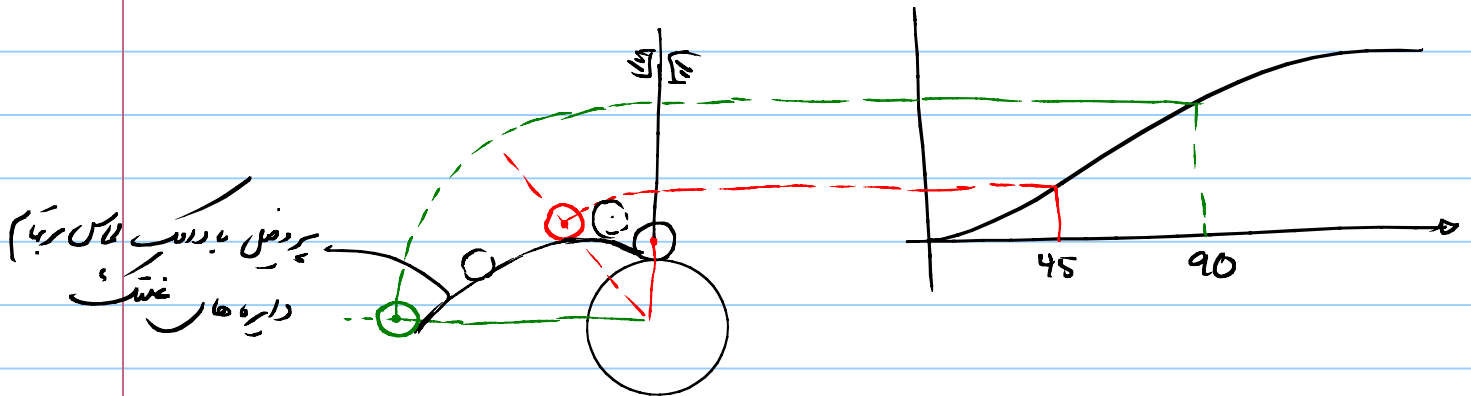
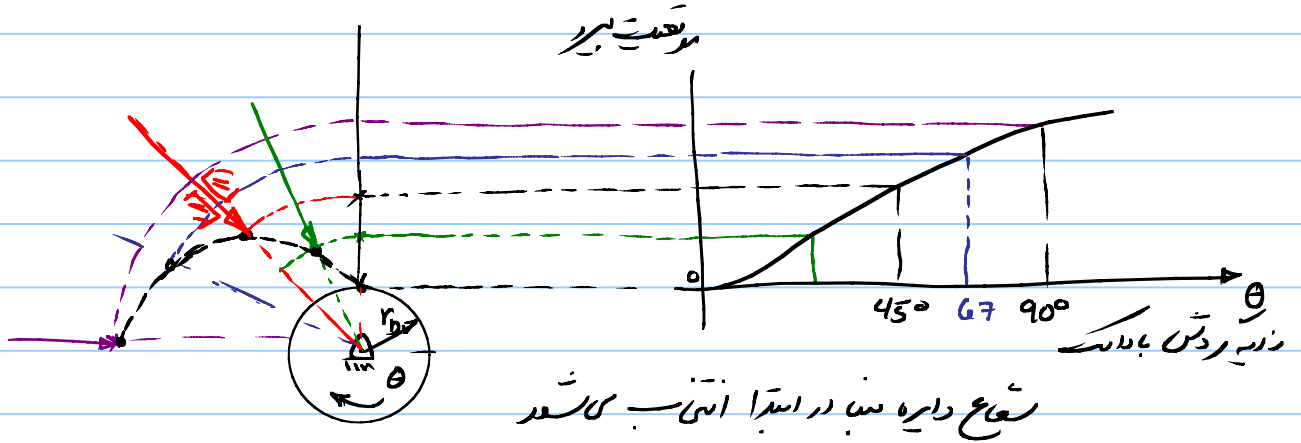
نقطه گام : سر عبور نقطه ردی نسبت به بزرگ پیرو

پرو دانه بزرگ : نقطه سطح خارجی بزرگ پیرو

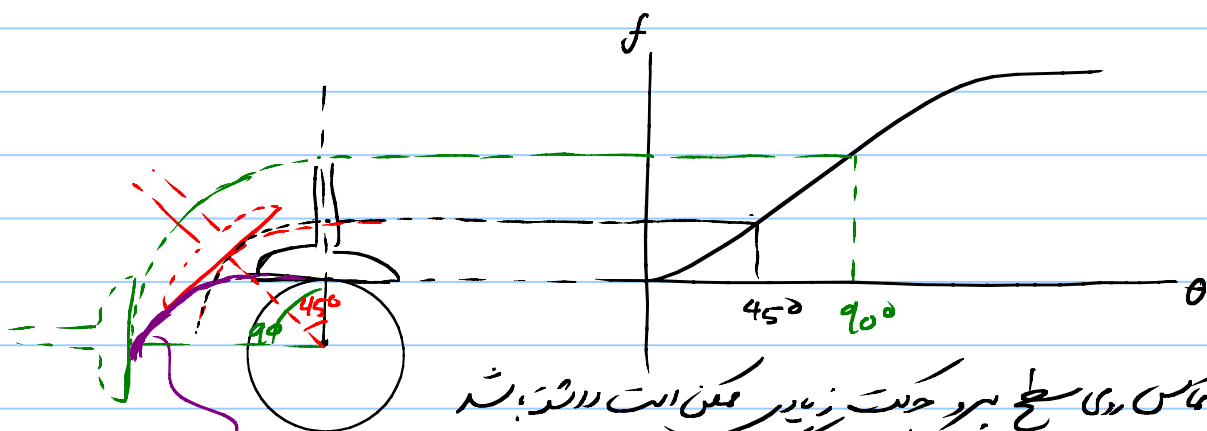
طراحی بادبند

معمولاً برای تعیین برد سرباسی ملاحظات طراحی اعم از نیروهای وارده، دوره تغییرات و ...

انتخاب مناسب
در سرباسی طراحی بادبند "الگوی حرکت برد بر حسب زاویه بردش بادبند" است
خروجی: بردش بادبند

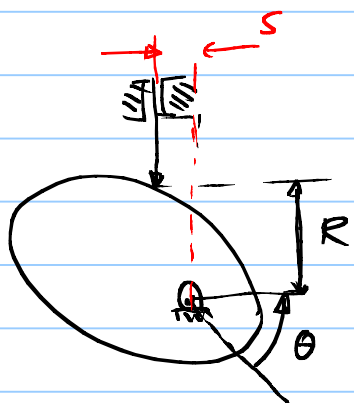


ادامه روش تریسیمی در طراحی پروفیل بادامک (آبجکت پروفیل و شعاع دایره شبیه‌انگاز شده)



* نقطه تماس روی سطح پیرو حرکت زیرین ممکن است داشته باشد
و لذا سطح پیرو به بیرون از آنجا کشیده شود

