اپتیک مدرن:

استاد مربوط: آقای دکتر تجلّی

مقدمه‌ای بر اپتیک مدرن:

ماهیت نور: Light Nature

اوایل قرن هیجدهم تقریباً زمانی است که نظریه های علمی در مورد نور شکل می گیرد. اولین نظریه مربوط است به نیوتن. نیوتن ماهیت ذره‌ای نور را مطرح می کند. به اعتقاد نیوتن نور از ذرات ریزی تشکیل یافته است که از جسم نورانی خارج می شود و با وارد شدن به داخل چشم، بینایی شکل می گیرد.

مسلماً اولین سؤالی که برای نظریه مطرح شد این بود که اگر نور ذره است پس علت انتشار نور چیست؟ و چرا نور حرکت می کند؟

به نظر نیوتن علت انتشار نور جاذبه‌ای بود که ذرات محیط بر ذرات نور وارد می کردند. اگر چنین باشد مسلم است که در محیطهایی که چگالی ذرات محیط نسبت به محیطهای رقیق بالاست (زیاداست) باید سرعت نور هم زیاد باشد. پس طبق نظریه ذره‌ای نور، سرعت نور در محیطهای غلیظ بیشتر است از سرعت آن در محیطهای رقیق.

وقتی نور از یک محیط مثل هوا وارد محیط دیگری مثلاً آب می شود تغییر مسیر می یابد سؤال اینکه چرا باید مسیر حرکت نور در مورد از یک محیط به محیط دیگر عوض شود؟

دلیل این امر از نقطه نظر جاذبه مشخص است. فرض کنید محیطی دارم با چگالی و نوع معین و نور در آن حرکت می کند. اگر نور بخواهد وارد محیط دیگری شود جاذبه وارد بر ذرات نور از سوی دو محیط عوض خواهد شد. (در محیط اول برحسب میزان چگالی ذرات محیط، یک نوع جاذبه بر ذرات نور وارد می شود و در محیط دوم نوع دیگری از جاذبه و در مرز این دو محیط این جاذبه ناگهان تغییر می کند) هر ذره‌ای از نور که سریعتر وارد محیط بعدی شود این تغییر جاذبه سریعتر در مورد آن روی خواهد داد و برای ذرات کندتر، این تغییر جاذبه دیرتر روی خواهد داد. لذا دو تا جاذبه متفاوت بر نور وارد می شود.

پس بنا به نظر نیوتن، علت انحراف مسیر حرکت نور، تغییر در جاذبه بوده است.

همزمان با نیوتن، نظریه دیگری کاملاً متفاوت با نظریه نیوتن مطرح شد. نظریه جدید، نظریه موجی نور بود که توسط دانشمندی بنام هویگنس (Huygens) ارائه شد. هویگنس فکر کرد که نور ماهیتاً موج است اما نه آن موجی که ما امروزه برای نور متصوریم. بلکه فکر می کرد که نور شبیه صوت رفتاری را از خود نشان دهد که امواج صوتی از خود نشان می دهند. لذا تقریباً می توان گفت که وی به ماهیت موجی ماده‌ای نور اعتقاد داشت.

ما امواج مادی را می شناسیم. امواج مادی امواجی هستند که برای انتشار خود نیاز به محیط مادی دارند. اما از وی سؤال شد که اگر نور موج است چه محیطی را تعریف می کنی که چنین سرعت زیادی را برای نور به وجود آورد؟ مسلماً وی جوابی برای این سؤال نداشت. چون از یک طرف می خواست با تصور مادی امواج نوری جواب بدهد.

می دانیم که عملاً هر قدر چگالی ماده بیشتر باشد سرعت موج مادی هم در آن بالا خواهد بود.

ایرادات وارد بر نظریهٔ موجی: ۱- وجود محیط انتشار (بعداً این محیط را بنام اتر تعریف کردند که اصلاً نمی‌دانستند اتر چیست.)

۲- عدم تداخل (نخستین شرط برای ایجاد پدیدهٔ تداخل این است که بایستی از یک منبع استفاده کرد و سپس دو منبع ثانویه حاصل نمود که همان دو روزنه ای است که در آزمایش یانگ در مقابل منبع اولیه قرار داده می‌شود و البته این روزنه‌ها باید قابل مقایسه با طول موج نور منبع اصلی باشند. دومین شرط ایجاد پدیدهٔ تداخل وجود هماهنگی بین نورهای خروجی از دو منبع ثانویه است پس نور زمانی پدیدهٔ تداخل انجام می‌دهد که بین نورهای تداخل کننده هماهنگی وجود داشته باشد. این شرط هم در منابع مستقل از هم وجود ندارد یعنی نور دو منبع با هم هماهنگی زمانی و مکانی ندارد. اولین کسانی که پدیدهٔ تداخل را بصورت اصولی انجام دادند یانگ و فرنل (yaung & Frenel) بودند.)

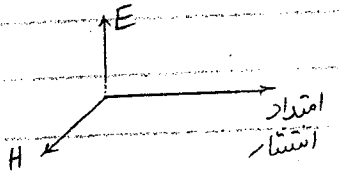
۳- عدم پراش (پدیدهٔ پراش وقتی با قدرت بالایی روی می‌دهد که طول موج، موج ما قابل مقایسه با ابعاد مانع باشد. در آن زمان هویگنس عملاً شرط پراش را نمی‌دانست.) این مسئله نیز چندی بعد توسط گریمالدی حل شد.

این سه ایراد کافی بود که نظریه موجی نور دچار مشکل شود.

دو ایراد ۲ و ۳ توسط یانگ - فرنل و گریمالدی حل شد و دانشمندان در پی یافتن راه حلی برای ایراد ۱ بودند که این ایراد نیز توسط ماکسول Maxwell حل شد.

ماکسول معتقد بود که یک موج الکترومغناطیسی، از یک میدان الکتریکی متغیر با زمان و یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان تشکیل یافته است که این دو میدان، از لحاظ امتداد، بر هم عمودند و موج الکترومغناطیسی در امتداد عمود بر هر دو میدان حرکت می‌کند.

شکل مقابل نمایش برداری لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی است:



گفتهٔ ماکسول تنها یک تعریف برای موج الکترومغناطیسی است. پس علت انتشار در چیست؟

ماکسول بیان داشت که من معادلاتی را می‌نویسم که قبلاً نیز بارها دیده شده اند.

معادلات ماکسول برای خلأ:

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\mu_0 \dfrac{\partial H}{\partial t} & (I) \\ \nabla \times H = \varepsilon_0 \dfrac{\partial E}{\partial t} & (II) \end{cases}$$

∇ یعنی گرادیان و گرادیان یعنی تغییرات فضایی هر بردار دلخواه که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

وقتی علامت گرادیان کنار میدان الکتریکی قرار می‌گیرد یعنی می‌خواهیم ببینیم که یک میدان الکتریکی بصورت فضایی چگونه تغییر می‌کند

همانطور که مشاهده می‌شود سمت چپ معادلات ماکسول بیانگر تغییرات فضایی است و سمت راست معادلات ماکسول بیانگر تغییرات زمانی است.

معادلهٔ (I) بدین معنی است که اگر در یک نقطه از فضا میدان مغناطیسی نسبت به زمان تغییر یابد، در کل فضا میدان الکتریکی متغیر تولید خواهد شد.

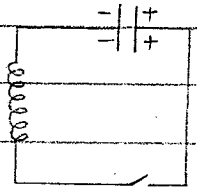
معادلهٔ (II) بدین معنی است که اگر در یک نقطه از فضا میدان الکتریکی نسبت به زمان تغییر یابد، در کل فضا میدان مغناطیسی متغیر تولید خواهد شد.

(موج و ارتعاش چه رابطه‌ای باهم دارند؟ موج ها ارتعاشات در حال حرکت است.)

ارتعاش: حرکت رفت و برگشت پیرامون یک نقطه که تکرار پذیر است یا نوسان می‌باشد.

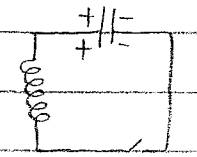
ساده‌ترین وسیله‌ای که می‌توان به وسیلهٔ آن یک نوسان الکترومغناطیسی بوجود آورد و نشان داد، مداری است که از یک خازن و یک سیملوله تشکیل یافته است.

اگر از ما خواسته شود یک نوسان الکترومغناطیسی تولید کنیم بالفاصله دو صفحه رسانای موازی باهم را انتخاب کرده و مابین آن دو عایقی از هوا یا پلاستیک یا ... قرار می‌دهیم در واقع یک خازن مسطح می‌سازیم پس از شارژ نمودن این خازن آن را به وسیلهٔ دو سیم مسی به یک القاگر (سیملوله) متصل می‌کنیم. و در این مدار کلیدی نیز تعبیه می‌نماییم مطابق شکل ۵



همانطور که مشاهده می‌شود خازن شارژ شده و مدار آماده است.

با زدن کلید، بارهای ذخیره شده در خازن به جریان افتاده و از سیملوله نیز عبور می‌کنند. طبق خواص سیملوله، عبور جریان از سیملوله منجر به تولید میدان مغناطیسی در سیملوله می‌گردد. جایی که میدان مغناطیسی وجود دارد مسلماً انرژی مغناطیسی نیز وجود دارد. و جایی که میدان الکتریکی ذخیره شده وجود دارد انرژی الکتریکی نیز وجود خواهد داشت پس به این ترتیب با جاری شدن بارهای موجود در خازن، انرژی الکتریکی به انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر تبدیل می‌شود. اما چون هنوز مدار بسته است انرژی مغناطیسی در القاگر نیز باقی نمی‌ماند بلکه دوباره بارها به راه خود ادامه داده و مجدداً در خازن ذخیره می‌شوند یعنی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود و خازن دوباره شارژ می‌شود اما این حالت همان حالت نخستین نیست بلکه اکنون بارهای مثبت و منفی عکس حالت اول روی صفحات قرار گرفته‌اند ما مدار را بشکل مقابل ۵

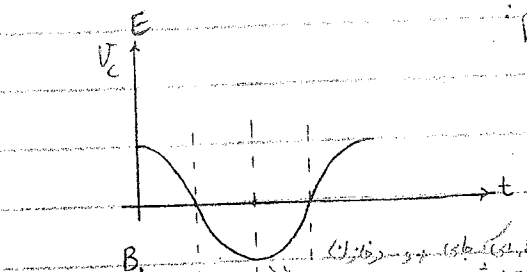


و همین ترتیب تا زمانی که مدار بسته باشد، این دو نوع انرژی مرتباً به یکدیگر تبدیل خواهند شد.

در این مدار در یک لحظه کل انرژی شامل انرژی الکتریکی است و در یک لحظه، شامل انرژی مغناطیسی. اما حالت میانه‌ای هم وجود دارد یعنی لحظاتی هم وجود دارند که هم در مدار انرژی الکتریکی داریم و هم انرژی مغناطیسی پس در واقع در این مدار انرژی یا میدان الکترومغناطیسی داریم.

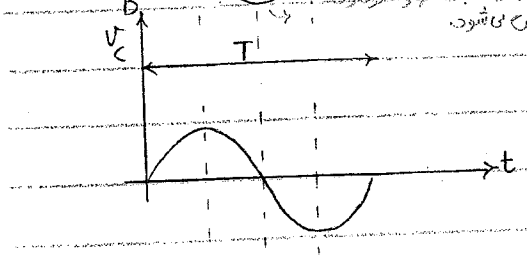
می توانیم مراحل عمل این مدار را با شکلهای زیر نشان دهیم:

منحنی تغییرات میدان الکتریکی با زمان:



نقطه‌ای که جای دو سر خازن عوض می‌شود.

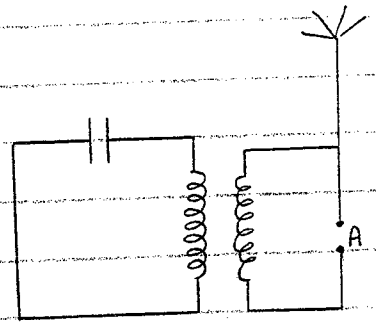
منحنی تغییرات میدان مغناطیسی با زمان:



T پریود تغییرات میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی (اختلاف پتانسیل دو سر خازن) است.
اگر در مدار هیچگونه اتلافی وجود نداشته باشد، این نوسانات همینطور ادامه یافته و سرانجام یک حرکت نوسانی حاصل خواهد شد.

به این ترتیب در این مدار ساده، هم میدان الکتریکی داریم و هم میدان مغناطیسی و ساده‌تر است که بگوییم در این مدار میدان الکترومغناطیسی داریم.
پس ارتعاش الکترومغناطیسی ارتعاشی است که با یک مدار ساده شامل یک خازن و یک القاگر عملاً قابل تولید است.
قدم بعدی برای اینکه موج الکترومغناطیسی داشته باشیم این است که این ارتعاش را به حرکت درآوریم.

یک مثال زنده از حرکت ارتعاشات الکترومغناطیسی، همان فرستنده‌های رادیویی است. فرستنده‌های رادیویی امواج الکترومغناطیسی را تولید کرده و پس از سوار نمودن صدا بر روی موج الکترومغناطیسی، آن را می‌فرستند و ما توسط رادیو این امواج را دریافت می‌کنیم.
آنچه برای ما دارای اهمیت بیشتری است انتشار است.



در سیملوله مدار سمت چپ در شکل مقابل با عبور جریان الکتریکی میدان مغناطیسی حاصل می‌شود که این میدان مغناطیسی در سیملوله مدار سمت راست نیز القا می‌شود. آنگاه در دو نقطه A در مدار دوم (سمت راست) دو قطبی حاصل می‌شود.

در هر نقطه از فضا میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان داریم که تغییر هر کدام در فضا تغییر دیگری را منجر می‌شود. (همانطور که در معادلات ماکسول مشاهده کردیم میدان الکتریکی متغیر با زمان، میدان مغناطیسی متغیر ایجاد می‌کند و میدان مغناطیسی متغیر با زمان میدان الکتریکی متغیر ایجاد خواهد کرد. بنابراین وقتی در یک

وقتی علامت گرادیان کنار میدان الکتریکی قرار می‌گیرد یعنی می‌خواهیم ببینیم که یک میدان الکتریکی بصورت فضایی چگونه تغییر می‌کند

همانطور که مشاهده می‌شود سمت چپ معادلات ماکسول بیانگر تغییرات فضایی است و سمت راست معادلات ماکسول بیانگر تغییرات زمانی است.

معادلهٔ (I) بدین معنی است که اگر در یک نقطه از فضا میدان مغناطیسی نسبت به زمان تغییر یابد، در کل فضا میدان الکتریکی متغیر تولید خواهد شد.

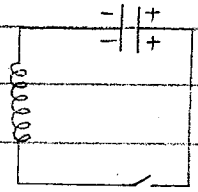
معادلهٔ (II) بدین معنی است که اگر در یک نقطه از فضا میدان الکتریکی نسبت به زمان تغییر یابد، در کل فضا میدان مغناطیسی متغیر تولید خواهد شد.

(موج و ارتعاش چه رابطه‌ای باهم دارند؟ موج، ارتعاشات در حال حرکت است.)

ارتعاش: حرکت رفت و برگشت پیرامون یک نقطه که تکرار پذیر است یا نوسان می‌باشد.

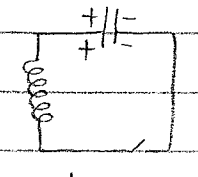
ساده‌ترین وسیله‌ای که می‌توان به وسیلهٔ آن یک نوسان الکترومغناطیسی به وجود آورد و نشان داد، مداری است که از یک خازن و یک سیملوله تشکیل یافته است.

اگر از ما خواسته شود که یک نوسان الکترومغناطیسی تولید کنیم بالفاصله دو صفحهٔ رسانای موازی باهم را انتخاب کرده و مابین آن دو را یا هوا یا پلاستیک پر... قرار می‌دهیم در واقع یک خازن مسطح می‌سازیم پس از شارژ نمودن این خازن آن را به وسیلهٔ دو سیم مسی به یک القاگر (سیملوله) متصل می‌کنیم و در این مدار کلیدی نیز تعبیه می‌نماییم مطابق شکل ۵



همانطور که مشاهده می‌شود خازن شارژ شده و مدار آماده است.

با زدن کلید، بارهای ذخیره شده در خازن به جریان افتاده و از سیملوله نیز عبور می‌کند. طبق خواص سیملوله، عبور جریان از سیملوله منجر به تولید میدان مغناطیسی در سیملوله می‌گردد. جایی که میدان مغناطیسی وجود دارد مسلماً انرژی مغناطیسی نیز وجود دارد. و جایی که میدان الکتریکی ذخیره شده وجود دارد انرژی الکتریکی نیز وجود خواهد داشت پس به این ترتیب با جاری شدن بارهای موجود در خازن، انرژی الکتریکی به انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر تبدیل می‌شود. اما چون هنوز مدار بسته است انرژی مغناطیسی در القاگر نیز باقی نمی‌ماند بلکه دوباره بارها به راه خود ادامه داده و مجدداً در خازن ذخیره می‌شوند یعنی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود و خازن دوباره شارژ می‌شود اما این حالت همان حالت نخستین نیست بلکه اکنون بارهای مثبت و منفی عکس حالت اول روی صفحات قرار گرفته‌اند مابه شکل مقابل ۵



و همین ترتیب تا زمانی که مدار بسته باشد، این دو نوع انرژی مرتباً به یکدیگر تبدیل خواهند شد.

در این مدار در یک لحظه کل انرژی، شامل انرژی الکتریکی است و در یک لحظه، شامل انرژی مغناطیسی. اما حالت میانه‌ای هم وجود دارد یعنی لحظاتی هم وجود دارند که هم در مدار انرژی الکتریکی داریم و هم انرژی مغناطیسی پس در واقع در این مدار انرژی یا میدان الکترومغناطیسی داریم.