نقطه پروفیل بادامک بر یک سطح پیرو ممکن باشد

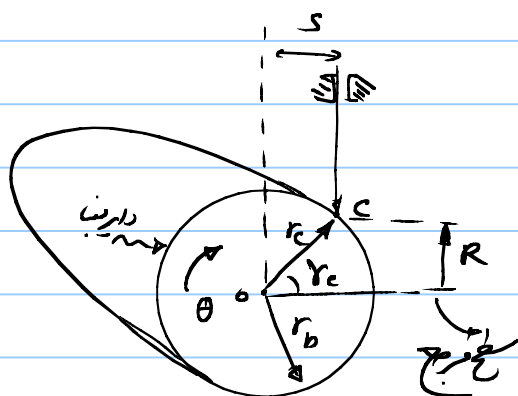


طراحی بادامک بر روی سطح:

مسیر $f(\theta)$: پروفیل حرکت پیرو
زاویه گردش بادامک

خارجی $r(\theta)$: پروفیل بادامک

مثال: برابر پیروی شعاع دایره شبیه‌انگاز r_b پروفیل بادامک و زاویه
شکل را در حالت آید



همین است که کمترین فاصله پیرو

از سطح پیرو R_0 برابر است با

$$R_0 = (r_b^2 - S^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$R = R_0 + f(\theta) \quad (2)$$

$$r_c = (R^2 + S^2)^{1/2} \quad (3)$$

$$\gamma_c = \tan^{-1} \frac{R}{S} \quad (4)$$

γ_c زاویه r_c به سطح پیرو

پس بازار ۵ مقدار ۲ (پر دخیل باد ملک رام کریم زریں دہلیہ) اک ایدلم

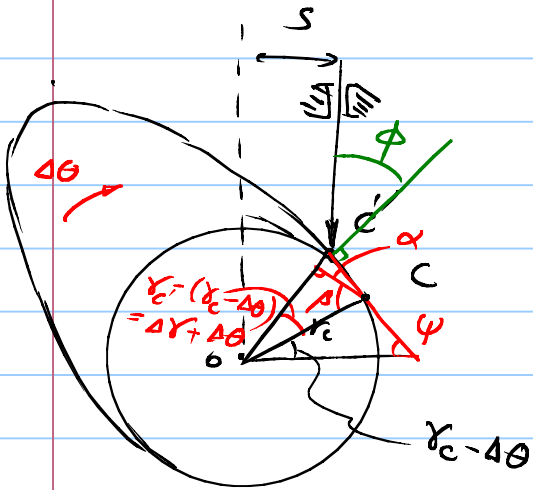
۱. به دسته دوازده (۲) $R(G)$ به دست می آید

" $r_c(0) = (3)$ " " .۲

پس با تغییر θ از صفر تا 360° - نقاط پروجکشن بدست می آید خواه کرد.

۱۱) قبل از ساخت بادکنک باید زوایای نشان آن را نیز مدببت انداز (برجی) نه 30 میسر شود)

رضی می کشیم با دایره انداز ۵۵ چرخه نقطه تماس C' حاصل شود زاویه بین r_c و $r_{c'}$ طبیعی ۵۵ خواهد بود (چون r_c به همین اندازه چرخیده) مطابق شکل زیر:



مربعی است که : $\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \psi = \phi$

$$\psi + \gamma_c - \Delta\theta = \beta + \alpha \rightarrow \psi = \beta + \alpha - \gamma_c + \Delta\theta$$

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \beta = \pi/2$$

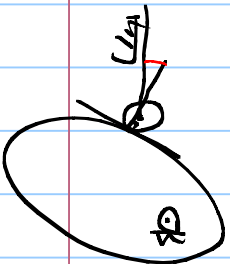
$$\alpha = \frac{\tan^{-1} \frac{\Delta r_c}{r_c \sin(\Delta\gamma + \Delta\theta)}}{\tan^{-1} \frac{\Delta r_c}{r_c \Delta\gamma + \Delta\theta}}$$

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{d\alpha}{d\theta} = \tan^{-1} \frac{1}{r_c} \frac{dr_c/d\theta}{\frac{dr_c}{d\theta} + 1}$$

$$\frac{dr_c}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{2Rf'}{\sqrt{R^2 + S^2}} = \frac{Rf'}{r_c}, \quad \frac{dr}{d\theta} = \frac{1}{1 + \frac{R^2}{S^2}} \frac{1}{S} f' = \frac{Sf'}{r_c^2} \Rightarrow$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{r_c} \frac{Rf'/r_c}{sf'/r_c^2 + 1} = \tan^{-1} \frac{Rf'}{sf' + r_c^2} \Rightarrow$$

$$\phi = \pi/2 + \tan^{-1} \frac{Rf'}{sf' + r_c^2} - \gamma_c$$



کرمین : فراہم شدہ صدقہ کے پیر و عسکری باشندہ جیوندیہ کی ہے

تحلیل نیرو در مکانیزمها

طراحی کنید از نقطه نظر اسکیم -

کاربر: }
 انتاب محکم
 عکس العمل حاصل - نیروهای متبادله

انتاب اجزاء اسکیم

که نیروهای متبادله (نیروهای متبادله بین
 زمین و مکانیزم)

روشن‌ها و تیرها }
 بردها
 محکم

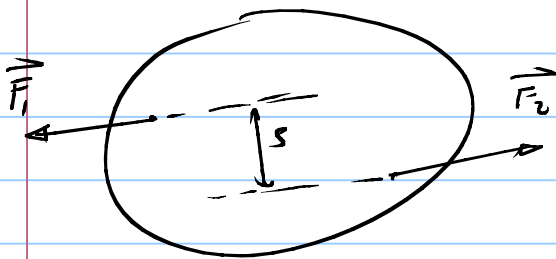
اسکیم }
 در اسکیم

روشن ترسیم در تحلیل نیرو (اسکیم)

نیو معادلات بردها تعادل است

همه کارها!

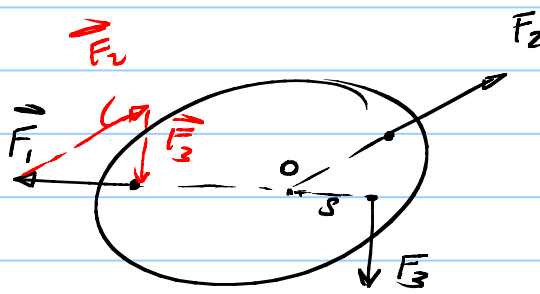
یادداشت



نیو دو نیرو: تعادل اسکیم

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

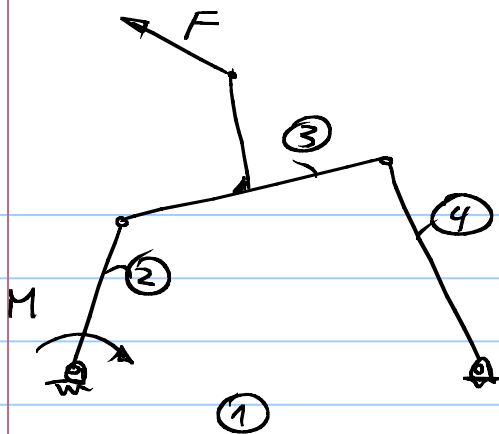
$$F_1 \cdot s = 0 \Rightarrow \underline{s = 0}$$



نیو سه نیرو: تعادل اسکیم

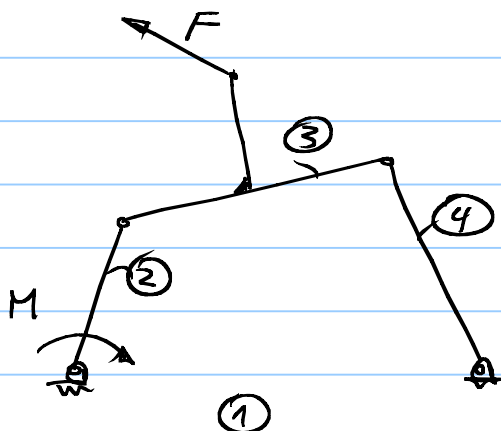
$$\Sigma M_o = 0 \Rightarrow F_3 \cdot s = 0 \Rightarrow \underline{s = 0}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$



مثال :
 نیروی F در این نقطه به یک نیروی واحد
 شده ، مقدار شتاب لازم برابر
 معادل آنست که را در جهت آنند

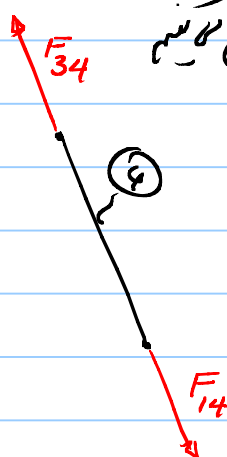
تحلیل نیرو در دینامیک ماشین - ادامه از نصب محل



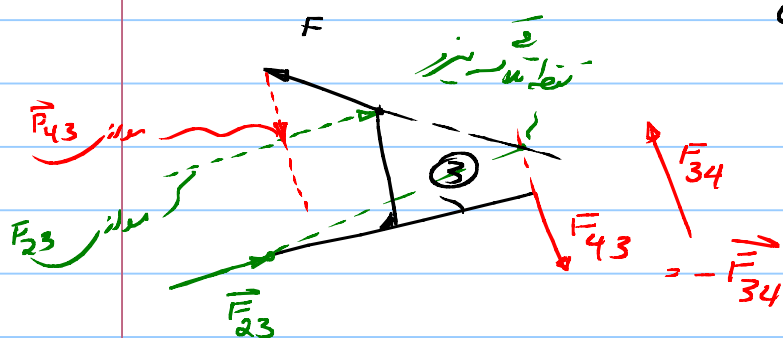
نشان :

نیروی F در این نقطه به یک نیروی دلد شده ، معادله شد و لازم برابر معادل این نیرو را به دست آوریم

محل : از لینک درینز (4) شروع میکنیم



لینک (3) سیرینز است



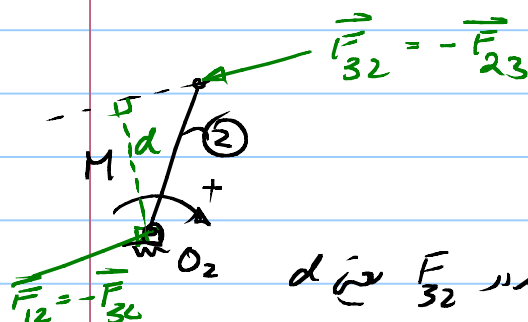
جهت نیرو $\vec{F}_{23}$ از تلاء سیرینز به دست می آید

- اندازه $\vec{F}_{23}$ و $\vec{F}_{43}$ از یک شکل شد

(مجموع سیرینز = 0) حاصل می شود

- با تعیین اندازه $\vec{F}_{43}$ در لینک $\vec{F}_{43} = -\vec{F}_{34} = \vec{F}_{14}$ اندازه $\vec{F}_{14}$ نیز به دست می آید

در لینک (2) نقطه تعادل گشتاور را می توانیم برگردانیم تا M به دست آید



برابر این نقطه می توانیم تا O_2 تا F_{32} معادل d

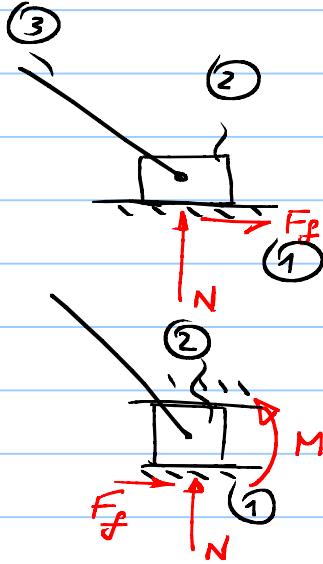
$$M - F_{32} \cdot d = 0 \Rightarrow$$

و اینگونه میسر می آید

$$M = F_{32} \cdot d$$

بدیهی است که نیروی عکس العمل به F_{12} از رابط زیرین است

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{32}$$



یادداشت



عکس

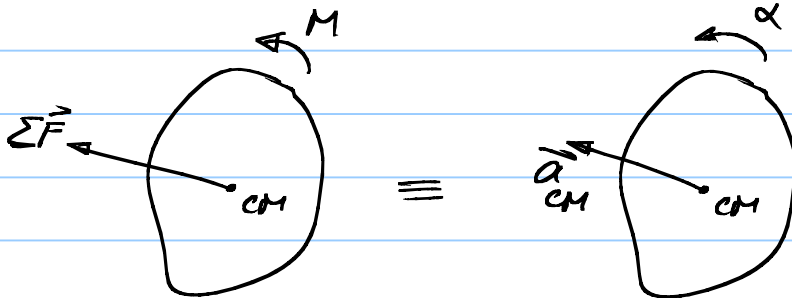
در صورت وجود لغزش ردیم اصطکاک جنب عکس العمل N

F_f و N " وجود " "

محیس نیزگی دنیا که بردش کریم

محیس نیزگی یک مکانیزم واحد هم به ω بدش محیس نیزگی استیک قابل انجام است اگر

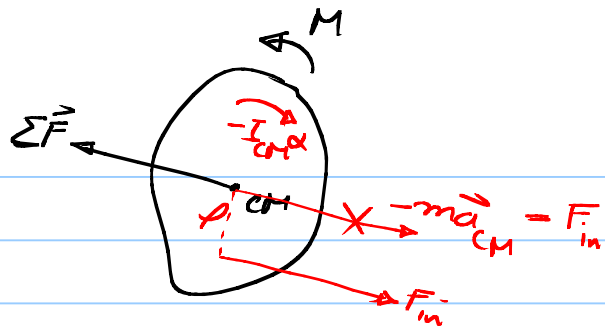
اثرات امیزس شیکه راه نیزگی که دهاس دلا بر جابجایی کنیم



$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_{CM}, \quad M = I_{CM} \alpha$$

$$\Sigma \vec{F} - m \vec{a}_{CM} = 0 \quad M - I_{CM} \alpha = 0$$

در صورت



$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{in} \cdot \rho + (-I_{CM} \alpha) = 0 \Rightarrow \rho = \frac{I_{CM} \alpha}{F_{in}}$$

* شعاع انرسی همیشه مانند دینامیک اینرسی F_{in} محاسبه می شود و در دایره وار به مرکز CM، شعاع ρ باشد

* برای جهت آوردن F_{in} ، ρ ، $I_{CM} \alpha$ به یک مبدأ مختص انتخاب اینها گرفته باشد

* اگر a_G به یک جهت باشد و m به یک جهت باشد هر دو در یک راستا هستند و در یک جهت است.