فقط از فضا (مثلاً) میدان الکتریکی تغییر می نماید در کنار خود یک میدان مغناطیسی متغیر نیز حاصل می کند و این میدان مغناطیسی متغیر نیز طبق همان معادلات ماکسول میدان الکتریکی متغیری را در کنار خود پدید می آورد و همین ترتیب این دو میدان بطور متوالی یکدیگر را تولید می نمایند و موج الکترومغناطیسی بدین روش منتشر می گردد. (دقیقاً مانند بازی عنکبوت چار کش)

بی پایان

علت انتشار امواج الکترومغناطیسی انرژی آنهاست. این انرژی از آنان سیم پیچی به دست آمد که به خازن وصل کرده بودیم. تا زمانی که این سیم پیچ کار خود را انجام می دهد، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان نیز تولید خواهند شد.

هر چیزی که ارتعاش کند دارای انرژی است چون میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در حال ارتعاشند پس انرژی دارند. بنابراین یک موج الکترومغناطیسی که پیش می رود با خود انرژی حمل می کند. پس بطور خلاصه علت انتشار امواج الکترومغناطیسی، همان انرژی است که بصورت ارتعاش در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی آن وجود دارد.

اما کسی می پرسد که در معادلات ماکسول، ε و μ به چه معنی است.

اینها مشخصات الکتریکی و مغناطیسی محیط هستند. μ ضریب تراوایی یا گذردهی یا نفوذپذیری مغناطیسی است و ε ضریب تراوایی الکتریکی.

حال با بررسی اینکه امواج الکترومغناطیسی مانند نور چگونه از محیطهای مادی مثل شیشه عبور می کنند به مفهوم ε و μ بهتر پی خواهیم برد.

در چگونگی عبور نور از جسم مانند شیشه برخی معتقد بودند که اگر فرض کنیم که اتمها و مولکولهای شیشه کروی باشند آنگاه وقتی این کره ها کنار هم قرار می گیرند تا شیشه را بسازند منفذهای کوچکی بین کرات باقی می ماند که نور می تواند از این منافذ عبور کند. اما این نظر چندان درست از آب در نیامد. چون حداکثر اندازه این منافذ می تواند حدود چند آنگستروم باشد در حالی که طول موج نور مرئی در حدود ۵۰۰۰ آنگستروم است و مسلماً ۵۰۰۰ آنگستروم قادر به عبور از چند آنگستروم نیست. پس این نظریه رد شد.

اما دلیل واقعی عبور نور از جسمی مانند شیشه بصورت زیر است:

وقتی نور به ماده برخورد می کند نمی تواند هسته سنگین اتم را جابجا کند. بنابراین از ضربه هسته گذشته و به سراغ الکترونها می رود. میدان الکتریکی نور الکترونهای ماده را به نوسان در می آورد. در اثر این نوسان فاصله بین الکترونها و هسته مرتباً کم و زیاد می شود. همانطور که در مبحث یک پایه ۲ و الکترومغناطیس خوانده ایم دو بار هم اندازه و مختلف العلامت که به فاصله معینی از هم قرار داشته باشند یک دوقطبی الکتریکی تشکیل می دهند. وی را دو قطبی الکتریکی در هر لحظه دلخواه از فضا یک میدان الکتریکی تولید می کند (که ما در مبحث یک پایه ۲ این میدان را در اطراف دوقطبی الکتریکی محاسبه می کردیم.) اکنون در داخل ماده ای که مورد بررسی است الکترونها دارای بار منفی و هسته دارای بار مثبت است که به فاصله یکسانی از هم قرار گرفته اند. بنابراین این مجموعه تشکیل یک دوقطبی الکتریکی را می دهد. در اثر نوسان الکترونها، این فاصله مرتب کم و زیاد می شود و این بدان معنی است که دوقطبی الکتریکی دائم در حال تغییر است. یعنی با برخورد نور به ماده یک دوقطبی متغیر

به وجود آورده‌ایم. از آنجا که یک دوقطبی الکتریکی در هر نقطه از فضا میدان الکتریکی تولید می‌کند پس یک دوقطبی متغیر نیز، در هر نقطه از فضا یک میدان الکتریکی متغیر ایجاد خواهد کرد. وجود میدان الکتریکی متغیر نیز موجب پیدایش میدان مغناطیسی متغیر می‌گردد و به این ترتیب تولید یکی، منجر به تولید دیگری شده و در نهایت یک میدان الکترومغناطیسی خواهیم داشت.

پس با برخورد موج الکترومغناطیسی به ماده و تولید دوقطبی متغیر در اولین اتم، در اتم‌های بعدی نیز در اثر القا، دوقطبی متغیر حاصل شده و همین منوال تک تک اتم‌های ماده، دوقطبی متغیر تبدیل می‌شوند و موج الکترومغناطیسی از ماده عبور می‌کند.

(یک دوقطبی متغیر منبع تولید میدان الکترومغناطیسی است.)

در اثر اندرکنش موج الکترومغناطیسی با اتم‌ها یا مولکول‌های آن ماده و از طریق القای دوقطبی‌های متغیر با زمان، موج الکترومغناطیسی از ماده عبور می‌کند.

اکنون می‌توانیم بگوییم که نفوذپذیری یعنی چه.

هر قدر وابستگی الکترون‌ها به هسته‌اش زیاد باشد، میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی باید انرژی بیشتری را صرف به نوسان درآوردن این الکترون‌ها بنماید.

وابستگی الکترون به هسته از خصوصیات یک ماده است، لذا میدان الکتریکی در مواد مختلف مقدار نفوذ متفاوتی خواهد داشت. اگر انرژی میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی برای به نوسان درآوردن الکترون‌های ماده کافی نباشد آنگاه خواهد توانست که از ماده عبور کند بنابراین خواهیم گفت که ماده در مقابل نور کدر و غیر شفاف است. مثلاً نور نمی‌تواند از فلز عبور کند البته نوری که در محدوده خاصی از طیف الکترومغناطیسی است.

تراوایی یا قابلیت نفوذپذیری یعنی میدان الکتریکی موج ما، در این ماده چه میزان، قابلیت اثرگذاری یا نفوذ دارد.

اثر امواج الکترومغناطیسی روی مواد همان ایجاد دوقطبی است. در طول درس الکترومغناطیس تماماً گفتیم که نور با ماده برخورد می‌کند و قطبش ایجاد می‌کند. همین عمل را موج الکترومغناطیسی نیز انجام می‌دهد. قطبش یعنی تعداد دوقطبی‌های ایجاد شده در واحد حجم.

توجه شود که فرکانس نوسانات الکترون‌ها برابر است با فرکانس موج الکترومغناطیسی که با ماده برخورد و اندرکنش نموده است.

دوقطبی ایجاد شده دائم در حال نوسان است. اگر فرکانس نوسان این دوقطبی (ν) برابر باشد با اختلاف انرژی دو تراز الکترون یعنی $E_2 - E_1 = h\nu$ باشد

E_2 ——— } $E_2 - E_1$

E_1 ———

آنگاه الکترون خواهد توانست از یک تراز انرژی به تراز انرژی بالاتر منتقل شود.

(انتقال الکترون از یک تراز انرژی به تراز انرژی دیگر را گذار می‌نامند.)

شرط پدید آمدن گذار دو قطبی این است که باید فرکانس نوسانات الکترون ها با فرکانس متناسب با اختلاف انرژی دو تراز برابر باشد.

اگر فرکانس موج الکترومغناطیسی متفاوت از فرکانس متناسب با اختلاف انرژی دو تراز باشد آنگاه تنها پدیده عبور روی خواهد داد یعنی تابیده شده بدون جسم به همان صورت اولیه عبور خواهد کرد. در واقع ماده از تابش انرژی گرفته و سپس پس داده است.

اما در حالتی که فرکانس موج تابشی برابر با فرکانس متناسب با اختلاف انرژی دو تراز باشد آنگاه کلیه عبور، پدیده جذب رخ خواهد داد. زیرا در این حالت الکترون های ماده از تابش تابیده شده انرژی دریافت کرده و با این انرژی به تراز بالاتر منتقل می شوند.

اما الکترونی که به تراز بالاتر می رود ناپایدار است. زیرا در حین بالا رفتن به تراز دیگر ارتفاعی طی کرده و بنابراین دارای پتانسیل است. و می دانیم جسمی در حالت پایدار است که دارای مینیمم مقدار انرژی پتانسیل باشد. پس چون الکترون بالا رفته دارای پتانسیل بیش از پتانسیل مینیمم است. و در واقع ناپایدار است به تراز پایین تر که قبلاً در آن بوده باز می گردد. و در حین این بازگشت موج الکترومغناطیسی تولید می کند. (الکترون در بازگشت به تراز پایین تر، اختلاف انرژی بین دو تراز را بصورت موج الکترومغناطیسی گسیل می دارد.)

اما این موج الکترومغناطیسی تولید شده همان موجی نیست که به ماده تابانده ایم بلکه این دو کاملاً با هم تفاوت دارند. موج تابیده شده موجی است که از یک منبع دیگر حاصل شده و فقط به این ماده تابیده شده است و در حالتی که فرکانس های یا دسته با هم متفاوت باشند به سادگی از ماده عبور خواهد کرد. ولی موج بعدی که در اثر گذار الکترون در دو قطبی پدید آمده است موجی است که توسط الکترون گسیل شده است. عبور و گسیل نیز بسیار با هم متفاوتند. عبور تنها در یک جهت روی می دهد اما گسیل در جهات مختلف است.

(گسیل پدیده ای است که در آن الکترون به تراز بالاتر رفته و به علت ناپایداری دوباره به تراز پایین تر باز می گردد و در این بازگشت اختلاف انرژی دو تراز را بصورت موج الکترومغناطیسی گسیل می کند.)

اولین کسانی که به دو پدیده جذب (Abserbtion) و گسیل (Emissian) بصورت موفق پرداختند جینز و ایله (Jeans & Rayle) بودند.

این دو دانشمند به روابطی دست یافتند که در آن روابط، انرژی پس داده شده توسط ماده خیلی بیشتر از مقدار انرژی بود که توسط نور به ماده داده شده بود و این یعنی هم خوردن قانون بقای انرژی. این پیشامد جینز و ایله را به فکر انداخت. اشکال آنها این بود که آنها انرژی الکترومغناطیس را پیوسته در نظر می گرفتند اما بوهر (Bohr) در اوایل قرن بیستم به این نتیجه رسید که اگر تراز های انرژی منفصل باشند پس حتماً انرژی حاصل از گسیل هم باید منفصل باشد. بنابراین انرژی پایینی از فوتون را نیز تحت تاثیر

$E = nh\nu$ $\quad n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

$h\nu$ کوچکترین انرژی ای است که نور می تواند داشته باشد.

$h\nu$ کوانتی از انرژی الکترومغناطیسی است.

(آزمایشات فتوالکتریک، کامپتون و... توسط اینشتین انجام شد.)

در سال 1911 میلادی دانشمندی بنام لوئی دوبروی نور را چنین تعریف کرد:

نور از ذرات ریزی بنام فوتون تشکیل یافته است که به هرکدام از این ذرات در حال حرکت می توان موجی وابسته کرد.

این در واقع همان ماهیت دوگانگی موج و ذره برای نور است. ماهیتی که امروزه نیز بدان اعتقاد داریم.

این نظریه نیز دو سال بعد بوسیله آزمایش پراش الکترون به اثبات رسید.

الکترونی را در یک اختلاف پتانسیل V قرار دادند. در این حالت انرژی الکترون eV خواهد بود. این الکترون در حضور این اختلاف پتانسیل شتاب می گیرد در واقع انرژی eV آن به انرژی جنبشی تبدیل می گردد.

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\times \frac{m}{m}} eV = \frac{m^2v^2}{2m} \xrightarrow{P = mv} 2meV = P^2 \xrightarrow{P = \frac{h}{\lambda}} 2meV = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \quad *$$

وقتی الکترونی حرکت می کند می توان موجی بدان وابسته کرد که طول موجش از رابطه * حاصل می شود. و این طول موج، به اختلاف پتانسیلی که الکترون در آن شتاب می گیرد بستگی دارد. آنگاه این الکترون را به دو شکاف مقابل منبع الکترون تابیدند و پراش رو داد. قبلاً پراش را برای موج دیده بودیم اما اکنون مشاهده می شود که یک ذره نیز از خود خاصیت موجی نشان داده و پدیده پراش را انجام داده است.

به خاطر یافتن ماهیت دوگانگی موج و ذره، جایزه نوبل به لوئی دوبروی تعلق یافت.

پس از مقدمات فوق اکنون می توانیم اپتیک را بصورت زیر دسته بندی کنیم:

اپتیک:
- اپتیک کوانتومی — Quantum Optics
- اپتیک موجی — Wave Optics
- اپتیک هندسی — Geometrical Optics

در این درس موضوع بحث ما اپتیک موجی خواهد بود.

سرفصلهای اپتیک مدرن:

۱- مقدمه راجع به ارتعاش موج
۲- انتشار موج در محیطها
۳- ماهیت برداری نور
۴- اندرکنش نور با ماده
۵- روهمگذاری امواج
۶- روهمگذاری چند موج نوری
۷- پراش

منابع تدریس:

کتاب مأخذ:

Intraduction to Modern Optic — Fowles

مقدمه‌ای بر نوریشناخت نوین — از فولز

ترجمه: ۱- کیاست پور - اُجبسیان (انتشارات دانشگاه اصفهان)
۲- سُدیر عابدی (انتشارات آستان قدس)

این کتاب توسط دوگروه ترجمه شده است.

منابع دیگر:

۱- نوریشناخت	زیاک	ترجمه مختاری و مجیدی	مرکز نشر دانشگاهی
۲- نوریشناسی	گاناک	ترجمه مقبلی و طالب پور	انتشارات فاطمی
۳- اپتیک	جنکینس و وایت	ترجمهٔ دکتر تجلی	مرکز نشر دانشگاهی

اصل این کتاب عبارتست از:

Fundamentales of Optics — Jenkins & White

Principles of Optics — Born & wolf

University optics I. II — Tenquist

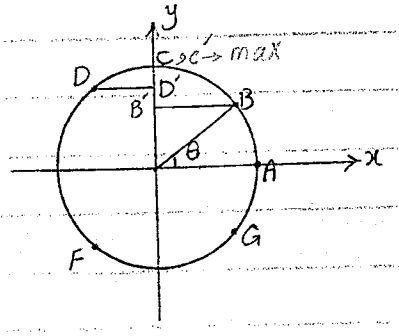
Optics — Smith

در این درس با ماهیت موجی نور بیشتر خواهیم رفت.

یک نگاه کلی به موج: دیدیم که موج حرکت یک ارتعاش است. پس برای اینکه موج را بشناسیم ابتدا باید ببینیم ارتعاش چیست. برای اینکار یک حرکت شناخته شده را در نظر می گیریم و با آن وارد این بحث می شویم. این حرکت شناخته شده حرکت دورانی ساده است.

حرکت دورانی ساده:

محور مختصاتی را منطبق بر اقطار یک دایره انتخاب می کنیم. متحرکی را به عنوان یک نقطه در نظر می گیریم. متحرک نقطه ای مانند A را با سرعت ثابت روی دایره به حرکت در می آوریم. اگر زمان شروع را $t=0$ انتخاب کنیم متحرک بعد از یک مدت زمانی به نقطه B می رسد. متحرک ما با ادامه حرکت خود به نقطه C و سپس D و همینطور به نقاط بعدی می رسد تا اینکه بعد از یک مدت زمان معین که آن را T می نامیم حرکت خود را کامل می کند.



حرکت این متحرک بدان جهت حرکت دورانی ساده نامیده می شود که سرعت متحرک در طول مسیر یکنواخت است.

اگر زمان برای این متحرک ادامه یابد متحرک همان حرکت خود را مرتباً تکرار می کند و زمان لازم برای تکرار هم همان T یا زمان تناوب است. T از آن مربوط به دوران کامل - پریود یا زمان تناوب

لذا T یک مشخصه از این حرکت است زمانی که در آن حرکت دایروی تکمیل می شود.

یک سؤال دیگر چنین مطرح می شود که متحرک در واحد زمان چند دور به دور دایره می چرخد. این یک مشخصه دیگر است که فرکانس نامیده می شود.

می توان به راحتی رابطه ای میان این دو مشخصه برقرار کرد:

دور کامل	ثانیه
1	T
$\nu=?$	1

ارتباط بین T و ν: $\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$

می دانیم که روابط ریاضی گویای حرکات و عملیات فیزیکی است پس می توانیم بجای این همه توضیح، حرکت دورانی ساده را با یک معادله بیان کنیم. برای اینکار به زاویه متحرک نسبت به یکی از محورها متوسل می شویم. می توانیم موقعیت حرکت را با θ بیان کنیم. متحرک من بعد از مدت زمان $t=t$، با محور x ها، زاویه ای در حدود θ می سازد. این بیان به کمک ریاضی چنین خواهد بود: $\theta = \omega t$

$\theta=\omega t$ معادله حرکت دورانی ساده است. θ: زمانی است که بتوان آن متحرک نسبت به محور x تعریف می شود.

این رابطه برای تمام مطالبی را که در مورد حرکت دورانی ساده مطرح کردیم گویاست. $2\pi = \omega t$

ω سرعت زاویه ای یا فرکانس زاویه ای است. $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi(\nu)$

برای رسیدن به رابطه بین ω با T یا ν چنین استدلال کرده ایم:

می دانیم که وقتی حرکت ما یک دور کامل است زاویه طی شده توسط متحرک 2π می باشد. زمان لازم برای یک دور

کامل هم T است پس عملاً به کمک معادل حرکت دورانی ساده براحتی می توان به رابطه مورد نظر دست یافت :

$\omega = 2\pi\nu$ یا $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad 2\pi = \omega T$ $\quad \frac{\theta = 2\pi}{t = T}$ $\quad \theta = \omega t$

حرکت مدار فرکانس (n) بازگشتی می شود.