شکل:

برابر کنیم در مورد لحظه

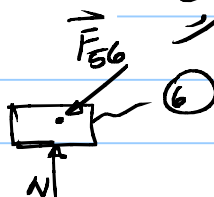
بعد مختص میزنیم و در یک راستا میزنیم اینها را هم به هم میزنیم

$$m_3 = 9 \text{ lb}, m_4 = 11.5 \text{ lb}$$

$$I_{G_3} = 1.5 (10^{-3}) \text{ lb in}^2,$$

$$I_{G_4} = 8 (10^{-2}) \text{ lb in}^2$$

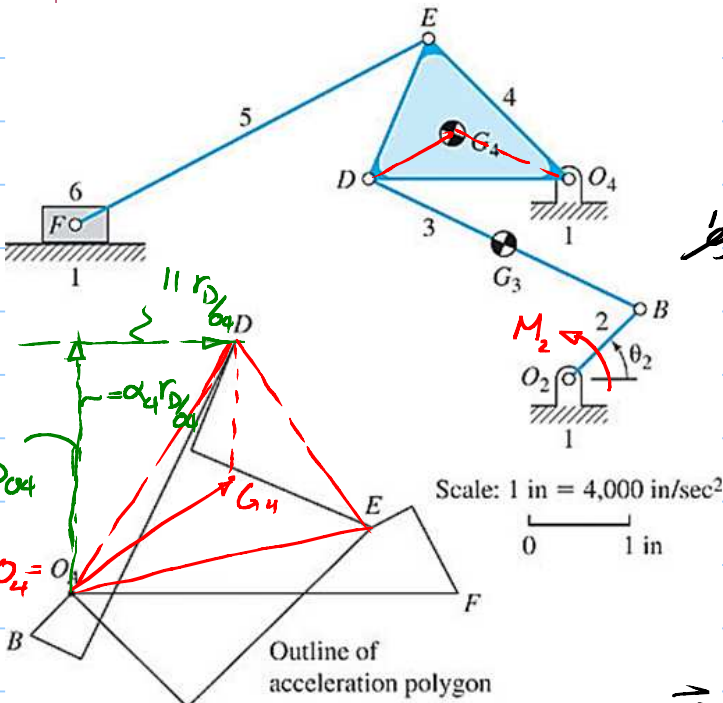
از اینجا 6 شروع می کنیم و دینامیک

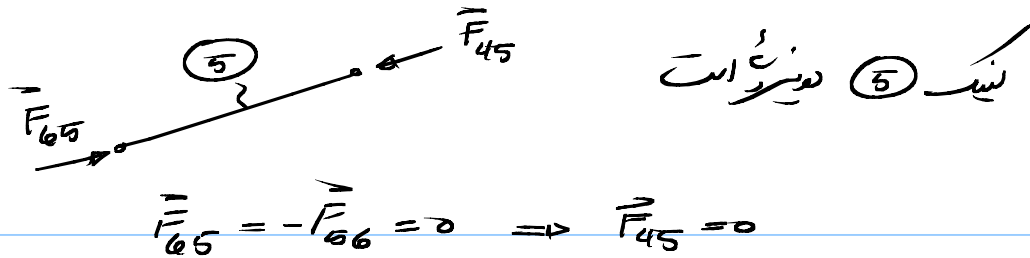


$$\vec{N} + \vec{F}_{56} = 0$$

$$\vec{N} = \vec{F}_{56} = 0$$

چون در یک راستا هستند





نیک 4 به نیرو: $\vec{F}_{14}, \vec{F}_{34}, \vec{F}_{in4}$

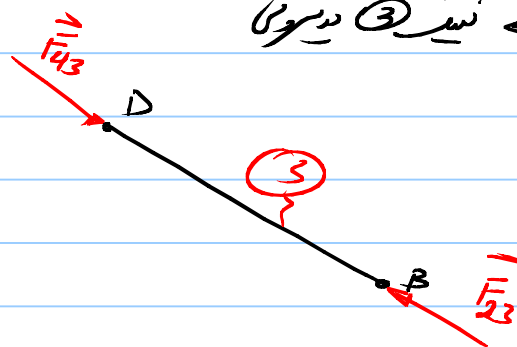
اما به وجه: محمول بودن $\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ حل توقف باشد گرانش با جمع آثار

استراحت کنیم نقطه نیک 4 جرم دارد ($m_3 = 0$) دستم را حل کنیم و پس

نقطه 3 را در جرم در نظر بگیریم و پس در دستم را حل کنیم و نهایتاً آثار (نیروها) را جمع کنیم

را جمع کنیم

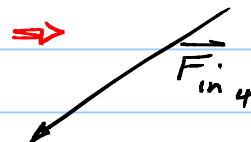
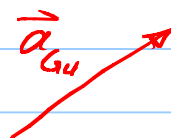
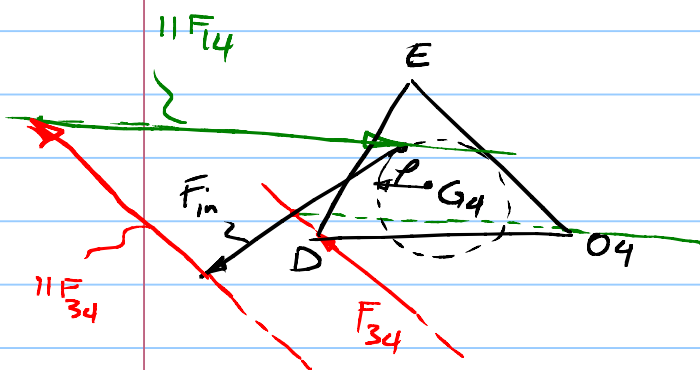
و فرض $m_5 = 0$ نیک 3 دیند



حل برابر نیک 4 داریم:

$$\vec{F}_{in} = -m_4 \vec{a}_{G4}$$

$\vec{a}_{G4}$ را به برای حساب



مکانی شکل از دیدگاه

$$\alpha_4 = \frac{\vec{a}_{E0}}{r_{D/O4}}$$

رابطه $\rho = \frac{I_{G4} \alpha_4}{F_{in4}}$ به α_4 را نیز بدست آوریم

با توجه به اینکه حال $\vec{F}_{in4}$ به سمت راست است و $-I_{G4} \alpha$ را می‌دکند و موقعیت

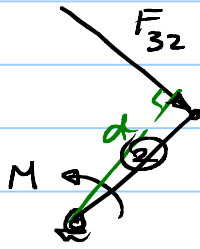
F_{in} بدست می‌آید

نقطه مکانی به نیرو F_{in}, F_{34}, F_{14} بدست می‌آید

- ؛ تکیس ثلاث ← اندزه F_{34} ، نیز حاصل باشد F_{14}

نیک (3) ← $\checkmark \vec{F}_{43} = -\vec{F}_{34}$

$\checkmark \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{43} = \vec{F}_{34}$



نیک (2) $\checkmark \vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{34}$

$M - F_{32} \cdot d = 0 \Rightarrow M = F_{32} \cdot d$

کیب رتبه به سنده را درصا به $m_4 = 0$ حل نمود ، مقدار حاصل به M را

هم جمع نمود .

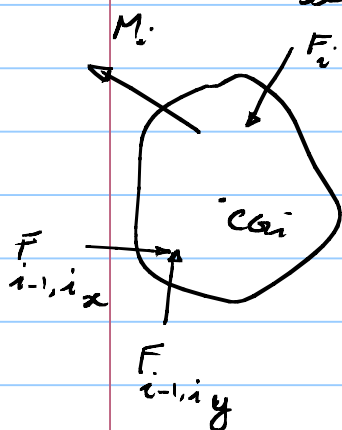
(نرس : شکل فوق را تکیس نماید .)

روش مختللی در سربس دینامیک ماشین

هدف : سربس آردن صلم نیردگنک درص (درض ، خارجی) بزار حرکت دلا ندره
دینامیک

در این روش دینامیک حکم دره لب سربسده معادلات بین را شد

① معادلات ناشر لزانفون دوم :



$$(\sum \vec{F})_i = m_i \vec{a}_{C_{Gi}}$$

$$(\sum M_{C_{Gi}}) = I_{C_{Gi}} \alpha_i$$

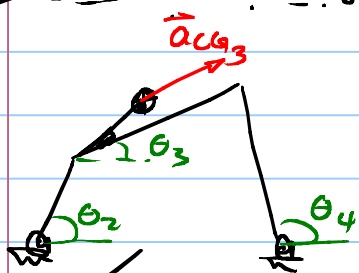
② معادلات ناشر لزانفون سوم :

$$F_{i-1,i,x} = -F_{i,i-1,x}$$

$$F_{i-1,i,y} = -F_{i,i-1,y}$$

در معادلات فوق $\vec{a}_{C_{Gi}}$ ، α_i ظاهر شده اند که در عمل بی بیه سربس تغییر حاصل

نوشته شوند



مدبیه است که در اینج ارتباط سینماتیک مقایر

$\vec{a}_{C_{Gi}}$ ، α_i : تغییر حاصل و بعضی

ارتباط دواستین بین تغییر حاصل مقاصل بی درکاب معادلات سینماتیک اراء شوند

③ معادلات سینماتیک : بایضیح فوق عبارت انداز

$$a_{C_{Gi,x}} = F_{i,x}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad \text{الف}$$

$$a_{C_{Gi,y}} = F_{i,y}(\theta_1, \dots, \theta_n)$$

$$q_i = G_i(\theta_1, \dots, \theta_n)$$

ب۔ ارتباط درمی بین تعمیرات منازل و برزخه از حیث سنی است
(بین ریاضت و حاکم بر سنی است)

اگر مکانیزم m را به اندازه m تغییر بدهیم داریم:

$$D_{n-m}(\dot{\Theta}, \ddot{\Theta}) = 0 \quad \Theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$$

$$E_{n-m}(\Theta, \dot{\Theta}, \ddot{\Theta}) = 0$$

ساده سبزی در معادلات فردا :

۱. معادلات رسته ② (عمل و محسوس العمل) را می توان در معادلات رسته یک

جانب دیگر محکم "مثلاً" در معادلات حاصل $F_{i,j,\alpha}$ حده $i < j$ باشد

۲. به واسطه سردی - از دسته ۳) رانبری کتان در ده دسته دسته ۱) جایگزین

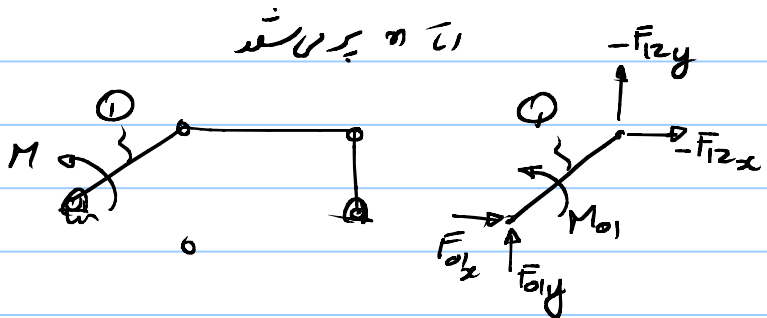
کند، زدنش کردن معادلات محاسبه ریاضی :

دستہ ① پس از جہانگیر ۶۷ ہجری مذکور نصیرت یک ضرب فارس نشانی دارد

$$A \cdot F = B$$

F برادر صمیمی من و دوستان محمد بن احمد دلالت بر این است که برکت سر بر سر است

$$F = \begin{bmatrix} F_{01x} \\ F_{02y} \\ M_{01} \\ F_{12x} \\ F_{12y} \\ \vdots \end{bmatrix}$$



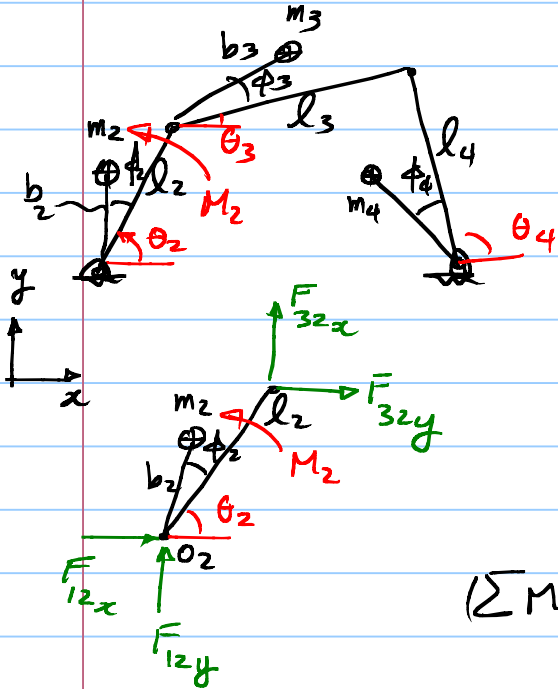
نارس A ضراب نیزه‌ها را محمدی است به دست

طرح این اثر نیز تنظیر و دلالت سینه حکم بر شکار است اما در سینه

و F_x , F_y , Π به ترتیب مربوطند

بردار B طبیعتاً سمت راست معادلات سینک و البته بزرگتر است در هر لحظه
دارد سینک هستند

شکل :



$$F_{12x} + F_{32x} = m_2 a_{CG2x}$$

$$F_{12y} + F_{32y} = m_2 a_{CG2y}$$

$$(\sum M)_{O_2} = M_2 + F_{32y} l_2 \cos \theta_2 - F_{32x} l_2 \sin \theta_2 = I_{O_2} \alpha_2$$