حرکت روی دایره انجام می شود اما تصویر این حرکت روی یکی از اقطار دایره به چه صورتی است ؟

قطری از دایره را که بر محور y ها منطبق است به عنوان محور دایره در نظر می گیریم و تصویر متحرک A را روی این قطر دایره فرض می کنیم. وقتی متحرک بر روی دایره از نقطه A به نقطه B می رسد، تصویر متحرک نیز بر روی محور دایره بر نقطه B خواهد رسید. یعنی زمانی که متحرک روی دایره از A به B می رود تصویر متحرک روی محور y ها تا B خنیز برداشته و بازگشته و متحرک به نقطه C، تصویر روی خودش می افتد. زمانی که یک ربع دایره را می پیمایم. تصویر متحرک روی محور y ها به بیشترین فاصله اش از مبدأ می رسد. تا اینکه حرکت روی ربع دوم دایره آغاز می شود در نقطه D روی دایره، تصویر متحرک در نقطه D است. در نقطه F و G هم همینطور.

در یک نصف دایره، حرکت تصویر روی محور y ها چنین است : تصویر از مبدأ رو به بالا حرکت کرده و به بیشترین ارتفاع خودش رسد و دوباره همین فاصله را باز می گردد تا به مبدأ برسد.

در هر ربع همین رسیدن به بیشترین فاصله از مبدأ و سپس بازگشت به مبدأ تکرار می شود. بنابراین در ربع چهارم نیز تصویر از بیشترین فاصله به مبدأ تر دیک می گردد.

در نقطه A یک سیکل کامل پیموده شده است پس در یک دور کامل، حرکت تصویر روی محور y ها چنین خواهد بود :

به ازای یک حرکت دورانی کامل، یک رفت و برگشت حول مبدأ مختصات انجام می شود. این نوع حرکات به حرکات ارتعاشی معروف است. و اگر زمان جلو برود این حرکت تکرار خواهد شد.

این نوع حرکات که بصورت فاصله گرفتن از یک مبدأ و بصورت تکراری انجام می شود به حرکت تکراری یا نوسانی معروف است به عبارت دیگر حرکت ارتعاشی عبارتست از تصویر یک حرکت دورانی روی یکی از اقطار دایره.

می توان برای این توضیح فارسی، تنها یک فرمول ریاضی بصورت زیر نوشت : (a شعاع دایره)

معادله یک حرکت ارتعاشی : $y = a\sin\theta = a\sin\omega t$

این رابطه یعنی مقدار تغییر مکان بصورت یک تابع سینوسی با زمان تغییر می کند چون این حرکت هم پریودیک است یعنی قابل تکرار است دقیقاً مثل حرکت دورانی می توانیم یک زمان نوسان یا پریود ارتعاشی در نظر بگیریم.

T مدت زمانی است که یک ارتعاش در آن کامل می شود. و همین ترتیب (دهم فرکانس) حرکت ارتعاشی یا تعداد نوسانات در واحد زمان است.

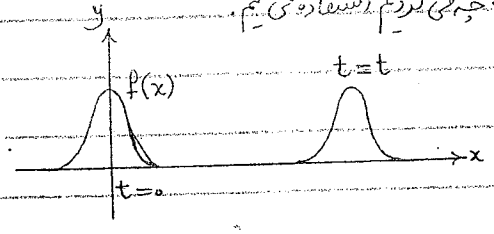
a از یک طرف شعاع دایره است و از طرفی برابر است با بزرگترین تغییر مکان متحرک که ما معمولاً کار با این نقطه برگشت تغییر مکان متحرک، a را دامنه ارتعاشی یا بزرگترین تغییر مکان نیست مبدأ می نامیم.

اکنون باید این ارتعاش را به حرکت درآوریم تا موج حاصل شود.

از اینکه در ریاضیات برای به حرکت درآوردن تابع روی محورهای مختصات چه می کردیم استفاده می کنیم.

مثلاً در شکل مقابل تابع $y=f(x)$ روی مبدأ مختصات است

مهم نیست که $f(x)$ چه نوع تابعی باشد.



این تابع را با سرعت ثابت v به حرکت درمی آوریم.

در یک لحظه این تابع می ایستد و می توانیم برای تابع در آن لحظه معادله بنویسیم.

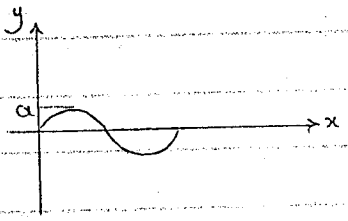
در لحظهٔ $t=t$ معادلهٔ تابع چنین خواهد بود: $y=f(x-vt)$

چون در مکان x به اندازهٔ $x=vt$ تغییر حاصل شده است.

$y=f(x-vt)$ ← تابع در جهت مثبت محور x ها حرکت می کند.

$y=f(x+vt)$ ← تابع در جهت منفی محور x ها حرکت می کند.

با این یادآوری از ریاضیات، می توانیم ارتعاش مورد بحث خود را حرکت دهیم.



$y=a\sin Kx$

چرا در مقابل سینوس، Kx قرار می دهیم؟ در مقابل سینوس نمی توانیم فقط x قرار دهیم، چون سینوس فقط زاویه را می شناسد. پس علاوه بر اینکه باید عددی در کنار x قرار دهیم تا آن را تبدیل به زاویه کند، باید این را نیز بخوبی بیان کنیم که منحنی بعد از یک زمان معین، دوباره تکرار خواهد شد. K را به این دلیل می گذاریم که مقدار K را وادار می کنیم.

$\lambda = vT$ فاصله ای است که ارتعاش در آن مدت، آن را طی کرده است.

تکرارپذیری برحسب زمان را می دانیم و می دانیم که در هر T، این حرکت تکرار می شود. پس بجای اینکه این تکرار را برحسب زمان نشان دهیم با فاصله نشان می دهیم.

زمان مربوط به تکرار، T است. از طرفی سرعتی که این حرکت با آن انجام می شود v است پس فاصلهٔ مربوط به T از رابطهٔ $\lambda = vT$ حاصل می شود که λ به طول موج معروف است.

طول موج فاصله ای است که موج یا ارتعاش در یک پریود آن را طی می کند.

می توانیم K را برحسب λ بنویسیم: $K=\frac{2\pi}{\lambda}$

طول موج از لحاظ ارتعاشی طولی است که نوسان کامل می شود یا طول موجی است که در زمان T نوسان کامل می شود.

اکنون ببینیم آیا معادلهٔ $y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x$ خواست ما را تأمین می کند یا نه؟

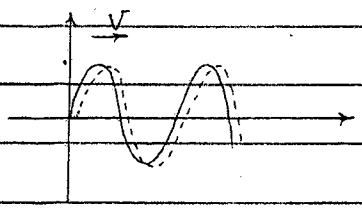
وقتی فاصلهٔ x برابر با λ شود، λ با λ حذف شده و خواهیم داشت: $\sin 2\pi = 0$

یعنی ارتعاش ما به وضعیتی رسیده است که باید دوباره آن را تکرار کند.

به این ترتیب K علاوه بر اینکه برای سینوس زاویه به وجود می آورد، تکرارپذیری حرکت را نیز به ازای فاصله های λ، برای سینوس میسر می سازد.

$K=\frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x$ $\quad y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\lambda$ $\quad y=a\sin 2\pi = 0$

اکنون بجای تابع غیرمشخص $f(x)$، مختص $\sin Kx$ را قرار می‌دهیم و با سرعت V به جلو حرکت می‌دهیم.



مختص به جلو رفتنه را با نقطه چین قرمز نشان می‌دهیم.

برای نوشتن معادله مختص قرمز از حالت کلی تبعیت می‌کنیم

$$y = a \sin K(x - Vt)$$ معادله موج

این معادله، معادله یک ارتعاش در حال حرکت است. پس به عبارتی این معادله، معادله یک موج است.

این معادله را به شکل دیگری هم می‌توانیم بنویسیم:

$$y = a \sin(Kx - KVt) \longrightarrow KVt = \frac{2\pi}{\lambda} Vt = 2\pi \left(\frac{V}{\lambda}\right) t = \frac{2\pi}{T} t = \omega t \quad \left(\frac{V}{\lambda} = \frac{1}{T}\right)$$

طور خیلی ساده از این معادله چنین برداشت می‌شود $\longrightarrow y = a \sin(Kx - \omega t)$

که فاصله از مبدأ یعنی y، هم با x تغییر می‌کند و هم با t که فاز موج $= Kx - \omega t$

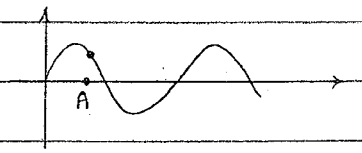
حرکت موج را تعیین کننده وضعیت ارتعاشی نقاط موج هستند وضعیت موج در هر لحظه از طریق فاز تعیین می‌شود.

معنای فیزیکی معادله $y = a \sin(Kx - \omega t)$: شکل بالا شکل ارتعاشی است که روی محور x انجام می‌شود و پس در حرکت می‌کند می‌خواهیم تغییرات x و t را برای خود مجسم کنیم.

از آنجایی که بررسی دو متغیر به طور هم‌زمان مشکل است پس یکی را ثابت و دیگری را متغیر فرض می‌کنیم.

الف) ثابت $= x$ و متغیر $= t$

$x = cte$ یعنی در هر حرکت ارتعاش یا موج یک نقطه ثابت را در نظر می‌گیریم و می‌خواهیم ببینیم با گذر زمان که ارتعاش ما جلو می‌رود، این نقطه ثابت چه چیزی را خواهد دید.



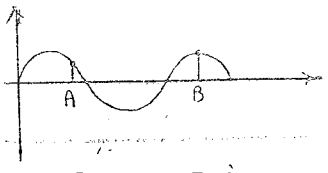
فرض کنید شخصی در نقطه A ایستاده است و می‌خواهد آثار حرکت ارتعاش را ببیند. یک خط قائم از این نقطه A عبور می‌دهیم تا ببینیم این خط قائم در حین حرکت ارتعاش در هر لحظه چه نقاطی از ارتعاش را قطع می‌نماید. در واقع این نقطه A به ازای یک دوره ارتعاش چه وضعیاتی از ارتعاش را خواهد دید.

موج در حین پیشروی به هر نقطه در مسیر خود انرژی می‌دهد این مقدار انرژی با زمان متغیر است. در واقع موج ما در هر لحظه یک مقدار انرژی معین را به یک نقطه (البته موج با تمام نقاط این بخورد را دارد.) از مسیر خود می‌دهد و هر بار آن را قدری بالا می‌برد تا اینکه به بالاترین نقطه در مسیر خود می‌رسد و دوباره پایین می‌آید.

پس نتیجه اینکه: اثر حرکت یک ارتعاش یا اثر یک موج در هر نقطه از مسیر به صورت یک ارتعاش کامل در یک دوره خواهد بود. به عبارت ساده‌تر موج نقاط در مسیر خود را به ارتعاش درمی‌آورد. برای کامل شدن این ارتعاش زمان لازم یک دوره است.

ب) ثابت $= t$ و متغیر $= x$

t ثابت است یعنی عکس برداری از موج یا نمایش موج در یک لحظه معین.



شکل مقابل عکسی از یک موج است ؛

آیا وضعیت ارتعاشی دو نقطهٔ A و B در این شکل یکسان است؟ مسلماً خیر

در زمان ثابت ، x های مختلف در مسیر موج وضعیت ارتعاشی مختلفی دارند. (برای زمان ثابت ، وضعیت ارتعاشی دو نقطهٔ متفاوت در مسیر موج باهم متفاوت است.)

اما معمولاً گاهی لفظ وضعیت ارتعاشی از لفظ فاز استفاده می کنیم

و در حالت عمومی وضعیت ارتعاشی یک نقطه از موج را فاز موج در آن نقطه می نامیم

به این ترتیب در معادلهٔ $y=a\sin(kx-\omega t)$ ، عبارت $(kx-\omega t)$ فاز حرکت است. چون در این معادله a ثابت است و برای تغییر y ، باید فاز حرکت یعنی $(kx-\omega t)$ تغییر نماید.

فاز موج یا فاز ارتعاش ؛ $\varphi = kx-\omega t$

باید توجه داشت که هر نقطه ای هم که در مسیر حرکت موج قرار بگیرد و در اثر انرژی ای که از موج می گیرد ارتعاش خواهد کرد یعنی وضعیت حرکتش نسبت به زمان متغیر خواهد بود.

$y = a\sin(kx-\omega t)$
(a: دامنهٔ ارتعاش ، k: عدد موج ، ω: سرعت زاویه ای)

فاز این نقاط مختلف با چه سرعتی تغییر می کند ؟

$\varphi = kx-\omega t = cte \xrightarrow{\text{مشتق}} k\frac{dx}{dt}-\omega = 0 \xrightarrow{V_\varphi=\frac{dx}{dt}} \boxed{V_\varphi = \frac{\omega}{k}}$

V_φ سرعتی است که موج با آن حرکت می کند.

سرعت ارتعاشی ؛ فرض کنید از ما خواسته می شود که بگوییم یک نقطه با چه سرعتی در جای خود ارتعاش می کند.

برای پاسخ به این سؤال باید تغییرات y را بیابیم.

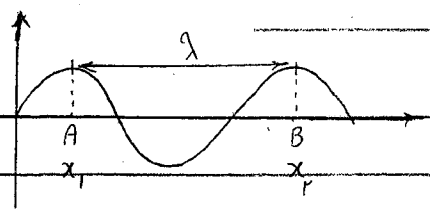
$\text{سرعت ارتعاشی} = \frac{dy}{dt} = -a\omega\cos(kx-\omega t) \qquad \left(\frac{dy}{dt}\right)_{max} = -a\omega$

سرعت فاز سرعتی است که موج با آن می رود.

سرعت ارتعاش سرعت تغییرات y است برای یک نقطه.

طول موج ؛ در طول یک موج آیا نقاطی وجود دارند که وضعیت ارتعاشی یکسانی داشته باشند یعنی باهم ، هم فاز باشند ؟

فرض کنید شکل صفحهٔ بعد تصویر موجی است که با سرعت V حرکت می کند.



در شکل مقابل وضعیت ارتعاشی دو نقطه A و B با هم یکی است. هر دو در حال هستند می خواهیم ببینیم فاصله این دو نقطه هم فاز از هم چقدر است.

به طور خیلی ساده و ابتدایی می توانیم بگوییم که فاصله بین A و B برابر λ است.

اما از نظر ریاضی هم می توانیم بگوییم که این فاصله برابر است با λ. پس دو نقطه A و B با طول های x_1 و x_2 را در نظر می گیریم. در رابطه $y=a\sin(kx-\omega t)$ ، ωt ثابت است چون زمان ثابت است. پس برای تغییرات y باید x تغییر یابد.

$$y_1=a\sin(kx_1-\omega t) \qquad y_2=a\sin(kx_2-\omega t)$$

دو نقطه هم فاز دارای y های مساوی با هم هستند. پس چون A و B هم فاز هستند داریم:

$$\varphi=kx-\omega t \qquad \varphi_1=kx_1-\omega t \qquad \varphi_2=kx_2-\omega t \qquad \Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=k(x_B-x_A)=k\Delta x$$

$$y_1=y_2 \longrightarrow \sin(kx_1-\omega t)=\sin(kx_2-\omega t) \qquad \Delta x=m\lambda \qquad m=0,1,2,\dots$$

نقاط هم فاز

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot m\lambda \qquad \Delta\varphi=2m\pi$$

چون دو سینوس می مقدار ثابتی را می دهند:

$$k(x_2-x_1)=m\times 2\pi \qquad m=0,1,2,3,$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=2\pi m \qquad x_2-x_1=m\lambda \qquad \boxed{\Delta x=m\lambda}$$

اختلاف فاز نوعی وضعیت ارتعاشی در زمان ثابت با هم مقایسه می باشد.

اگر t ثابت باشد x نقاطی از موج که وضعیت ارتعاشی یکسانی دارند، مضرب صحیحی از طول موج خواهد بود.

یا به عبارت دیگر نقاط هم فاز روی یک موج برای t ثابت فاصله هایی متناسب با مضرب صحیحی از طول موج دارند.

نقاط هم فاز: نقاطی هستند که اختلاف فاز آن ها مضرب صحیحی از 2π باشد.

حالت بعدی متغیر = t و ثابت = x

یک نقطه روی موج در نظر می گیریم.

$$y_1=y_2 \qquad y_2=a\sin(kx-\omega t_2) \qquad y_1=a\sin(kx-\omega t_1)$$

یک تابع سینوسی کی تکرار می شود؟ سینوس زاویه ای می شناسد و از طرفی هر 2π رادیان یکبار تکرار می شود پس داریم:

$$\omega(t_2-t_1)=m\times 2\pi \qquad \frac{2\pi}{T}(\Delta t)=m2\pi \qquad \boxed{\Delta t=mT} \qquad m=0,1,2,\dots$$

وضعیت ارتعاشی یکسان در فاصله زمانی کسر یا ضریب صحیحی از T خواهد گرفت.

برای مضرب صحیح $\Delta\varphi=\omega\Delta t$

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\cdot mT \qquad \Delta\varphi=m2\pi$$

و اما یک موج سه جور حرکتی برای ما مطرح است:

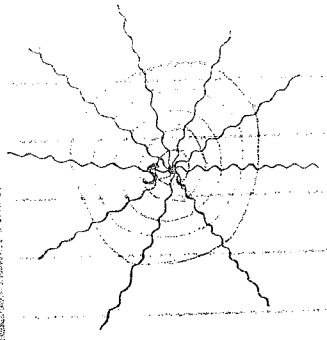
۱- از لحاظ جهت موج یا سطح موج

۲- امتداد ارتعاش با امتداد انتشار

۳- بین امتداد

این - طولی - با امواج صوتی

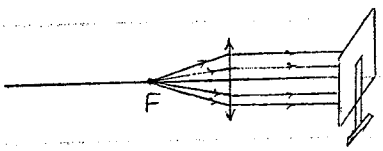
پ - عرضی - [illegible]



۱- جبههٔ موج : یک منبع نور نقطه‌ای مانند یک لامپ را در نظر بگیرید.
این لامپ امواج نوری خود را در همه جهت می فرستد. (امواج رسم شده با مداد.)
دایره های متمرکز روی شکل، جبهه های موج این منبع نور هستند.
در واقع جبههٔ موج پوشش نقاط هم فاز در امتدادهای مختلف و در یک زمان معین می باشد.
از آنجا که جبههٔ موج یک نقطهٔ نورانی، کره است این موج را موج کروی می نامیم. پس موج کروی معمولاً امواج ساطع شده از یک نقطهٔ نورانی است.