تبدیل

$$F_{32x} = -F_{23x}, \quad F_{32y} = -F_{23y}$$

$$x_{CG2} = b_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \Rightarrow v_{CG2x} = -\dot{\theta}_2 b_2 \sin(\theta_2 + \phi_2)$$

$$a_{CG2x} = -\ddot{\theta}_2 b_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) - \dot{\theta}_2^2 b_2 \cos(\theta_2 + \phi_2)$$

$$a_{CG2y} = -\ddot{\theta}_2 b_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) - \dot{\theta}_2^2 b_2 \sin(\theta_2 + \phi_2)$$

$$a_2 = \ddot{\theta}_2$$

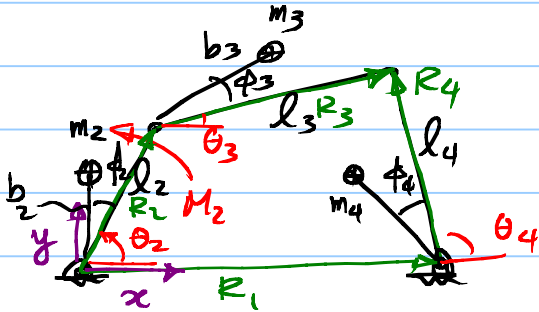
تبدیل

$$F = \begin{bmatrix} F_{12x} \\ F_{12y} \\ M_2 \\ F_{23x} \\ F_{23y} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \sin \theta_2 & -l_2 \cos \theta_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} m_2(\ddot{\theta}_2 b \sin(\theta_2 + \phi_2) - \dot{\theta}_2^2 b \cos(\theta_2 + \phi_2)) \\ m_2(-\ddot{\theta}_2 b \cos(\theta_2 + \phi_2) - \dot{\theta}_2^2 b \sin(\theta_2 + \phi_2)) \\ I_{O_2} \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

آن معادلات سینماتیک را بنویسیم بر حسب اندرهم



$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 - \vec{R}_4 - \vec{R}_1 = 0 \Rightarrow$$

$$l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 - l_4 \cos \theta_4 - l_1 = 0$$

$$l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 - l_4 \sin \theta_4 = 0$$

$$\Theta = (\theta_2, \theta_3, \theta_4), \quad C_1(\Theta) = l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 - l_4 \cos \theta_4 - l_1 = 0$$

$$C_2(\Theta) = l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 - l_4 \sin \theta_4 = 0$$

$D(\Theta), E(\Theta)$ نیز به دستگیر اند. به دستگیر اند

کلی معادلات : $3 \times 3 = 9$: سینماتیک

$3 \times 2 = 6$: سینماتیک

15

تجهیزات : نیروها در افق $4 \times 2 = 8$

تجهیزات سینماتیک $3 \times 3 = 9$

نیرو در ضد جرم M_2 $\frac{1}{18}$

بر سینه واقعی به شدت متدها می خوانیم در یک شرایط اولیه سینماتیک

(متدها θ_2 و θ_3 معلوم) : اعمال شده در M_2 تعریف حرکت در

نیروها در ضد را معلوم کنیم پس M_2 و θ_2 و θ_3 معلوم اند و متدها

به تعداد کافی معادله داریم

معادل ساز در ماشین مکانیکی : کاهش معادلات عین المکانیک به یک معادله

(* به مکانیزمها خود بازن Self Balance (نسبت به ثقل)

چنانچه هدف خود از معادل ساز را در قالب :

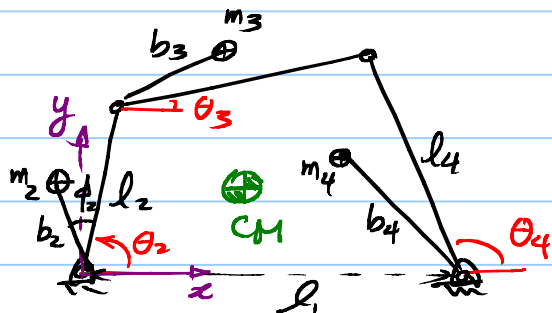
" ما اینهم را می بینیم که مجموع نیروها و گشتاورها در این سیستم در این صورت

در بعضی عدم نیروی خارجی که می بینیم که می توان به شرط کافی زیر می آید

$$\vec{a}_{CM} = 0$$

که $\vec{a}_{CM}$ ثقل مرکز جرم کل می بینیم که باشد

مثال : ایده معادل ساز برای تعریف ثقل را در مورد مکانیزم چهار میل به این شکل



$$\sum \vec{F} = M \vec{a}_{CM}$$

$$M = m_2 + m_3 + m_4$$

$$\vec{a}_{CM} = 0 \Leftrightarrow \text{معادل طبق تعریف ثقل}$$

شرط مهمی که کارانه برابر معادل شدن آن است که :

$$\vec{r}_{CM} = \text{constant}$$

که البته این شرط برابر معادل کردن است و لازم نیست ،

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \left(m_2 b_2 e^{i(\theta_2 + \phi_2)} + m_3 (l_2 e^{i\theta_2} + b_3 e^{i(\theta_3 + \phi_3)}) + m_4 (l_1 e^{i\theta_4} + b_4 e^{i(\theta_4 + \phi_4)}) \right) \quad (I)$$

در عبارت ثقل θ_3 تا θ_4 باقی می ماند که این را در معادله زیر می توان بیان نمود

(Loop closure)

$$\text{L.c. : } l_2 e^{i\theta_2} + l_3 e^{i\theta_3} - l_4 e^{i\theta_4} - l_1 = 0 \Rightarrow$$

$$e^{i\theta_3} = \frac{1}{l_3} [l_1 + l_4 e^{i\theta_4} - l_2 e^{i\theta_2}]$$

جدا کردن در معادله (I)

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \left(m_2 b_2 e^{i(\theta_2 + \phi_2)} + m_3 (l_2 e^{i\theta_2} + b_3 e^{i\phi_3}) \frac{1}{l_3} (l_1 + l_4 e^{i\theta_4} - l_2 e^{i\theta_2}) \right) + m_4 (l_1 e^{i\theta} + b_4 e^{i(\theta_4 + \phi_4)})$$

$$= \frac{1}{M} \left[e^{i\theta_2} \left(m_2 b_2 e^{i\phi_2} + m_3 l_2 - m_3 b_3 \frac{l_2}{l_3} e^{i\phi_3} \right) + e^{i\theta_4} \left(m_3 b_3 \frac{l_4}{l_3} e^{i\phi_3} + m_4 b_4 e^{i\phi_4} \right) + m_4 l_1 + m_3 b_3 \frac{l_1}{l_3} e^{i\phi_3} \right]$$

در واقع θ_4 نیز تابع θ_2 بوده و در صورت آنکه هر یک از اینها را به عنوان متغیر مستقل