در مقابل موج کروی، موج تخت نیز وجود دارد. جبههٔ موج یک موج تخت همواره بصورت یک صفحهٔ تخت است.
یعنی تمام نقاط هم فاز در یک زمان معین روی یک صفحهٔ قرار دارند.
پس امواج تخت جبههٔ موج تخت دارند و برای داشتن یک چنین امواجی باید موجهایی را در نظر بگیریم که امتداد انتشار آنها با هم موازی باشد.
توجه : جبههٔ موج همیشه بر امتداد انتشار عمود است.

تولید جبههٔ موج کروی بسیار ساده است اما جبههٔ تخت چطور؟
بطور کلی برای ایجاد امواج تخت از یک منبع نقطه‌ای استفاده می کنیم که به فاصلهٔ دوری از ما قرار دارد. مسلماً جبههٔ موج این منبع نقطه‌ای بصورت کروی است اما به دلیل فاصلهٔ زیادی که این منبع با ما دارد شعاع کرهٔ این جبههٔ موج خیلی بزرگ بوده و می توان سطح کوچکی از آن را به عنوان یک جبههٔ موج تخت برگزید.
این روش عملی در آزمایشگاه استفاده از وسایل همگرا کننده مثل عدسی محدب و آینهٔ مقعر است. اگر یک منبع نقطه‌ای را در کانون عدسی همگرا کننده قرار دهیم، پرتوها پس از شکست در عدسی، موازی هم حرکت خواهند کرد و جبههٔ موج آن تخت خواهد بود.
همیشه جبههٔ موج بر امتداد انتشار عمود است.



کلیه هندسی نقاط هم فاز: مجموعه‌ای از نقاط که در یک لحظه معین دارای فاز یکسان هستند سطحی را بوجود می آورند که به آن سطح موج یا جبههٔ موج معروف است.

تقسیم بندی امواج:
۱- جبههٔ موج (سطح موج) :
- الف - کروی: برای تولید آن منبع نقطه‌ای لازم است که در طبیعت نیست. امتداد (پرتوها) در جهات مختلف است.
- ب - تخت: موجی است که جبههٔ یا سطح آن تخت باشد یا نقاط هم فاز آن بصورت تخت باشد یا امتداد انتشار عمود و موازی هم باشند.

۲- امتداد انتشار نسبت به ارتعاش :
- الف - عرضی
- ب - طولی

۳- بعد انتشار :
- الف - تک بعدی
- ب - دو بعدی
- ج - سه بعدی

۲-۱ امتداد انتشار نسبت به ارتعاش :

امواج عرضی : در بعضی موارد، ارتعاش، عمود بر امتداد انتشار است یعنی موج، ضمن ارتعاش، بجلو نیز می رود که به آن امواج عرضی گویند.

در امواج الکترومغناطیس نیز دیدیم که میدان الکتریکی بر میدان مغناطیسی عمود بوده و هر دو بر امتداد انتشار نیز عمود هستند؛ امواج عرضی نیز بدین صورتند.

امواج طولی : امواج صوتی، نمونه ای از امواج طولی هستند. ارتعاش صوت از لایه ای از هوا به لایهٔ دیگر منتقل می شود در نتیجه امتداد ارتعاش و امتداد انتشار موج در یک جهتند. این نوع امواج را امواج طولی گویند.

۳- بعد انتشار : هیچ چیز یک بعدی یا دو بعدی وجود ندارد. تمامی مواد در طبیعت سه بعدی است. همه مسائل هم که به صورت یک بعدی یا دو بعدی مطرح می شود تقریبی است. خود نخ سه بعد دارد اما از آنجائیکه دو بعد عرضی آن یعنی سطح مقطع نخ که دو بعدی است نسبت به طول نخ بسیار کوچک است نخ را تقریباً تک بعدی در نظر می گیریم.

امواج را از لحاظ انتشار به سه دستهٔ ۱- تک بعدی ۲- دو بعدی و ۳- سه بعدی تقسیم می کنند.

- امواج تک بعدی امواجی هستند که انتشار آنها در محیطهایی صورت می گیرد که دو بعد شان در مقابل بعد سوم بسیار ناچیز است. مثل انتشار موج در طول یک نخ طویل و بسیار نازک.

- طنابی را در نظر بگیرید که دارای ضخامتی بسیار نازک است. این ضخامت بعدی است اما ضخامت در مقابل دو بعد دیگر آن بسیار کوچک است پس با تقریب می توان آن را دو بعدی در نظر گرفت. در نقطه ای که ضربه بدان وارد شده است، ارتعاشی ایجاد می شود که در تمام سطح شروع به حرکت می کند. البته این ارتعاش در ضخامت هم حرکت می کند ولی چون ضخامت خیلی کوچک است آنرا در نظر نمی گیریم و انتشار را تنها در روی محور x و y بررسی می کنیم. به عنوان مثال امواج روی طناب، امواج دو بعدی هستند.

- اما در نهایت با اندکی دقت مشاهده می شود که تمامی امواج، امواج سه بعدی هستند.

جلسهٔ گذشته معادلهٔ موج را در حالت کلی بصورت زیر نوشتیم : $y = a\sin(kz - \omega t)$

a : دامنهٔ یا بیشینهٔ تغییر مکان نسبت به نقطهٔ تعادل

k : امتداد انتشار z : امتداد انتشار در امتداد z

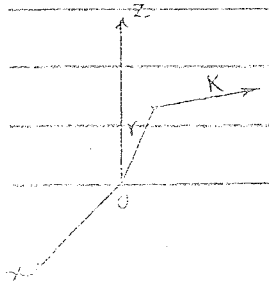
از آنجائیکه این موج تنها در امتداد محور z ها حرکت می کند یک معادلهٔ موج تک بعدی است و دامنهٔ آن همواره ثابت است که این امر نشاندهندهٔ موج تخت است.

برای اینکه یک موج را از حالت تک بعدی بصورتی درآوریم که حالت تقریبی دهم باید معادلهٔ موج را بصورت سه بعدی بنویسیم.

بدین شکل مقابل می خواهیم موقعیت موج را مشخص کنیم.

موج در یک نقطه از فضا به فاصلهٔ r از مبدأ قرار گرفته است.

برای اینکه بدانیم از این نقطه به بعد موج چه امتدادی حرکت می کند آن را با k نشان می دهیم.



U، تغییر مکان در یک بعد را نشان می دهد به این ترتیب تغییر مکان در سه بعد را هم با U نشان می دهیم. در این حالت هم، دامنه ثابت است که یک حالت تقریبی است. هر موجی را در فضا در نظر بگیریم در نهایت میرا خواهد شد. دامنه حرکت را در اینجا U_0 فرض می کنیم. ضرب داخلی بردار موج در فاصله اش برابر است با $K.r$

معادله یک موج تخت در فضای سه بعدی :

$$U = U_0 \sin(K.r - \omega t)$$

می توان معادله موج تخت در فضای سه بعدی را بصورت کسینوسی $U = U_0 \cos(K.r - \omega t)$ بنویسیم. چون شکل موج بر روی محورهای مختصات دقیقاً معلوم نیست و این را هم می دانیم که $\sin$ و $\cos$ تنها به اندازه $\frac{\pi}{2}$ با هم اختلاف فاز دارند.

در حالتی که ماکزیمم موج در $t=0$ و $r=0$ واقع شده باشد معادله را با $\cos$ بیان می کنیم.

در حالتی که مینیمم موج در $t=0$ و $r=0$ واقع شده باشد اگر معادله را با $\cos$ بیان کنیم با نسبتی اختلاف فاز $\pm\varphi$ را هم در فاز حرکت وارد کنیم.

$$U = U_0 \cos(K.r - \omega t \pm \varphi)$$

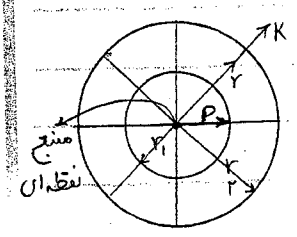
موقعی که شکل موج در محورهای مختصات داده شده باشد انتخاب $\sin$ یا $\cos$ و یا وارد کردن اختلاف فاز φ در معادله، بستگی خواهد داشت به اینکه در لحظه $t=0$ و فاصله $r=0$، وضعیت ارتعاشی یا تغییر مکان نسبت به مبدأ مختصات دارای چه وضعیتی است. ولی اگر شکل موج را نداشته باشیم معادله را با هر تابع دلخواهی می توانیم نشان دهیم حتی بصورت مقابل :

$$U = U_0 \exp i(K.r - \omega t)$$

البته می دانیم که تابع $\exp$ از یک قسمت سینوسی و یک قسمت کسینوسی تشکیل یافته است و چون محاسبات نمایی با $\exp$ محاسباتی ساده است می توانیم معادله موج را بصورت تابع نمایی بنویسیم مخصوصاً زمانی که می خواهیم محاسبات ریاضی انجام دهیم. در نهایت منظور می توان بسته به اینکه موج سینوسی یا کسینوسی باشد قسمت حقیقی یا موهومی آن را برداریم.

حال باید امواج کروی را به این مجموعه اضافه کنیم. قبلاً دیدیم که موج کروی از یک منبع نقطه ای ناشی می شود که این موج در تمام جهات پخش می شود و اگر محیط یکسان باشد با یک سرعت حرکت می کند. اکنون می خواهیم معادله موجی را که در تمام جهات جلو می رود را بنویسیم :

اگر در منبع نقطه ای، توان P باشد یعنی انرژی ساطع شده ~~[illegible]~~ در واحد زمان، P باشد انرژی می خواهد از نقطه توانی بیرون بیاید و در تمام جهات توزیع شود. بعد از یک لحظه، پوشش این امواج کجاست؟ پوشش این امواج بر روی دایره ای با شعاع r_1 واقع شده است که روی کره ای به شعاع r_1 و در لحظه t_1 قرار دارد. و در لحظه t_2 کره دیگری خواهد بود با شعاع r_2



به این ترتیب توان که در مرحله اول در یک نقطه متمرکز بود، با گذر زمان در فضا توزیع شده و در لحظه های مختلف روی کراتی با شعاعهای مختلف واقع می شود.

خلاصی توان و انرژی برای امواج، مؤلفه ای بنام شدت را بکار می بریم.

توان یا انرژی یک موج از مشخصه‌ای بنام شدت تعریف می‌شود. $\text{شدت } I = \frac{E}{\text{واحد زمان} \times \text{واحد سطح}}$

شدت یک موج: شدت یک موج مقدار انرژی است که از طریق آن موج از واحد سطح در واحد زمان و بطور عمود بر سطح عبور می‌کند.

چون امواج کروی است از لحاظ عمود بودن هیچ اشکالی نداریم.

در مقابل شدت موج $\frac{E}{\text{واحد زمان}}$ همان توان است پس می‌توان شدت را بصورت زیر نمایش داد:

$$I = \frac{\text{توان}}{\text{سطح}} = \frac{P}{A}$$

شدت موج را در دو موقعیت مختلف بررسی می‌کنیم:

الف) برروی کره‌ای به شعاع r_1: P: توانی است که از منبع نقطه‌ای خارج می‌شود.

شدت در $t = t_1$: $I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$ ، شدت در $t = t_2$: $I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

رابطه مقابل نشان می‌دهد که در یک موج کروی، هر قدر فاصله از منبع (r) زیاد شود شدت موج کم خواهد شد و نسبت کم شدن شدت متناسب است با عکس فاصله از منبع. پس در انتشار امواج کروی، شدت موج با عکس مجذور فاصله تغییر می‌کند.

می‌دانیم: شدت موج I (متناسب است با) a^2 (دامنه)^2 پس داریم:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{a}{a}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

نسبت دامنه‌های موج در دو وضعیت: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_1}{r_2}$

این رابطه نشان می‌دهد که در امواج کروی، دامنه نه تنها ثابت نمی‌ماند (نظیر امواج تخت) بلکه با فاصله بطور متکاوس کاهش پیدا می‌کند. پس در امواج کروی با طور فتن موج، دامنه کاهش می‌یابد.

معادله موج کروی را در فضای سه بعدی می‌نویسیم. این بار دامنه ثابت نیست و با عکس فاصله تغییر می‌کند. اگر دامنه در مبدأ ($r = 0$، $t = 0$) برابر U_0 بود با تغییر r در فاصله به طور متکاوس کاهش پیدا می‌کند.

(K و r عملاً در یک اعتاد هستند بنابراین لازم نیست برای آنها ضرب داخلی بنویسیم.)

$$U = \frac{U_0}{r}\cos(Kr - \omega t) \qquad U = \frac{U_0}{r}\exp i(Kr - \omega t)$$

سؤال : وقتی یک موج به محیطهای مختلف وارد می‌شود نقش محیط بر روی امواج را چگونه می‌توان بیان کرد؟
برای پاسخ به این سؤال باید از لحاظ انتشار موج در محیطهای مختلف مشخصه ای را در نظر بگیریم.

مشخصهٔ محیط برای انتشار نور :

آیا نور در تمامی محیطها بطور یکسان عمل می‌کند (از لحاظ دامنه، سرعت و ...)؟
ابتدا برای محیطها یک مشخصهٔ نوری بنام ضریب شکست n معرفی می‌کنیم.
اگر ضریب شکست را با n نشان دهیم خواهیم داشت :

$$n = \frac{c}{u} = \frac{\text{سرعت نور در خلأ}}{\text{سرعت نور در آن محیط}} \quad \text{ضریب شکست یک محیط}$$

(نور از لحاظ سرعت، بیشترین سرعت را در خلأ دارد.)
نور از طریق انرژی ای که میدان الکتریکی یا مغناطیسی آن دارد، الکترون را به حرکت در می‌آورد و دو قطبی متغیر با زمان ایجاد می‌کند و از این طریق انتشار می‌یابد.

اکنون ببینیم نفوذپذیری الکتریکی یا مغناطیسی با ضریب شکست چه رابطه ای دارد؟
تا بحال گفتیم علت انتشار نور یا امواج الکترومغناطیسی در محیطها، نفوذپذیری میدانهای الکتریکی و مغناطیسی موج است یا به عبارت دیگر سرعت انتشار در محیط را به ضرایب قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی ربط دادیم.
حال ببینیم مشخصهٔ جدید ما با مشخصات قبلی که معرفی کردیم چه ارتباطی دارد. برای این منظور K را بصورت نسبت زیر تعریف می‌کنیم :

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \longrightarrow \varepsilon = K\varepsilon_0$$

K : قابلیت نفوذپذیری نسبی میدان الکتریکی
ε : قابلیت نفوذپذیری در محیط
ε_0 : قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی در خلأ

K_m : قابلیت نفوذپذیری نسبی میدان مغناطیسی

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_0} \longrightarrow \mu = K_m \mu_0$$

سرعت نور در خلأ را بر حسب دو مشخصهٔ قابلیت نفوذپذیری میدانهای الکتریکی و مغناطیسی بصورت زیر تعریف کردیم :

$$U = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

در فرمول U، بجای μ و ε، مقدارشان را قرار می‌دهیم :

$$U = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 K_m \varepsilon_0 K}} \qquad U = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \times \frac{1}{\sqrt{K K_m}} \qquad U = c\frac{1}{\sqrt{K K_m}}$$

$$\longrightarrow n = \frac{c}{U} \qquad c = nU \longrightarrow \sqrt{K K_m} = \frac{c}{U} = n \qquad n = \sqrt{K K_m}$$

معمولاً محیطهایی که برای اپتیک انتخاب می کنیم محیطهایی هستند غیر مغناطیسی. در محیطهای نوری که محیطهای غیر مغناطیسی هستند و به عبارت دیگر میدان مغناطیسی در آن محیطها اثر ندارد، K_m برابر مقدار یک است، پس خواهیم داشت:

$$K_m = 1 \quad \text{محیطهای غیر مغناطیسی:} \quad n = \sqrt{K}$$

حال ببینیم معادله موجهایی که نوشتیم جواب چه معادله دیفرانسیلی است. در واقع برای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی چه معادله دیفرانسیلی داریم که معادله موج ما جواب آن است.

(در اپتیک بیشتر با میدان الکتریکی سروکار داریم چون میدان الکتریکی نور خیلی خیلی قویتر از میدان مغناطیسی نور است و آشکارسازها بیشترین تأثیر را از میدان الکتریکی می گیرند به این دلیل، محیطهای نوری را محیطهای غیر مغناطیسی می گیریم.)

معادله دیفرانسیلی موج:

برای اینکه معادله دیفرانسیلی موج را بنویسیم به معادلات ماکسول متوسل می شویم و باز هم محیطی را در نظر می گیریم که بار آزاد در آن وجود ندارد.

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \dfrac{\partial H}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \dfrac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

کرل می گیریم ← $\nabla^2 E = \dfrac{1}{u^2} \dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2}$

$\dfrac{\partial}{\partial t}$ می گیریم ← $\nabla^2 H = \dfrac{1}{u^2} \dfrac{\partial^2 H}{\partial t^2}$

این معادلات تغیرات مکانی و زمانی E را در معادله اول و H را در معادله دوم به هم ارتباط می دهد. U سرعت است.

اگر این معادلات دیفرانسیلی را حل کنیم جوابهایی بصورت زیر خواهیم داشت:

$$\begin{cases} E = E_0 \cos(K.r - \omega t) \\ E = E_0 \exp(K.r - \omega t) \end{cases} \qquad \begin{cases} H = H_0 \sin(K.r - \omega t) \\ H = H_0 \exp(K.r - \omega t) \end{cases}$$

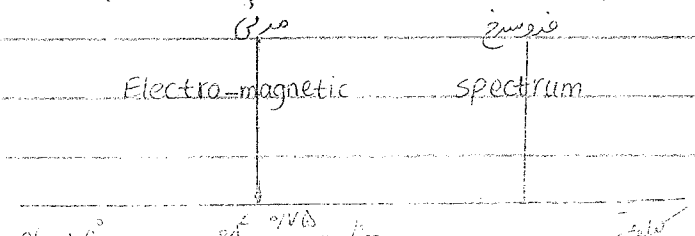
حتی جوابهایی توانند بصورت امواج کروی باشند.

پس همواره مجبور نیستیم که میدان الکتریکی و مغناطیسی را در امواج الکترومغناطیسی به هم ربط دهیم.

چیزی که اینجا مهم است اینکه تا بحال فقط موجی را انتخاب کردیم که برای خودش یک فرکانس دارد. اگر امواج الکترومغناطیسی را از نظر طول موج بررسی کنیم چه محدوده ای را می پوشانند؟

اگر طول موجها را در یک جا کنار هم بچینیم طیف امواج الکترومغناطیسی حاصل می شود.

طیف الکترومغناطیسی از چه طول موجی تا چه طول موجی تغیر می کند؟ از محدوده کیلومتر تا صدم آنگستروم



طول موجهای ..... را با کیلومتر بیان می کنیم.

برای اینکه طول موجها را با ارقام کوچکتری نشان دهیم از واحدهای مختلفی مانند Km ، m ، cm ، mm ، μm ، nm استفاده می کنیم. علت اینکه طول موجها را با واحدهای مختلفی می سنجیم این است که طول موجهای بزرگ و کوچکی داریم. متداول ترین واحدهایی که برای اندازه گیری طول موجها بکار می بریم عبارتست از A° (آنگستروم، $10^{-10}m$)، nm ($10^{-9}m$)، μm ($10^{-6}m$)، mm ($10^{-3}m$) و ...

امروزه مرز اندازه گیریها شکسته است. در آن زمان تقسیم بندی این مناطق براساس منابع تولید کننده و آشکارسازها انجام می شد.

منابع تولید کننده:

الف) منابع ماکروسکوپی - یعنی منبعی که قابل لمس و قابل اندازه گیری است مثل مدار LC

ب) منابع میکروسکوپی - یعنی منبعی که نمی بینیم و نه قابل اندازه گیری است، نظیر اتمها، مولکولها، یونها و الکترونها

ترازهای دورانی در مولکولها، طول موجهایی در حدود متر تولید می کنند. مثل امواج فروسرخ.

از امواج مرئی به سمت طول موجهای بلند، محدوده طول موجهای فروسرخ است و بعد نوبت به امواج رادیویی کوتاه یا امواج کهکشانی می رسد. امواج کهکشانی، امواج میکروویو هستند.

امواج رادیویی بلند	امواج رادیویی میکروویو کوتاه یا کهکشانی	فروسرخ	مرئی: فرابنفش	اشعهٔ X	اشعهٔ γ	اشعهٔ کیهانی

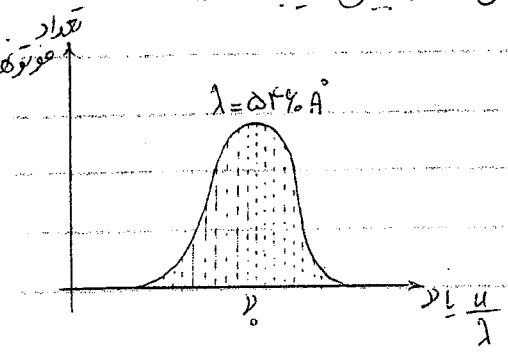
μm ۰/۷۵ ۰/۴ — λ نوری

ناحیهٔ نوری یا مرئی قسمتی از ناحیهٔ فروسرخ و قسمتی از ناحیهٔ فرابنفش را شامل می شود. هیچ تعریف مشخصی برای این ناحیه وجود ندارد، از حدود ۰/۳ میکرون تا ۰/۷ میکرون می تواند جزو ناحیهٔ مرئی باشد.

دیدیم که در طیف الکترومغناطیسی میلیونها موج در کنار هم قرار گرفته اند تا طیف الکترومغناطیسی را به وجود آورند. اما سؤالی که مطرح می شود اینکه آیا می توان در طبیعت یک موج تنها با یک طول موج داشت؟

به عنوان مثال نور تک رنگ سبز را در نظر بگیرید. در داخل این نور تک رنگ هزاران هزار فوتون وجود دارد. اگر فقط هزار تا از این فوتونها را مورد بررسی قرار دهیم مسلماً خواهیم دید که همهٔ این هزار فوتون دارای یک طول موج نیستند بلکه مثلاً ۳۰۰ فوتون دارای فرکانس ν و ۱۰۰ تای دیگر دارای فرکانس ν و بهمین ترتیب هستند.

اگر تعداد این فوتونها را برحسب فرکانس در یک نمودار رسم کنیم



نمودار بصورت شکل مقابل حاصل خواهد شد که در آن فرکانسها با اندازهٔ ϵ (اپسیلون) با هم اختلاف دارند.

در واقع طول موجی که ما آنرا بعنوان طول موج نور سبز می شناسیم (یعنی

$\lambda = 5460\,A^\circ$ طول موجی است که بیشترین تعداد فوتون با این طول موج در آن تمرکز دارند و بقیه طول موجها با آرایشی باطول موج متر دیک به طول موج نور سبز قرار دارد.

(پس $5460\,A^\circ$ طول موجی است که اکثر فوتونها در این طول موج قرار دارند)

پس بنابراین ترتیب دو می یابیم که در طبیعت نور خالص وجود ندارد. اما چرا؟ (نوری تحت یک طول موج در طبیعت وجود ندارد)

حداقل ۲ عامل مختلف وجود دارد که از طریق آنها می توانیم بفهمیم که نور یک رنگ نمی تواند وجود داشته باشد. یکی از این ۲ پدیده، پدیده دوپلر است.

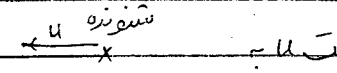
پدیده دوپلر یکی از عواملی است که طبق آن نمی توانیم نور یک رنگ کامل داشته باشیم.

پدیده دوپلر :- Doppler Effect

با پدیده دوپلر در مبحث صوت آشنا شده ایم

تغییر فرکانس صدا یا افزایش صدا در اثر حرکت شنونده بطرف منبع صوت یا حرکت منبع بطرف شنونده نام پدیده دوپلر معروف است.

حالت اول: منبع صوت ساکن است و شنونده با سرعت u به منبع نزدیک می شود



$$\nu_1 = \nu_0 \left(1 \pm \frac{u}{v}\right)$$

v سرعت صوت در محیط است

ν_1 فرکانسی است که شنیده خواهد شد.

{ علامت (+) برای نزدیک شدن
علامت (−) برای دور شدن

وقتی شنونده به منبع صوت نزدیک می شود تعداد موجهایی که در واحد زمان به ما می رسد بیشتر است بنابراین در حین نزدیک شدن به منبع صوت، صدا یا فرکانس صوت افزایش می یابد.

حالت دوم: شنونده ساکن است و منبع صوتی با اهمال سرعت u به شنونده نزدیک یا از آن دور می شود.

{ علامت (+) برای دور شدن
علامت (−) برای نزدیک شدن

$$\nu_2 = \nu_0 \left(\frac{v}{v \mp u}\right)$$

فرکانس برای حالتی که شنونده از منبع دور می شود:

$$\nu_1 = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{v}\right)$$

فرکانس برای حالتی که منبع با اهمال سرعت از شنونده دور می شود:

$$\nu_2 = \nu_0 \left(\frac{v}{v+u}\right)$$

آیا این دو رابطه یک جواب می دهند؟ چه تغییر فرکانس یکسان نیست. چرا؟

این دو رابطه وقتی با هم حاصل را آن نشان می دهند که در امواج صوتی سرعت منبع صفر نیست، چون سرعت نسبی

هردو حالت u است.

توجه: در محور مختصات غیرمستقل، سرعت نسبی صادق نیست. در این نوع محور مختصات، مختصات را وابسته می‌کنیم به محیطی که سرعت موج از طریق آن محیط تأمین می‌شود یا وابسته است به آن محیط.
مثلاً اگر سرعت صوت را در آب و بار دیگر در هوا بوسیله دستگاه مختصات اندازه بگیریم نتایج حاصل با هم متفاوت خواهند بود. در واقع این دستگاه مختصات غیرمستقل است چون سرعت صوت وابسته به محیط است و از طریق محیط مثل آب و هوا تأمین می‌شود.

در نور، علت انتشار، محیط نیست. پس در نوشتن روابط دوپلر برای نور می‌توانیم از سرعت نسبی استفاده کنیم.

پدیده دوپلر در نور (رابطه کلاسیکی وقتی که $u \ll c$)

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{c}\right)$$

در اینجا u دارای معنای کلی است. u سرعت متوسط منبع و ناظر است. در نتیجه چه ناظر بطرف منبع برود و چه منبع بطرف ناظر برود یا هردو از هم دور و یا بهم نزدیک شوند، هیچ فرقی نخواهد داشت. u همچنان متوسط سرعت منبع و ناظر باقی خواهد ماند.
اما اگر با منابعی سروکار داشته باشیم که با سرعتهای زیاد حرکت می‌کنند یعنی u برای آنها قابل مقایسه با c است (از جمله منابعی که با سرعت نور حرکت می‌کنند کهکشانها و ستاره‌ها و ... هستند.) در این حالت دیگر نمی‌توان رابطه را بصورت کلاسیکی نوشت. باید از طریق نسبیتی وارد شویم:

دوپلر نسبیتی:

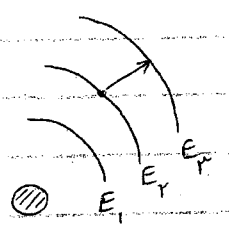
$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{c} + \frac{u^2}{2c^2} + \dots\right)$$

رابطه اخیر رابطه کلی برای پدیده دوپلر است چون اگر $u \ll c$ باشد عبارت $\frac{u^2}{2c^2}$ در این رابطه بسیار کوچک شده و قابل چشم پوشی خواهد بود لذا همان رابطه کلاسیکی پدید خواهد آمد.

خلاصه اینکه پدیده دوپلر در نور بدین معنی است که هرگاه منبع نوری از ناظر دور یا بدان نزدیک می‌شود یا هردو بهم نزدیک و یا هردو از هم دور می‌شوند و یا هر حالت دیگری، فرکانس یا رنگی که از آن به چشم ما می‌آید متفاوت از رنگی خواهد بود که جسم در حالت ساکن به آن به نظر می‌رسد.

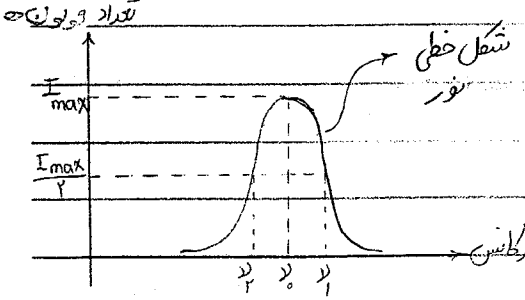
✓ پهن شدگی دوپلری — Doppler Broadening :مهم

درداخل ظرفی اتمهای هیدروژن قرار می‌دهیم و تمام اتمها را تحریک می‌کنیم.
می‌دانیم ساختار اتم شامل هسته و الکترونها است.
تمامی این اتمهای هیدروژن ترازهای انرژی یکسانی دارند. فرض کنید که الکترون واقع در تراز E_2 را تحریک کنیم تا به تراز E_3 برود. برای تمام اتمها



ترازهای E_2 و E_3 به یک فاصله از هم قرار دارند. اکنون الکترون تحریک شده در تراز E_3 است.
بر دون الکترون از یک تراز به تراز بالاتر را جذب گوییم. به دنبال هر جذب، یک گسیل وجود دارد. یعنی الکترون تحریک شده به تراز پایین تر که قبلاً در آن بود بازمی گردد و در این حالت، نوری گسیل می دارد. ما به نور حاصل از این گسیل ها نگاه می کنیم. اگر تمام اتم ها ساکن باشند ما که در یافت کننده نور هستیم نور گسیل شده از تمام اتم ها را یکسان خواهیم دید. چون ترازهای E_2 و E_3، فاصله یکسانی در تمام اتم ها دارند. $E_3 - E_2 = h\nu_0$

اما در داخل یک گاز، اتم ها ساکن نیستند و دائم در حال حرکت و سرعت و جهت حرکتشان با هم متفاوت است. قانون گویس بر حرکت این اتم ها حاکم است. البته این قانون بنام قانون توزیع ماکسوئل معروف است.
پس در این حالت که اتم ها در داخل ظرف در جهات مختلف و با سرعت های متفاوت حرکت می کنند نور دریافتی از این اتم ها که منشاء آن دو تراز E_2 و E_3 است، برای همه اتم ها یکسان خواهد بود. به عبارتی نور دریافتی از همه این اتم ها با فرکانس های مختلفی رویت خواهد شد. چون بنا به پدیده دوپلر اگر منبع تولید نور در حال حرکت باشد متناسب با سرعتش، فرکانس تغییر خواهد کرد.



نمودار مقابل نشان می دهد که چه تعداد از اتم ها چه فرکانسی را تولید می کنند (مثلاً بیان می کند در داخل این گاز نسبت تلاتم وجود دارد که فرکانس ν_0 را تولید می کنند)
با وجود اینکه منشأ تولید نور در تمام این اتم ها فاصله دو تراز E_2 و E_3 است و این فاصله نیز برای تمامی اتم ها با هم برابر است، باید نور گسیل شده از تمام اتم ها رنگ یکسانی داشت. اما چون اتم ها سرعت و جهت حرکت متفاوتی دارند پس فرکانس دریافتی از هر اتم نیز متفاوت خواهد بود.

منحنی فوق شکل خطی نور یا به عبارت عمیق تر توزیع طیفی رنگ نامیده می شود.
شکل خطی نور یعنی منحنی نشان دهندهٔ تعداد فوتون های متعلق به طول موج های مختلف و به عبارت عمیق تر توزیع طیفی رنگ یعنی رنگ های مختلف در این مجموعه تحت چه منحنی ای نشان داده می شوند.

شکل های خطی نور که از بررسی مثلاً یک جسم شامل گاز حاصل می شود با دو مشخصه، مشخص می گردند:
۱- تعداد فوتون ها در قله این منحنی که به آن شدت ماکزیمم گفته می شود (I_{max}) یکی از مشخصه های معرفی کنندهٔ شکل خطی نور است.
۲- از ماکزیمم شدت تا نصف این مقدار پایین می آیند و خطی به موازات محور طول ها رسم می کنند و به این صورت فرکانس دو انتها را اندازه می گیرند، ν_1 و ν_2. اختلاف این دو فرکانس، پهنای خط نامیده می شود.

$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$: پهنای خط

هرچه این پهنای خط یا $\Delta\nu$ بیشتر باشد بدین معنی است که نور ما از رنگ های فاصله بیشتری دارد و هرچه $\Delta\nu$ کمتر باشد یعنی نور ما به نور تک رنگ نزدیک تر است.

مشخصه پهنای خط را معمولاً با حروف FWHM نیز نشان می دهند. این حروف مخفف عبارت Full Width at Half Maximum به معنی «تمام پهنا در نصف ماکزیمم» نیز می باشد.

از آنجایی که نمی توان پدیده دوپلر را نادیده انگاشت و نیز نمی توان آن پنج پدیده دیگر را هم که با پدیده دوپلر دست به دست هم می دهند کنار گذاشت. بنابراین می توان گفت که در طبیعت نور تک رنگ وجود ندارد.

$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = (\text{مقدار ثابت}) \sqrt{\frac{KT}{M}}$

$\frac{2\sqrt{2\ln 2}}{c}$

$\Delta\nu$: پهنای دوپلری

ν_0 : فرکانس مرکزی

K : ثابت بولتزمان T : دمای گاز M : جرم مولکول ها

طبق این رابطه مشاهده می شود که پهنای دوپلری با دما رابطه مستقیم دارد. چرا که با گرم شدن گاز، سرعت اتم ها افزایش می یابد و می دانیم پدیده دوپلر در اثر سرعت ذرات و اتم ها تشکیل دهنده گاز اتفاق می افتد.
از طرفی با جرم مولکول ها و اتم ها رابطه عکس دارد. چون هرچه اتم ها سنگین تر سرعت حرکتشان کمتر.

اما این رابطه چگونه حاصل شده است؟ علت پدیده دوپلر: سرعت اتم ها یا مولکول هاست. قانون حاکم بر این پدیده نیز توزیع ماکسولی است. پس در واقع در فرمول توزیع ماکسولی، بجای سرعت، فرکانس را جایگزین کرده ایم.
(معادله ماکسولی برحسب u نوشته شده است. u را برحسب ν، ν_0 و c پیدا کرده و بجای u در معادله ماکسولی قرار می دهیم. معنی توزیع فرکانس یا شکل خطی نور را به ما می دهد. در آن معادله اول، شدت ماکزیمم را پیدا می کنیم. معنی تعداد برحسب فرکانس است. حال می خواهیم شدت ماکزیمم را پیدا کنیم. چون I_{max} ـ ازای $\nu=\nu_0$ است اگر در معادله، ν را مساوی ν_0 قرار دهیم I_{max} را می دهد. تعداد فوتون ها را در I_{max} خواهد داد. بعدی خواهیم $\Delta\nu$ را بیابیم. تعداد فوتون ها را به ازای $\nu=\nu_0$ نصف می کنیم. و در معادله قرار می دهیم تا ν_1 و ν_2 را پیدا کنیم و از آنجا $\Delta\nu$ را بیابیم.)

سرعت گروه موج ـ Wave Group Speed :

همانطور که قبلاً گفتیم موج تنها وجود ندارد. پس ما باید با یک گروه موج سروکار داشته باشیم.
می دانیم برای هر فوتون یک موج تعلق دارد. پس مجموعه فوتون ها تشکیل یک گروه موج را می دهند. این گروه موج یا مجموعه فوتون ها با یک سرعت حرکت می کنند در حالی که سرعت تک تک فوتون ها با هم اختلاف جزئی دارند درست مانند یک گله اسب. وقتی از دور به یک گله اسب نگاه می کنیم مشاهده می شود که این گله با سرعت معینی در حال حرکت است. اما ممکن است سرعت تک تک اسب ها با هم متفاوت و حتی بصورت یکپارچه با سرعت کل گله نیز متفاوت باشد.
پس به این ترتیب موج ها در داخل یک گروه موج با سرعت های تقریبا یکسان حرکت می کنند و مجموعه این موج ها نیز با سرعت دیگری که سرعت گروه نام دارد حرکت می کنند.