کنیم که البته کار ساده‌ای نیست

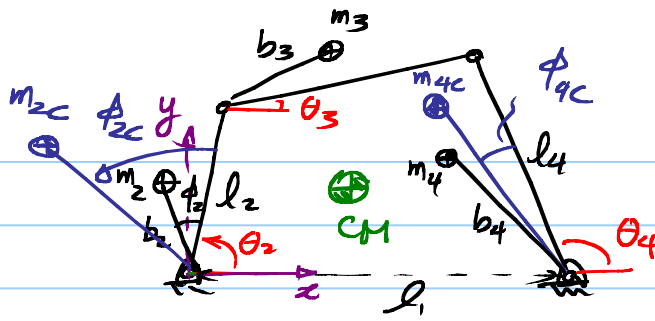
از طرف دیگر می‌دانیم که مکانی است هر دو متغیر $e^{i\theta_2}$ و $e^{i\theta_4}$ در معادله فوق صفر باشد مقدار $\vec{r}_{cm}$ ثابت بماند (مکانی است آن لازم نیست و شرطی فقط کافی)

برای سادگی:

$$\left. \begin{aligned} m_2 b_2 e^{i\phi_2} + m_3 l_2 - m_3 b_3 \frac{l_2}{l_3} e^{i\phi_3} &= 0 \\ m_3 b_3 \frac{l_4}{l_3} e^{i\phi_3} + m_4 b_4 e^{i\phi_4} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{r}_{cm} = \text{Const.}$$

در صورتی که معادلات فوق برقرار باشد و مکانیزم مکانی است در غیر اینصورت

بهر سببی نیست اندک، در موقعیت چهار نقطه را طوری تغییر دهیم، معادلات فوق برقرار روند



فصلی روابط درگاه (*) را برابر می‌کنیم فوق (پس از اضا ذکر m_{4c} , m_{2c})
به دست می‌آیدیم خواهیم داشت:

$$m_{2c} b_{2c} e^{i\phi_{2c}} + m_2 b_2 e^{i\phi_2} + m_3 l_2 - m_3 b_3 \frac{l_2}{l_3} e^{i\phi_3} = 0$$

$$m_{4c} b_{4c} e^{i\phi_{4c}} + m_3 b_3 \frac{l_4}{l_3} e^{i\phi_3} + m_4 b_4 e^{i\phi_4} = 0$$

در معادلات فوق ۴ پارامتر طریقی $(\phi_{4c}, b_{4c}, m_{4c}, \phi_{2c}, b_{2c}, m_{2c})$ و ۴ معادله

داریم. در طریقی به ۲ پارامتر را انتخاب و ۲ پارامتر دیگر را از معادلات فوق به دست

آوردیم. (۱)
به این است که تنها با اضا ذکر کردن حجم به یک از جنبه امکان اضا داریم چهار معادله و سه متغیر

معادله b_{2c} , b_{4c} را به کمک به اضا ذکر کنیم (۲)، (۴) انتخاب می‌کنیم و ۴ پارامتر دیگر را از معادلات به دست می‌آیدیم. (۳)

$l_1 = 6 \text{ cm}$	$m_2 = 250 \text{ gr}$	$b_2 = 0.7 \text{ cm}$ <u>شکل</u>
$l_2 = 2 \text{ cm}$	$m_3 = 500 \text{ gr}$	$b_3 = 3 \text{ cm}$
$l_3 = 10 \text{ cm}$	$m_4 = 250 \text{ gr}$	$b_4 = 2.8 \text{ cm}$
$l_4 = 7 \text{ cm}$		

$$\phi_2 = 5^\circ, \phi_3 = 10^\circ, \phi_4 = 15^\circ$$

استدرا روابط (*) را یک می‌کنیم:

$$m_2 b_2 e^{i\phi_2} + m_3 l_2 - m_3 b_3 \frac{l_2}{l_3} e^{i\phi_3} = 0$$

$$250(0.7) e^{i60^\circ} + 500(2) - 500(3)0.2 e^{i10^\circ} = (879 - 36.8i) \text{ gram}$$

پس مدافل مرتبیت CM بایع θ_2 ← مدافل سلس

- برابر شش ②: طول 2cm / 1cm b_{2c}

$$m_{2c} b_{2c} e^{i\phi_{2c}} + m_2 b_2 e^{i\phi_2} + m_3 l_2 - m_3 b_3 \frac{l_2}{l_3} e^{i\phi_3} = 0 \Rightarrow$$

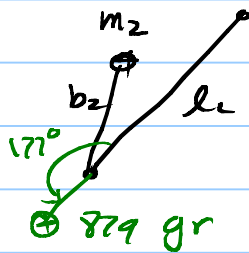
$$m_{2c}(1) e^{i\phi_{2c}} + 879 - 36.8i = 0$$

$$m_{2c} \cos \phi_{2c} = -879 \Rightarrow$$

$$m_{2c} \sin \phi_{2c} = +36.8$$

$$\tan \phi_{2c} = -0.042 \rightarrow \phi_{2c} = 177.6^\circ \Rightarrow$$

$$m_{2c} \approx 879 \text{ gr.}$$



بنظر دارد که بیشتر با افزایش b_{2c} اما
اجرای چنین چیزی در واقع مناسب از نظر زمان
نسبت فراهم کرد

شبه برابر شش ④: $l_4 = 7cm$ اگر $b_{4c} = 3.6cm$ ←

$$m_{4c} b_{4c} e^{i\phi_{4c}} + m_3 b_3 \frac{l_4}{l_3} e^{i\phi_3} + m_4 b_4 e^{i\phi_4} = 0 \Rightarrow$$

$$\phi_{4c} = 192^\circ, m_{4c} = 500 \text{ gr}$$

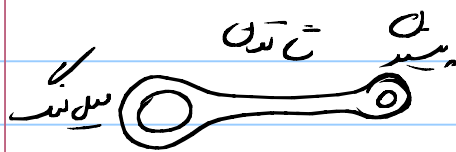
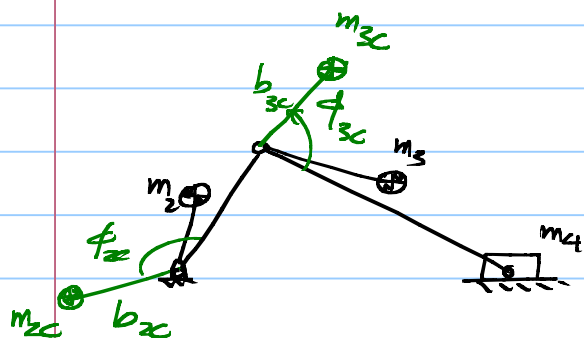
(مخرج ها: صوابا بر نوفا صاحب کشید)

معادلات مکانیزم نسبت و غیره

آزمین دهانه ۱ نشان دهید با اضافه کردن

درجه معادله به شکل ۲، ۳ در تان

موقعیت مرکز جرم مکانیزم (م) را ثابت کنید



باید به مشکلات محلی اضافه کردن معادله به شکل

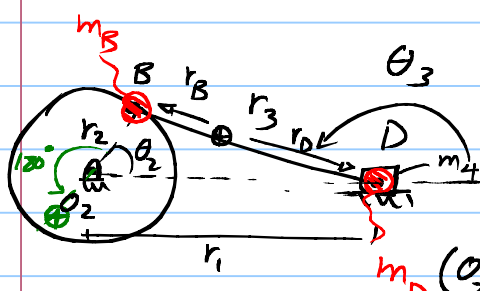
در این طراحی متعلق به این، در عمل این روش را بر معادله استوار نمائید. در عمل