* سرعت گروه سرعتی است که مجموعه موجهای تشکیل دهنده گروه، با آن حرکت می‌کنند.
* سرعت هریک از موجهای تشکیل دهنده گروه موج را سرعت فاز گوییم.

سرعت فاز یا سرعت موج را قبلاً حاصل کرده‌ایم. چون تا اینجا با یک موج تنها کار می‌کردیم. از لحاظ ریاضیات، معمولاً مقادیر نیستند که تعداد زیادی موج را به عنوان گروه موج در نظر بگیریم چون محاسبات پیچیده‌ای خواهند داشت. پس برای سادگی، فقط دو تا موج را در مجموع در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

	بردارهای موجی	فرکانس
برای موج اول:	$K+\Delta K$	$\omega+\Delta\omega$
برای موج دوم:	$K-\Delta K$	$\omega-\Delta\omega$

معادله‌ی این دو موج به صورت زیر است:

U_{01}: دامنه موج

$$U_1 = U_{01}\, \exp i\left[(K+\Delta K)Z - (\omega+\Delta\omega)t\right]$$
$$U_2 = U_{02}\, \exp i\left[(K-\Delta K)Z - (\omega-\Delta\omega)t\right]$$

برای سادگی فرض می‌کنیم که داریم: $U_{01} = U_{02} = U_0$

معمولاً هم چنین است، در یک گروه موج دامنه تشکیل دهنده موجی معمولاً در یک حدود است.

$$U = U_1 + U_2 = U_0\left\{e^{i[(K+\Delta K)Z-(\omega+\Delta\omega)t]} + e^{i[(K-\Delta K)Z-(\omega-\Delta\omega)t]}\right\} =$$

$$U_0 e^{i(KZ-\omega t)}\left\{e^{i(Z\Delta K - t\Delta\omega)} + e^{-i(Z\Delta K - t\Delta\omega)}\right\}$$ نوع ۲

$$U = U_0 e^{i(KZ-\omega t)}\left\{\cos(Z\Delta K - t\Delta\omega) + i\sin(Z\Delta K - t\Delta\omega) + \cos(Z\Delta K - t\Delta\omega) - i\sin(Z\Delta K - t\Delta\omega)\right\}$$

$$U = 2U_0 e^{i(KZ-\omega t)} \cos(Z\Delta K - t\Delta\omega)$$

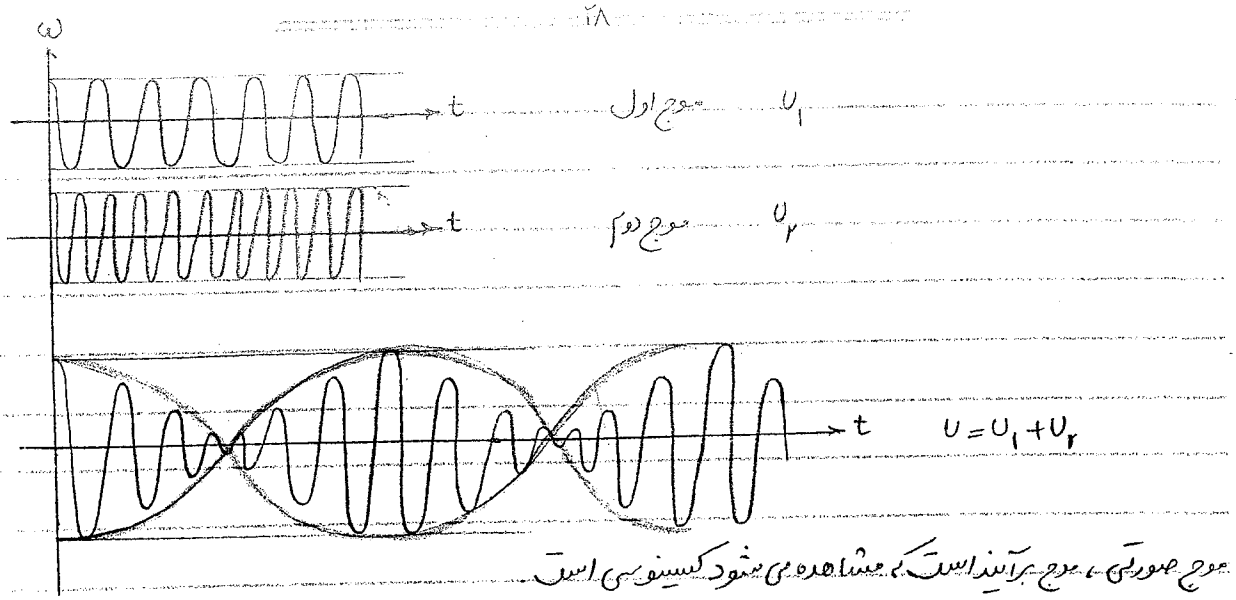
$$U = \underbrace{2U_0 \cos(Z\Delta K - t\Delta\omega)}_{\text{دامنه موج}}\ \exp i(KZ-\omega t)$$

موجی به دست آمد که دامنه‌اش برای ثابت بودن، به صورت کسینوسی در حال تغییر است.

گروه

$$\omega = \frac{(\omega+\Delta\omega)+(\omega-\Delta\omega)}{2}$$

اگر موجها و نیز مجموع دو موج را روی شکل رسم کنیم تا تغییرات دامنه را نمایش دهیم چنین خواهد بود:
دامنه موج اول و دوم با هم برابر است ولی فرکانس موج دوم کمی بیشتر از فرکانس موج اول است.



موج صوتی، موج برآیند است که مشاهده می‌شود کسینوسی است.

در اینجا هم یک نقطه با وضعیت ارتعاشی معین در نظر می‌گیریم و نگاه می‌کنیم که با چه سرعتی حرکت می‌کند.

از طرفین عبارت $Z\Delta K - t\Delta\omega = cte$ نسبت به زمان می‌گیریم.

$$\frac{d}{dt}(Z\Delta K - t\Delta\omega) = 0 \qquad \frac{dz}{dt}\Delta K - \Delta\omega = 0 \qquad \boxed{v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta K} \simeq \frac{d\omega}{dK}}$$

(v_g: سرعت گروه)

در حالتی که دیدیم سرعت فاز یا سرعت تک تک موجها $\frac{\omega}{K}$ بود اکنون ببینیم که رابطه بین سرعت فاز و سرعت گروه چیست.

$$v_f = \frac{\omega}{K} \qquad v_g = \frac{d\omega}{dK} = \frac{d}{dK}(\omega) \qquad u_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

(v_f: سرعت فاز، v_g: سرعت گروه، u_φ: سرعت فاز)

با توجه به اینکه ω برحسب سرعت فاز برابر است با: $\omega = K v_f$ داریم:

$$v_g = \frac{d}{dK}\omega = \frac{d}{dK}(v_f K) = \frac{d}{dK}\left(\frac{c}{n}K\right) = c\frac{d}{dK}\left(\frac{K}{n}\right) = c\left(\frac{n - K\frac{dn}{dK}}{n^2}\right) \quad \left(\frac{c}{n} - \frac{Kc}{n^2}\frac{dn}{dK}\right)$$

$$= c\left(\frac{1}{n} - \frac{K}{n^2}\frac{dn}{dK}\right) = \frac{c}{n}\left(1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right) = \boxed{v_f\left(1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right) = v_g} \quad (u_\varphi,\ u_\varphi,\ u_g)$$

$\frac{dn}{dK}$ عبارتست از تغییرات ضریب شکست برحسب بردار موج (K) که خود بردار موج K هم وابسته به طول موج است. این کمیت را پاشندگی می‌نامیم.

$$\text{پاشندگی} = \frac{dn}{dK}$$

تمرین: رابطه فوق را برحسب طول موج محاسبه کنید.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v_g = v_f\left(1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right) = v_f\left(1 - \frac{2\pi}{n\lambda}\frac{dn}{d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)}\right) = v_f\left(1 - \frac{2\pi}{\lambda n}\frac{dn}{\left(\frac{-2\pi d\lambda}{\lambda^2}\right)}\right) =$$

$$v_f\left(1-\frac{\lambda^2 dn}{n\lambda \quad -2\pi d\lambda}\right)=v_f\left(1+\frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

گفتیم موج تک رنگ کامل وجود ندارد پس آنچه که بعنوان موج می‌شناسیم، گروه موج است. اینکه می‌گوییم سرعت موج در خلأ c است ولی در محیطهای مادی، $\frac{c}{n}$، این سرعت، سرعت گروه است. در یک گروه موج سرعت برخی از موجها می‌تواند کمتر یا بیشتر از سرعت گروه موج باشد به عبارتی وقتی صحبت از سرعتهای بالاتر از سرعت نور می‌کنیم منظورمان سرعت تک تک موجهای تشکیل دهنده گروه موج است.

آنچه به عنوان انرژی نور مطرح می‌کنیم، انرژی گروه موج است.

آنچه به عنوان سرعت نور مطرح می‌کنیم، سرعت گروه موج است.

آنچه بعنوان شدت نوری می‌شناسیم، شدت گروه موج است.

در مقدمه‌ای بحث با وجود اینکه می‌دانیم موج تنها یا نور تک رنگ در طبیعت وجود ندارد اما برای راحتی در مطالعاتمان یک موج تنها را در نظر خواهیم گرفت.

فصل ۲ -

طبیعت برداری نور - Vectorial Nature of Light

در این فصل به بررسی چگونگی و خصوصیت میدانهای نور بخصوص میدان الکتریکی نور خواهیم پرداخت. می‌دانیم امواج نوری از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی در حال ارتعاش تشکیل یافته‌اند که بر هم و اضداد (شاید عمودند).

اما قبل از اینکه به اصل مفهوم وارد شویم، برای میدان الکتریکی، موجی را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\vec{E}=\vec{E}_0 \exp i(\vec{K}\vec{r}-\omega t)$$

ابتدا، دو عملگر نوری را معرفی می‌کنیم

۱- $\frac{\partial}{\partial t}$: این عملگر از لحاظ نوری معادل چه مشخصه‌ای از نور است. ابتدا این عملگر را روی موج میدان الکتریکی اثر می‌دهیم و می‌دانیم که $\frac{\partial}{\partial t}$ تنها روی قسمت نمایی موج اثر خواهد کرد پس داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t}\exp i(Kr-\omega t)=-i\omega \exp i(Kr-\omega t)$$

در این تساوی عبارت نمایی عیناً در دو طرف تساوی تکرار شده است. پس برای اینکه این تساوی برقرار باشد باید $\frac{\partial}{\partial t}$ نیز با $(-i\omega)$ معادل باشد.

بنابراین از نقطه نظر اثرگذاری، اثر $\frac{\partial}{\partial t}$ روی معادل موج معادل است با $(i\omega)$.

$$\frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow -i\omega$$

۲- گرادیان :

نقش گرادیان روی معادله موج :

فاصله منبع تا موج $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\vec{K} = K_x\hat{i} + K_y\hat{j} + K_z\hat{k}$

باید $\vec{\nabla}$، $\vec{K}$ و $\vec{r}$ را در $\vec{\nabla} \exp i(K.r - \omega t)$ جایگزین کنیم.

$$\vec{\nabla} \exp i(K.r - \omega t) = \nabla \exp i\left[(K_x x + K_y y + K_z K) - \omega t\right]$$

پس از محاسبات خواهیم دید که گرادیان معادل است با (ik).

$$\nabla \longleftarrow ik$$

علت انجام اینکارها این است که هردوی این عملگرها را در معادلات ماکسول لازم داریم.

معادلات ماکسول در یک مادهٔ دی الکتریک عبارتند از :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

جای عملگرهای ∇ و $\frac{\partial}{\partial t}$، معادلشان را قرار می دهیم :

$$\begin{cases} iK \times E = -\mu(-i\omega)H \\ iK \times H = \varepsilon(-i\omega)E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} iK \times E = i\mu\omega H \\ iK \times H = -i\varepsilon\omega E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \times E = \mu\omega H & (1) \\ K \times H = -\varepsilon\omega E & (2) \end{cases}$$

(میدان الکتریکی بردار موج)

با انجام این جایگذاریهای معادلات (1) و (2) حاصل شد.

معادلهٔ (1) نشان می دهد که میدان مغناطیسی عمود است بر صفحهٔ K و E ، به عبارتی میدان مغناطیسی H ، هم بر E و هم بر K عمود است.

معادلهٔ (2) نشان می دهد که میدان الکتریکی ، هم بر میدان مغناطیسی عمود است و هم بر K یعنی امتداد انتشار.

به این ترتیب ، در یک موج نوری یا بطور کلی تر ، در یک موج الکترومغناطیسی ، بردار $\vec{E}$ ، $\vec{H}$ و $\vec{K}$ بر هم عمودند.

بنابراین ثابت کردیم که امتداد انتشار موج یعنی K بر میدان مغناطیسی و الکتریکی عمود است و این در حالی است که خود میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نیز بر هم عمودند.

نور یا بطور کلی موج الکترومغناطیسی ، در حین انتشار ، با خود انرژی نیز حمل می کند. اما این انرژی با چه پارامتری حمل می شود.

در اینجا پارامتری بنام بردار پوئین تینگ را معرفی می کنیم :

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}} \qquad \text{(Poyenting)}$

$$v_f\left(1-\frac{2\pi}{n\lambda}\,\frac{\lambda^2 dn}{-2\pi d\lambda}\right)=v_f\left(1+\frac{\lambda}{n}\,\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

گفتیم موج تک رنگ کامل وجود ندارد پس آنچه که بعنوان موجی می‌شناسیم، گروه موج است. اینکه می‌گوییم سرعت موج در خلأ c است و در محیطهای مادی، $\frac{c}{n}$، این سرعت، سرعت گروه است. در یک گروه موج سرعت برخی از موجها می‌تواند کمتر یا بیشتر از سرعت گروه موج باشد به عبارتی وقتی صحبت از سرعتهای بالاتر از سرعت نور می‌کنیم منظورمان سرعت تک تک موجهای تشکیل دهنده گروه موج است.

آنچه به عنوان انرژی نور مطرح می‌کنیم، انرژی گروه موج است.

آنچه به عنوان سرعت نور مطرح می‌کنیم، سرعت گروه موج است.

آنچه بعنوان شدت نوری می‌شناسیم، شدت گروه موج است.

در فصلهای بعدی با وجود اینکه می‌دانیم موج تنها با نور تک رنگ در طبیعت وجود ندارد اما برای راحتی در مطالعاتمان یک موج تنها را در نظر خواهیم گرفت.

فصل ۲ –

طبیعت برداری نور – Vectorial Nature of Light

در این فصل به بررسی چگونگی و خصوصیت میدانهای نور بخصوص میدان الکتریکی نور خواهیم پرداخت. می‌دانیم امواج نوری از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی درحال ارتعاش تشکیل یافته‌اند که بر هم و امتداد انتشار عمودند.

اما قبل از اینکه به اصل مفهوم وارد شویم، برای میدان الکتریکی، موجی را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\vec{E}=\vec{E}_0\exp i(Kr-\omega t)$$

ابتدا، دو عملگر نوری را معرفی می‌کنیم

۱– $\frac{\partial}{\partial t}$: این عملگر از لحاظ نوری معادل چه مشخصه‌ای از نور است. ابتدا این عملگر را روی موج میدان الکتریکی اثر می‌دهیم و می‌دانیم که $\frac{\partial}{\partial t}$ تنها روی قسمت نمایی موج اثر خواهد کرد پس داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t}\exp i(Kr-\omega t)=-i\omega\exp i(Kr-\omega t)$$

در این تساوی عبارت نمایی عیناً در دو طرف تساوی تکرار شده است. پس برای اینکه این تساوی برقرار باشد باید $\frac{\partial}{\partial t}$ نیز با $(-i\omega)$ معادل باشد.

بنابراین از نقطه نظر اثرگذاری، اثر $\frac{\partial}{\partial t}$ روی موج معادل ضرب با $(-i\omega)$ است.

$$\frac{\partial}{\partial t}\equiv -i\omega$$

۲- گرادیان :

نقش گرادیان روی معادله موج :

فاصله منبع تا موج $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\vec{K} = K_x\hat{i} + K_y\hat{j} + K_z\hat{k}$

باید $\vec{\nabla}$، $\vec{K}$ و $\vec{r}$ را در $\vec{\nabla} \exp i(K.r - \omega t)$ جایگزین کنیم.

$$\vec{\nabla} \exp i(K.r - \omega t) = \nabla \exp i\left[(K_x x + K_y y + K_z K) - \omega t\right]$$

پس از محاسبات خواهیم دید که گرادیان معادل است با (iK).

$$\nabla \longleftrightarrow iK$$

علت انجام اینکارها این است که هردوی این عملگرها را در معادلات ماکسول لازم داریم.

معادلات ماکسول در یک مادهٔ دی الکتریک عبارتند از :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

جای عملگرهای ∇ و $\frac{\partial}{\partial t}$، معادلشان را قرار می دهیم :

$$\begin{cases} iK \times E = -\mu(-i\omega)H \\ iK \times H = \varepsilon(-i\omega)E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} iK \times E = i\mu\omega H \\ iK \times H = -i\varepsilon\omega E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \times E = \mu\omega H & (1) \\ K \times H = -\varepsilon\omega E & (2) \end{cases}$$

(میدان الکتریکی بردار موج)

با انجام این جایگذاریهای معادلات (1) و (2) حاصل شد.

معادلهٔ (1) نشان می دهد که میدان مغناطیسی عمود است بر صفحهٔ K و E، به عبارتی میدان مغناطیسی H، هم بر E و هم بر K عمود است.

معادلهٔ (2) نشان می دهد که میدان الکتریکی، هم بر میدان مغناطیسی عمود است و هم بر K یعنی امتداد انتشار.