محلی می شود معادله به شکل معنی باشد با اضافه کردن جرم معادله به شکل ۲

لعبه معادله در ۴ - انجام شود

مدل مکانیزم نسبت و غیره را بصورت مداد

در نظر بگیرید



فرضیات شده :

۱. نسبت ۲ لعبه در یک مدل باشد (مرکز جرم در ۲) m_D

۲. جرم معادله در ۳ نسبت ۲ در موقعیت ۱۸۰ درجه نسبت به ۲

۳. نسبت ۳ لعبه در یک نسبت به اجرام مرکز نقطه ای m_B و m_D در دو سر آن در نظر گرفته می شود

چنانچه طراحی نسبت ۳ داده شده باشد به معنی آن است که موقعیت مرکز جرم آن معلوم

است یعنی r_B و r_D معلوم هستند برابر تعیین m_B و m_D برای m_3 و r_B و r_D

داریم :

$$① \quad m_B + m_D = m_3$$

$$② \quad r_B m_B = r_D m_D$$

$$③ \quad I_{G_3} = r_B^2 m_B + r_D^2 m_D$$

مکانیزم را به یک بخش تقسیم می کنند
→ پس به بخش تقسیم می کنند
→ معادله در
→ معادله در

$$\textcircled{2} \rightarrow m_B = \frac{r_D}{r_B} m_D \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow m_D (1 + \frac{r_D}{r_B}) = m_3 \Rightarrow m_D = \frac{r_B}{r_3} m_3$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{r_D}{r_3} m_3$$

ایده اصلی مقدار زنی در اینجاست

$$F = M \vec{r}_{CM} = 0$$

اما به تبع به این مقدار به از این طرحی که (b_{2c}, m_{2c}) محدود است
 طبیعتاً بهر قیود سینتیکی را محدودیت کامل کنی کنیم یعنی ارتباط متغیرهای
 سینتیکی: θ_2 را بدست می آوریم:

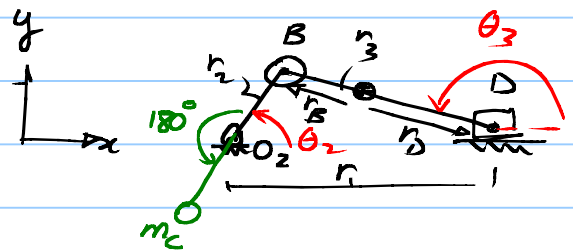
$$\textcircled{I} \quad r_1 = r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \theta_3$$

$$\textcircled{II} \quad r_2 \sin \theta_2 = r_3 \sin (\pi - \theta_3) = r_3 \sin \theta_3$$

$$\textcircled{III} \rightarrow \pi - \theta_3 = \sin^{-1} \left(\frac{r_2}{r_3} \sin \theta_2 \right)$$

$$\theta_3 = \pi - \sin^{-1} \left(\underbrace{\frac{r_2}{r_3} \sin \theta_2}_a \right)$$

$$\theta_3 = \pi - \cos^{-1} \left[\sqrt{1 - a^2} \right]$$



تقریب $\Rightarrow$

$$[1 - u^2]^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{8} u^4 - \dots$$

$$\theta_3 \approx \pi - \cos^{-1} \left[1 - \frac{1}{2} a^2 \right] = \pi - \cos^{-1} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 \sin^2 \theta_2 \right]$$

(یادش $\sin^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta)$) $\Rightarrow$

$$\theta_3 = \pi - \cos^{-1} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 (1 - \cos 2\theta) \right] \Rightarrow \text{مختار (I)}$$

$$r_1 = r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \left[\pi - \cos^{-1} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 (1 - \cos 2\theta) \right] \right]$$

$$r_1 = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 (1 - \cos 2\theta) \right]$$

فرض: سرعت زاویه‌ای نسبت به (2) ثابت
 $\omega t \quad \theta_2 = \omega t$

$$\dot{r}_1 = -r_2 \omega \sin \omega t - \frac{r_2^2}{2r_3} \omega \sin 2\omega t \Rightarrow$$

$$\ddot{r}_1 = -r_2 \omega^2 \cos \omega t - \frac{r_2^2}{r_3} \omega^2 \cos 2\omega t$$

$$= -r_2 \omega^2 \cos \omega t - \frac{r_2^2}{r_3} \omega^2 \cos 2\omega t = a_D$$

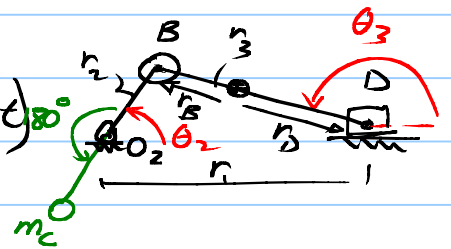
$\vec{F}$ نیروی نسبی

$$\vec{F}_S = M \ddot{\vec{r}}_{cm} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{a}_i$$

$$= m_c \vec{a}_c + m_B \vec{a}_B + (m_D + m_4) \vec{a}_D \quad (\omega = \text{const})$$

$$F_{Sx} = m_c r_c \omega^2 \cos \omega t - m_B r_2 \omega^2 \cos \omega t$$

$$+ (m_D + m_4) \left(-r_2 \omega^2 \cos \omega t - \frac{r_2^2}{r_3} \omega^2 \cos 2\omega t \right)$$



$$F_{Sx} = \omega^2 \cos \omega t \left[m_c r_c - m_B r_2 - m_D r_2 - m_4 r_2 \right]$$

$$- (m_D + m_4) \frac{r_2^2}{r_3} \omega^2 \cos 2\omega t$$

$$= \omega^2 \cos \omega t \left[m_c r_c - r_2 (m_B + m_4) \right] + (m_D + m_4) \frac{r_2^2}{r_3} \omega^2 \cos 2\omega t$$

$$F_{Sy} = m_c r_c \omega^2 \sin \omega t - m_B r_2 \omega^2 \sin \omega t$$

$$= \omega^2 \sin \omega t \left[m_c r_c - m_B r_2 \right]$$

- به شرط هدره در رابط $\vec{F}_5$ در خطه می شود که

۱. مؤلفه اثر لن $\vec{F}_{5x}$ که به زنکان ω تغییر می کند هیچ ارتباطی با m_c ندارد
۲. همداره m_c در r_c بصورت حاصل ضرب در رابط $\vec{F}_5$ ظاهر می شوند و در نتیجه نباید
به این ترتیب مستقل داریم

۴. زنکان نهاس $\vec{F}_5$ ، $\vec{F}_{5x}$ ، رابطه می دارند

مثال : در مسئله که خواهم $\vec{F}_{5y} = 0$

$$m_c r_c - m_B r_2 = 0 \Rightarrow m_c r_c = m_B r_2 = \frac{r_D r_2}{r_3} m_3$$

$$\omega \rightarrow \vec{F}_{5x} = -\omega^2 \cos \omega t [(m_D + m_4) r_2] - \omega^2 \cos 2\omega t \left[(m_D + m_4) \frac{r_2^2}{r_3} \right]$$

آن زنکان به زنتاب $m_c r_c$ یک تابع هرت مشخص را می بینیم که