به این ترتیب، در یک موج نوری یا بطور کلی تر، در یک موج الکترومغناطیسی، بردار $\vec{E}$، $\vec{H}$ و $\vec{K}$ بر هم عمودند. بنابراین ثابت کردیم که امتداد انتشار موج یعنی K بر میدان مغناطیسی و الکتریکی عمود است و این در حالی است که خود میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نیز بر هم عمودند.

نور یا بطور کلی موج الکترومغناطیسی، در حین انتشار، با خود انرژی نیز حمل می کند. اما این انرژی با چه پارامتری حمل می شود.

در اینجا پارامتری بنام بردار پوئین تینگ را معرفی می کنیم :

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}} \quad \text{(Poyenting)}$$

فرق بردار پوئین تینگ با بردار K در این است که : بردار S مشخص می‌کند که علاوه بر نمایش امتداد انتشار موج، مقدار انرژی حمل شونده بوسیله موج را نیز تعیین می‌کند گفته می‌شود که S همان شدت نیز هست (شدت عبارتست از مقدار انرژی عبور داده شده بوسیله موج از واحد سطح و در واحد زمان و بصورت عمود) پس به این ترتیب بردار پوئین تینگ از لحاظ جهت، جهت انتشار موج را نشان می‌دهد و از لحاظ مقدار، شدت موج را معرفی می‌کند.

$$\hat{S} = E_0 \cos(KZ - \omega t)\, H_0 \cos(KZ - \omega t)$$

امتداد

E H

مقداری که در اینجا برای S نوشتیم، مقدار لحظه‌ای S یا شدت لحظه‌ای است. چون وقتی صحبت از S که حاصلضرب E و H به دست می‌آید می‌کنیم ما در هر لحظه تنها یک مقدار برای E و H داریم و از ضرب اینها نیز تنها یک مقدار برای S حاصل خواهد شد و این مقدار حاصل، مقدار لحظه‌ای خواهد بود. و همانطور که می‌دانیم در لحظه، هم مقدار E تغییر می‌یابد و هم مقدار H.

(نوسان نور در محدوده نور مرئی در حدود 10^{14} نوسان در ثانیه است.)
(برق شهر دائماً در حال نوسان است. عددی که ولتمتر یا آمپرمتر نشان می‌دهد ولتاژ یا جریان مؤثر یا متوسط است.)

برای حاصل نمودن متوسط شدت نور داریم:

$$\langle S \rangle = \langle E_0 \times H_0 \cos^2(KZ - \omega t) \rangle$$

می‌دانیم متوسط مقدار $\cos^2\theta$ برابر است با $\frac{1}{2}$ ← $\langle S \rangle = E_0 \times H_0 \langle \cos^2(KZ - \omega t) \rangle$

انرژی یا شدت نور بطور متوسط: $\boxed{\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0}$ پس →

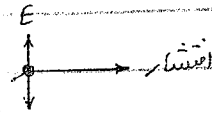
همه این صحبتها مربوط به یک موج تنها است و ما گفتیم که در طبیعت موج تنها وجود ندارد. آنچه داریم همواره گروه موج است.

هر یک از موجهای تشکیل دهنده گروه نیز دارای میدان الکتریکی هستند. اما چه تضمینی وجود دارد که امتداد انتشار میدان الکتریکی همه این موجها با هم در یک امتداد باشند؟
میدان الکتریکی یک گروه موج با احتمال یکسانی می‌تواند در تمام جهات وجود داشته باشد. چرا گفتیم احتمال؟ چون در این گروه موج، جهت میدان الکتریکی تک تک موجها بطور احتمالی و کاتوره‌ای شکل گرفته‌اند.
پس میدان الکتریکی در یک نور معمولی یا طبیعی می‌تواند با احتمال یکسان در تمام جهتها باشد.

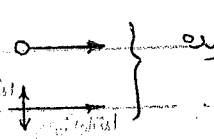
اما می‌توان از نوری که میدان الکتریکی آن می‌تواند در تمام جهات باشد نوری حاصل کرد که میدان الکتریکی آن تنها در یک جهت خصوصی باشد. این عمل را قطبش یا پلاریزاسیون گویند.

قطبش یا پلاریزاسیون نور — Light polarization :

برای نمایش نور طبیعی از دو محور عمود بر هم استفاده می‌شود.



نور طبیعی یعنی نوری که برای مشخص کردن میدان الکتریکی اش دو محور عمود بر هم لازم است یا به عبارتی در این نور موجهایی وجود دارد که میدان هر یک از آنها در یک امتداد خاص قرار گرفته است. این قراردادی است برای نمایش نور طبیعی.



علت اینکه نور قطبیده ناقص است این است که در داخل آن تمام امتدادها نمایش ارتعاش در یک نسبت وجود ندارد.

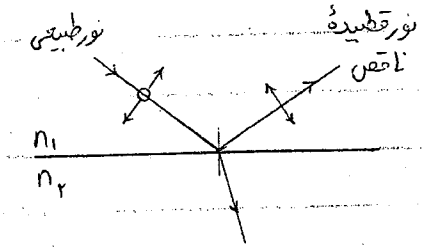
نور طبیعی همه جا وجود دارد اما چگونه می‌توان نور قطبیده بوجود آورد.

چگونه می‌توانیم نوری داشته باشیم که میدان الکتریکی اش فقط در یک امتداد باشد.

ایجاد خطی

روشهای قطبش نور :

۱- استفاده از بازتابش — Reflection :



نور را بر سطح جدایی دو محیط می‌زنیم و بازتابش آن را بررسی می‌کنیم.

در سطح جدایی دو محیط مقداری از نور وارد محیط دوم شده و مقداری به محیط اول بازمی‌گردد احتمالی که در این نور طبیعی برای امتدادهای مختلف وجود داشت در این نور بازتابشی صدق نمی‌کند. در نور طبیعی احتمال میدان الکتریکی در تمامی جهات یکسان بود ولی اینجا احتمال بودن میدان در تمامی جهات یکسان نیست.

نور در برخورد به سطح جدایی دو محیط، روی این سطح دو قطبی ایجاد می‌کند. دو قطبی های حاصل شده به جهت میدان الکتریکی و جنس ماده بستگی دارد. اگر قطبش کامل بود فقط یک میدان وجود دارد.

هر یک از میدانهای الکتریکی این نور، اثر خود را در یک جهت می‌گذارد و پاسخی که اتم به این میدانها می‌دهد، برای موجهای مختلف، متفاوت است. وقتی پاسخ اتم متفاوت شد آنگاه در این امتداد خاص تمام میدانها با یک احتمال، ظاهر خواهد شد. احتمال بعضی از میدانها نسبت به دیگران کم یا زیاد خواهد بود. این نور را نور قطبیدهٔ ناقص می‌نامند.

چرا قطبیدهٔ ناقص؟ چون بالاخره در احتمال میدان الکتریکی، تغییری حاصل کردیم اما این تغییر ناقص بود.

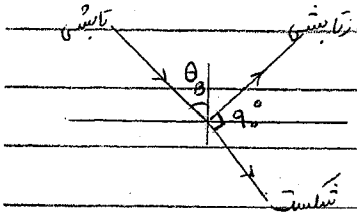
اگر تمام میدانها در کلیه جهات به غیر از یک امتداد خاص حذف می‌شدند آنگاه نور قطبیده کامل حاصل می‌شد.

چه زمانی در اثر بازتابش، میدان الکتریکی نور بازتابشی فقط در یک جهت خواهد بود؟

اما ابتدا به تعریف زاویهٔ بروستر می‌پردازیم :

زاویهٔ بروستر : می‌دانیم نور در برخورد به هر سطحی مقداری منعکس شده و مقداری عبور می‌کند پس در بازتابش یک پرتو نوری، یک پرتو منعکس و یک پرتو شکست خواهیم داشت. می‌توانیم پرتو تابشی را تحت زاویه خاصی

چنان تابانیم که زاویه بین پرتو منعکس و پرتو شکسته شده برابر 90° باشد. در این صورت زاویه تابش، زاویه بروستر (θ_B) نامیده خواهد شد. ضریب شکست را می‌توان از رابطه زیر حاصل کرد:

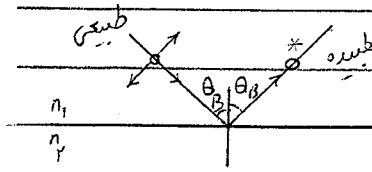


$$n = \tan\theta_B$$

$$\varphi = \pi/2 - \theta_B \rightarrow \sin\varphi = \cos\theta_B$$

وقتی نور طبیعی را تحت زاویه خاصی بنام بروستر بر سطح جدایی دو محیط می‌زنیم، این نور دوباره تحت همین زاویه بروستر منعکس می‌گردد. درحالی که نور تابشی، نور طبیعی است اما می‌بینیم که میدان الکتریکی نور بازتابشی تنها در یک امتداد است. و آن هم عمود بر صفحه تابش.

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$



چرا وقتی نوری را با زاویه بروستر بر سطح جدایی دو محیط می‌زنیم، میدان الکتریکی نور منعکس شده فقط دارای یک امتداد است؟

به خاصیت عمود بودن صفحه تابش جذب پس می‌شود.*

این امواج در راستاهای خاصی یکدیگر را تقویت می‌کنند و در یک امتداد خاص همدیگر را هم جهت می‌شوند. در اینجا هم بطور همینطور، میدان الکتریکی موجهای مختلفی که تحت نور طبیعی بر سطح جدایی دو محیط برخورد می‌کنند، در راستای خاصی همدیگر را تقویت می‌کنند. این دو قطبی‌ها چنان اثر همدیگر را خنثی می‌کنند که فقط یک راستا از آنها باقی می‌ماند و آن هم راستای عمود بر صفحه تابش است.

تابش نور به امواج سطح، تحت زاویه‌ای است که میدانهای آنها وقتی در اثر دو قطبی ایجاد می‌کنند فقط میدانهایی را به بیرون می‌فرستند که راستایشان بر صفحه تابش عمود است.

(یا هم نور به محیط دوم وارد می‌شود ولی دیگر قطبی نیست. چون در آن میدانهای الکتریکی عمود بر صفحه تابش کم است.)

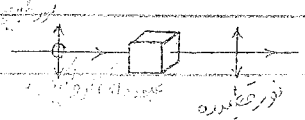
خلاصه اینکه هرگاه نور طبیعی تحت زاویه بروستر بر سطح جدایی دو محیط تابید نور بازتابش یافته دارای میدان الکتریکی عمود بر صفحه تابش خواهد بود که این نور، نور قطبیده نامیده می‌شود.

صفحه تابش: صفحه تابش صفحه‌ای است که امتداد انتشار تابش نور و خط عمود بر سطح جدایی را در بر می‌گیرد.

۲- استفاده از بلورهای دای کروئیک — Dichraic crystals:

بلورهایی وجود دارند که وقتی نور طبیعی به این نوع بلورها برخورد می‌کند و از آن رد می‌شود، این بلورها می‌توانند تمامی میدانهای الکتریکی نور طبیعی را به غیر از یک امتداد خاص، در جهات گوناگون جذب کنند. پس می‌توان با عبور دادن نور معمولی از این بلورها، نور قطبی حاصل کرد.

یکی از این نوع بلورها، تورمالین (Tourmalline) است که یک بلور رنگی است.



بلور رنگی تورمالین ابتدا نور تابشی بهخود را به رنگی تبدیل می‌کند که خود بیان رنگ سفید است. خود این عمل سبب نور را کمی کاهش می‌دهد و آن مقدار بیشتر یا کمتر از

نور نیز جذب می شود. پس نور خارج شده از بلور تورمالین دوبار تلفاتی می شود. ۱- از لحاظ رنگی بودن ۲- از لحاظ میدانهای الکتریکی. لذا نور به دست آمده ضعیف شده است.

دومین بلور دای کروئیک:

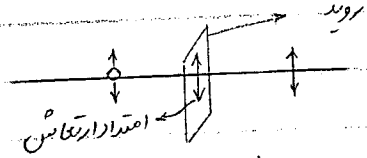
نام علمی این نوع بلور دای کروئیک، پولاروید (Polaroid) است و نام شیمیایی آن، یدوسولفات دوکینین.

این بلور، جزو بلورهایی هستند که در طبیعت بصورت سوزنی ریزی کشت یعنی مقطع اشان بسیار کوچک و ارتفاعشان بسیار زیاد است.

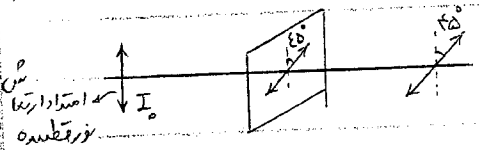
برای اینکه نورمان بتواند از این بلورها عبور کند باید آن را بسیار باریک کنیم. پس برای بزرگ کردن مقطع چنین بلورهایی، تعدادی از آنها را در کنار هم می چینند.

برای ساختن پلاروید، دو صفحهٔ پلاستیکی را برداشته و مابین این صفحات چندین بلور یدوسولفات دوکینین را هم می چسبانند. بنابراین ساختمان پلاروییدها عبارتست از مجموعه‌ای از بلورهای سوزنی یدوسولفات دوکینین که کنار هم چیده شده و توسط دو صفحهٔ پلاستیکی از طرفین محافظت می شوند. وقتی نوری را بر پلاروید می تابانیم، از طرف دیگر، نور قطبیده با یک میدان الکتریکی در جهت خاص خارج می شود.

امتداد ارتعاش: امتداد ارتعاش یا امتداد ترااگسیل امتدادی است که میدان الکتریکی، تنها در آن جهت از پلاروید عبور می کند.

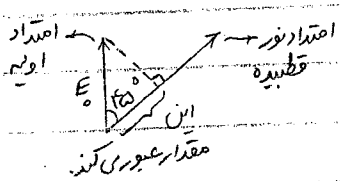


سئوال: اگر شدت نور غیرقطبی، I_0 باشد نور عبوری از پلاروید دارای چه شدتی خواهد بود؟ شدت نور قطبی نصف خواهد شد؛ اما چرا؟



فرض کنید نور از داخل پلارویدی عبور می کند که امتدادی با زاویهٔ ۴۵° ایجاد می کند. اولاً نوری که از پلاروید خارج می شود چه امتدادی دارد؟ ثانیاً دارای چه شدتی است؟

مسلماً امتداد نور خارج شده همان امتداد ارتعاش پلاروید خواهد بود. چون به پلاروید یاد داده شده است که نور را تنها در امتداد خودش عبور دهد. و اما شدت نور:



با بیستی E_0 یعنی امتداد اولیه را روی امتداد نور قطبیده تصویر کنیم:

$$E\cos\theta = E_0\cos\frac{\pi}{4} = E_0 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

این مقدار بزرگی میدانی است که عبور می کند. اما من شدت نور عبوری را می خواهم؛ از طرفی می دانیم که بین I و E رابطه‌ای برقرار است. یکی مجذور دیگری است:

$$I = \left(E_0 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = E_0^2 \times \frac{2}{4} = E_0^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}E_0^2 \qquad I = \frac{1}{2}I_0$$

قانون مالوس $I = I_0 \cos^2\theta$ به طور عمومی:

در حالت کلی، شدت پرتو عبوری از پلاروید به اندازه $I_0 \cos^2\theta$ خواهد بود.

اگر نوری که به پلاروید می‌تابانیم یک نور طبیعی باشد چرا پس از عبور از پلاروید شدت آن نصف می‌گردد؟

در نور طبیعی به دلیل اتکتریکی امتدادهای مختلفی دارد. هر امتدادی که بخواهد از پلاروید عبور کند باید ستی خود را روی امتداد ارتعاش پلاروید (یعنی امتدادی که مجاز است نور را در آن امتداد عبور دهد) تصویر کند یعنی

$E_0 \cos\theta$ پس $I_0 \cos^2\theta$

پس در نهایت، مقدار شدت نوری که عبور می‌کند برابر است با متوسط این تصویر. یعنی:

$$\langle I \rangle = \langle I_0 \cos^2\theta \rangle = I_0 \langle \cos^2\theta \rangle = \frac{1}{2} I_0 \qquad \langle I \rangle = \frac{1}{2} I_0$$

خلاصه اینکه تمامی امتدادهای موجود در نور طبیعی برای عبور از پلاروید باید روی امتداد ارتعاش پلاروید تصویر دهند. از این مجموع مقداری که عبور خواهد کرد متوسط اینها است.

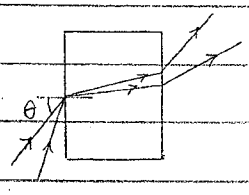
توجه:

اگر نور طبیعی از یک پلاروید عبور کند شدتش نصف خواهد شد بدون اینکه امتداد ارتعاش پلاروید الزاماً در یک راستا مشخص باشد. (مستقل از اینکه امتداد ارتعاش پلاروید چه باشد.)

اما وقتی نور قطبی را به پلاروید می‌تابانیم شدت نور عبوری بستگی به امتداد ارتعاش پلاروید دارد. در این حالت میزان شدت نور عبوری دقیقاً از رابطه $I = I_0 \cos^2\theta$ حاصل خواهد شد که θ بیانگر راستای امتداد ارتعاش پلاروید است. برای شناخت نورهای قطبی و غیر قطبی می‌توان از پرتو پلاروید استفاده کرد. اگر دستگاه پلاروید را عمود بر امتداد ۰° و یا ۱۸۰° قرار دهیم هیچ نوری عبور نمی‌کند. اما اگر امتداد ۹۰° و یا ۲۷۰° قرار دهیم شدت صفر نمی‌شود. بنابراین نور قطبی کامل است. برای تشخیص نور قطبی و غیر قطبی کامل است کافی است پرتو را از پلاروید عبور دهیم و شدت نور خروجی را بسنجیم.

۲- استفاده از کریستال‌های دوشکستی: Double Refractine crystals

اگر نوری را به یک کریستال بتابانیم، این نور تحت قانون اسنل به کریستال وارد شده و تحت همین قانون از آن خارج می‌گردد. این چیزی است که نام قانون شکست یا قانون عبور می‌شناسیم.

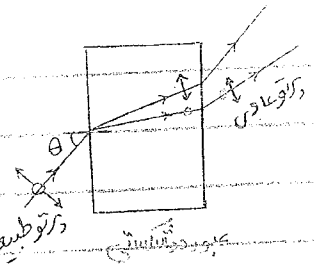


اگر زاویه θ را افزایش دهیم، امتداد عبور به کریستال تغییر خواهد کرد و به تبع آن امتداد نور خروجی نیز تغییر خواهد نمود ولی قانون ورود و خروج همان قانون شکست معمولی است. به عبارتی سرعت نور در هر دوی این امتدادها یکسان است چنانچه ضریب شکست کریستال در آن امتدادها مقداری است ثابت.

این امتداد یا هر امتداد دیگری را در داخل بلور انتخاب کنیم فرقی در سرعت یا ضریب شکست حاصل خواهد شد. این را کریستال‌های همگن یا کریستال‌های معمولی گویند.

در مقابل این کریستال‌ها کریستال‌هایی نیز داریم که وقتی نور طبیعی به آنها تابانده می‌شود به جای خروج از یک امتداد

در هوا امتداد از کریستال خارج می شود.



آن امتداد پرتو خروجی که قانون اسنل در مورد آن صادق است امتداد عادی یا پرتو عادی نامیده می شود.

پرتو عادی با پرتو نور طبیعی که بر کریستال تابانیدیم یک فرق اساسی دارد و آن اینکه با وجود اینکه نور تابشی را طبیعی انتخاب کردیم یعنی میدان الکتریکی آن می تواند در هر جهتی باشد اما نور خروجی یا در واقع پرتو عادی، قطبی شده است. میدان الکتریکی پرتو عادی تنها در یک جهت است و آن هم در امتداد عمود بر صفحهٔ تابش. و باز اگر جهت پرتو ورودی را تغییر دهیم. قانون اسنل در پرتو عادی برقرار خواهد بود.

پس تنها فرقی که پرتو عادی با پرتو خروجی در کریستالهای همگن دارد این است که در کریستالهای همگن، نور غیر قطبی ورودی به کریستال، بصورت غیر قطبی هم خارج می شود. اما در این کریستالها، نور غیر قطبی ورودی، بصورت قطبی خارج خواهد شد. نور طبیعی در ورود به کریستال در دو امتداد مختلف وارد بلور می شود. این نورها در کریستالهای هم دو نور شکست یافته قطبیده راست. امتداد قطبش یکی عمود بر صفحهٔ تابش است (نور عادی) و دیگری میدان الکتریکی روی صفحهٔ تابش است. (نور غیر عادی)

* این نوع کریستالها را کریستالهای دوشکستی می نامند.

تفاوت دیگری هم که کریستالهای دوشکستی با کریستالهای همگن دارد در این است که پس از پدیده شکست، در هنگام خروج، پرتو دیگری هم (غیر از پرتو عادی) از کریستال خارج می گردد که از قانون اسنل تبعیت نمی کند. این پرتو را پرتو غیر عادی می نامند.

خصوصیات پرتو غیر عادی: چه چیز این پرتو غیر عادی است؟

۱- پرتو غیر عادی از قانون اسنل پیروی نمی کند.

۲- پرتو غیر عادی نیز قطبیده است اما جهت قطبش آن عمود بر قطبش پرتو عادی است.

۳- سرعت این پرتو در امتدادهای مختلف داخل کریستال با هم متفاوت است. یعنی اگر جهت پرتو تابشی را عوض کنیم، پرتو غیر عادی دیگر با حالت قبل تخواهد بود بلکه در جهت دیگری ظاهر خواهد شد.

چون سرعت پرتو غیر عادی به ازای جهات مختلف پرتو تابشی، متفاوت است، ضریب شکست کریستال نیز متفاوت خواهد بود. برای پرتو غیر عادی در امتدادهای مختلف در داخل کریستال ضرایب شکست مختلفی وجود دارد.

تعریف کریستالهای دوشکستی: کریستالهایی را که برای یک پرتو تابش، دو نوع شکست ایجاد می کنند را بلورهای دوشکستی می نامند.

انواع بلورها و کاربردشان
صم

E : پرتو غیرعادی → Extra ordinery

O : پرتو عادی → ordinery

توجه کنید که پرتو عادی در هر جهتی که در کریستال حرکت کند دارای سرعت معینی است بنابراین کریستال برای هر امتدادی از پرتو عادی دارای یک ضریب شکست است.

محور نوری یا محور اپتیکی : در کریستالهای دوشکستی امتداد خاصی وجود دارد که در آن امتداد خاص، ضرایب شکست پرتو عادی و غیرعادی با هم برابرند. این جهت خاص را محور نوری یا محور اپتیکی می نامند.

توجه: این بدان معنا نیست که می توان بطور همزمان پرتو عادی و غیرعادی را در یک جهت قرار داد. هیچگاه بطور همزمان پرتو عادی و غیرعادی روی محور نوری قرار نمی گیرند.

یک بار فرض می کنیم که زاویه تابش برابر θ_1 باشد، در این حالت پرتو عادی روی محور نوری است و مسلماً پرتو غیرعادی در امتداد دیگری است. بار دیگر با تغییر زاویه تابش آن را برابر θ_2 می سازیم چنانکه این بار پرتو غیرعادی روی محور نوری قرار بگیرد. پس مسلماً پرتو عادی در امتداد دیگری خواهد بود.

شرایط یاد شده در فوق برای این دو زاویه مختلف تابش (θ_1 و θ_2) که به ازای هر یک از آنها، یکی از پرتوهای عادی و غیرعادی روی محور نوری قرار می گیرد صادق خواهد بود.

انواع کریستالهای دوشکستی: کریستالهای دوشکستی بر حسب اینکه در یک امتداد خاص، ضریب شکست پرتو عادی کمتر یا بیشتر از پرتو غیرعادی باشد به دو دسته تقسیم می شوند. کریستالهای دوشکستی مثبت و منفی

بلورهای دوشکستی:

۱- مثبت: $n_E > n_O$ — برای نور غیرعادی — $\Delta n = n_E - n_O > 0$

۲- منفی: $n_E < n_O$ — برای نور عادی — $\Delta n = n_E - n_O < 0$

ضریب شکستهای n_E و n_O به اینصورت بدست می آیند که: یک امتداد را در نظر می گیریم، یک بار پرتو عادی را در این امتداد می اندازیم و یک بار هم پرتو غیرعادی را بر روی آن می اندازیم و ضریب شکستها را هر بار اندازه می گیریم.

حالت مساوی در نامساویهای فوق برای امتداد محور نوری است. چون همانطور که گفتیم بر روی امتداد محور نوری سرعت و ضریب شکست دو پرتو یکی است.

n_O: ضریب شکست پرتو عادی سرعت ثابتی در تمام جهات یکسان است.

n_E: ضریب شکست پرتو غیرعادی از مقداری نسبتاً بزرگ تا مقداری کوچک تغییر می کند.

$\Delta n = n_E - n_O$

Δn: ضریب بی بعد نیست. برای هر ماده ای مقدار ثابتی است.

کوارتز (SiO_2) نمونه‌ای از بلورهای دوشکستی مثبت است. SiO_2 یک بلور هگزاگونال است. شکل سلول واحدش، شش وجهی است.

و نمونه‌ای از کریستالهای دوشکستی منفی، کربنات کلسیم ($CaCO_3$) است که سنگ گچ نیز نامیده می‌شود.

در کریستالهای دوشکستی مثبت، همواره کوچکترین n_e با n_o برابر است. و در کریستالهای دوشکستی منفی، بزرگترین n_e با n_o برابر است.

* یک کریستال دوشکستی می‌تواند منبع تولید نور قطبی از نور غیر قطبی باشد.

سؤال: دو پرتو عادی و غیر عادی کاملاً جدا از هم ظاهر شده‌اند در حالی که عملاً می‌دانیم هیچگاه یک تک پرتو در طبیعت وجود ندارد. پس اگر از یک طرف کریستال، نور طبیعی را که شامل میلیونها پرتو کنار هم است وارد نماییم آیا در هنگام خروج، باز هم می‌توانیم پرتو عادی و غیر عادی جدا از هم تشخیص دهیم؟ به عبارتی مجموعه پرتوهای عادی و غیر عادی چگونه خواهند بود؟

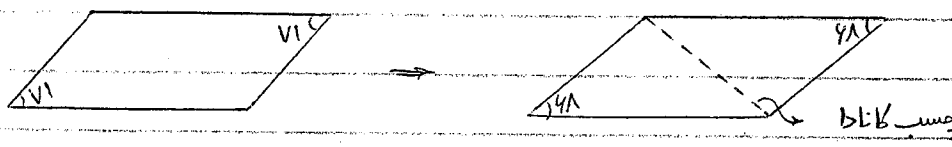
مسلم است که در هنگام خروج پرتوهای عادی و غیر عادی با هم مخلوط و قاطی هم خواهند بود.

اما بطور واقعی هم می‌توان از یک دسته پرتو طبیعی، پرتوهای عادی و غیر عادی جدا از هم به دست آورد. نخستین کسی که بدین کار همت گماشت، دانشمندی بنام نیکول بود. و وسیله‌ای که او ساخت، به منشور نیکول مشهور است.

منشور نیکول - Nikol Prism:

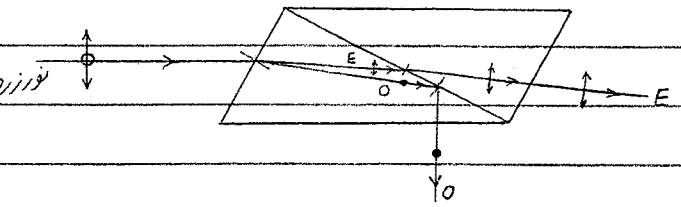
نیکول یک کریستال دوشکستی از کربنات کلسیم را انتخاب کرد. وقتی به کوچکترین واحد کربنات کلسیم بروم شکلی بصورت یک متوازی السطوح خواهد داشت. شش وجه این متوازی السطوح چنان است که دو به دو با هم موازی هستند. در داخل بلور اگر دقت کنید، میلیاردها سلول واحد وجود دارد.

نیکول قطعه‌ای از کریستال کربنات کلسیم را به شکل کلی یک متوازی السطوح انتخاب کرد. زاویه حاده، متوازی السطوح را دقیقاً به اندازه 71° برید. (در اینجا متوازی السطوح مذبور را دوبعد و به شکل یک متوازی الاضلاع رسم می‌نماییم.) اولین کاری که روی این بلور انجام داد این بود که با برش، زوایای حاده 71° را به 68° تقلیل داد. سپس بلور را از وسط به دو نیم کرد و دوباره این دو قطعه را با چسبی بنام چسب کانادا بهم چسباند. و به این ترتیب منشور نیکول به دست آمد.



پرتوی از نور زرد غیر قطبی را به موازات قاعده بر یکی از یالها تابانند. بلور، دوشکستی است. پس باید نور وارد شده به منشور بلافاصله به پرتوهای عادی و غیر عادی تبدیل گردد.

پرتو وارد شده به منشور به سطح جدایی با صمغ کانادا می رسد. باید دید که از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد می شوند یا برعکس. اما چطور تصمیم می گیرند که وارد شوند یا نه.



برای این تصمیم گیری باید ابتدا کمی زاویه تابش در محل صمغ کمتر از زاویه حد است یا بیشتر از آن. یعنی پرتو عبور خواهد کرد یا بازتابش کلی خواهد نمود. پس باید زاویه حد را یافت.

$n_{\text{صمغ کانادا}} = 1,55$ ، $n_E = 1,48$ پرتو غیرعادی نور زرد ، $n_O = 1,67$ پرتو عادی نور زرد

پرتو غیرعادی به راحتی از صمغ عبور می کند چون از محیط رقیق وارد محیط غلیظ می گردد در چنین حالتی حتماً عبور خواهد کرد.

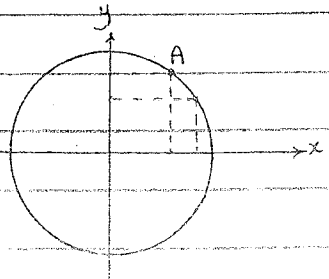
اما پرتو عادی می خواهد از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود. پس اولین شرط زاویه حد برقرار است (یعنی ورود نور از محیط غلیظ به محیط رقیق.) هم دانیم که در چنین حالتی هرگاه زاویه تابش از زاویه حد بزرگتر باشد بازتابش کلی رخ می دهد. در اینجا نیز به دلیل برقراری این شرط، پرتو عادی از سطح جدایی صمغ کانادا بازتابش کلی نموده و از قاعده زیرین منشور خارج می گردد.

پس به این ترتیب نیکول توانست نور طبیعی غیرقطبی را به دو پرتو عمود بر هم با قطبشهای عمود بر هم تبدیل نماید.

مزایای منشور نیکول: تشکیل نور

وی توانست به کمک این منشور، نور غیرقطبی را به دو امتداد جدا از هم تبدیل نماید؛ این در حالی است که قطبش این پرتوها نیز متقاوت از هم و عمود بر هم می باشد. در این حالت می توانیم به فراخور نیاز مان، هرکدام از پرتوهای عادی و غیرعادی را مورد استفاده قرار دهیم. یعنی می توانیم با کشیدن یا جهت سیاه مقابل مثلاً پرتوهای غیرعادی، تنها از پرتوهای عادی استفاده کنیم.

امروزه این منشورها تحت اسامی مختلف در کلیه آزمایشگاهای مواد نوری یا ابزارهای نوری بسیار دیده می شوند.



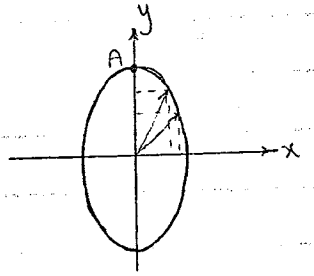
قطبش بیضی وار:

در آزمایشگاه فیزیک با دو منشور لیسانژو را تشکیل داده و با آنها آشنا شدیم. در آزمایش منشور های لیسانژو، دو موج را در امتداد دو محور x و y تداخل می دادیم و به این ترتیب اشکال مختلفی حاصل می شد.

موج به کار رفته در این آزمایش، متناوب بود یعنی میدان الکتریکی آن نوسان می کرد.
شکل ما در این آزمایش لحظه ای است. در لحظهٔ اول، میدان برآیند در نقطهٔ A است. و در لحظهٔ بعد، با تغییر محل هر دو نقطهٔ x و y، محل میدان برآیند نیز تغییر می کند.
وقتی لحظه به لحظه میدانها را با هم ترکیب نمودیم، در یک پریود کامل، شکلی روی اسیلوسکوپ دیده می شد.

اکنون می خواهیم منحنی های لیساژو را با نور به وجود آوریم. پس باید میدان الکتریکی نور جایگزین میدان الکتریکی وارد شده در اسیلوسکوپ شود.

باید دو تا موج برداریم که میدانهای این دو موج بر هم عمود باشند، اما این عمود بودن کی حفظ می شود؟ زمانی که دو نور در حال حرکت در یک امتداد حرکت کنند.
پس دو تا نور برمی داریم که هر دو قطبیدهٔ خطی است، بطوریکه میدان الکتریکی این دو بر هم عمود باشد. برای اینکه این عمود بودن را حفظ کنیم امتداد انتشار آنها را روی هم می اندازیم. اکنون امکان ترکیب را فراهم کرده ایم.



فرض کنید هر دو نور انتخابی، عمود بر صفحهٔ کاغذ است. میدان یکی بر روی محور x ها و میدان دیگری روی محور y ها است.
وقتی یکی از میدانها به ماکزیمم خود روی محور y ها می رسد، میدان دیگر در مبدأ مختصات است. این کار را با اعمال یک اختلاف فاز 90° می توانیم برقرار کنیم. لحظهٔ بعد میدان روی محور y ها کم شده و روی محور x، زیاد می شود و همینطور ادامه می یابد تا در نهایت شکلی تقریباً بیضی قدمزموق حاصل می گردد.

عملاً لحظه به لحظه بردارهای نور، روی هم نیست، بلکه خود نور هم ضمن تغییر بردار برآیند، حرکت می کند.
در هر لحظه، یک بیضی نداریم بلکه در هر لحظه یک بردار با یک طول و یک جهت داریم و در لحظهٔ بعد، هم مقدار و هم جهت این بردار تغییر کرده است.
بعد از یک پریود کامل، مجدداً عمل تکرار خواهد شد.

آنچه مدنظر است قطبش لحظه ای است؛ آنچه به عنوان بیضی مطرح می شود مجموعهٔ این میدانهای خطی در یک پریود است که پوش مجموعهٔ لحظات مختلف این میدانها بصورت بیضی درخواهد آمد.

در قطبش خطی، امتداد میدان و مقدار آن همیشه ثابت است و دامنهٔ میدان الکتریکی موج هم ثابت است. اما در قطبش بیضی وار در هر لحظه قطبش در یک امتداد معین و با دامنهٔ متفاوت ظاهر خواهد شد.

قرارداد: این قرارداد، قراردادی است که کتاب مرجع ما آن را قرارداده است. (ممکن است کتابهای دیگر قراردادهای دیگری داشته باشند.)

هرگاه نوری ظرف ناظر بیاید یعنی نور و ناظر هر دو روی هم باشند و هم حرکت شوند، چه زمانی قطبش راستگرد خواهد بود و چه زمانی قطبش چپگرد؟ وقتی ارتعاش روی محور y ها نسبت به ارتعاش روی محور x ها دارای تقدم فازی باشد. این امر سبب می‌گردد که از لحظهٔ شروع، چرخش راستگرد باشد. ولی اگر برعکس بود یعنی امتداد ارتعاش روی محور x ها ماکزیمم شود و بعد روی محور y ها، جهت چرخش پادساعتگرد خواهد شد. پس چرخش قطبش بستگی به اختلاف فاز میدانهای عمود بر هم دارد و می‌تواند راستگرد یا چپگرد باشد.

هرگاه اختلاف فاز میان دو میدان، صفر یا مضارب صحیحی از π باشد آنگاه ارتعاش برآیند خطی خواهد بود اما چه تفاوتی در ترکیب خطی بین 0 و π وجود دارد؟ تنها جهت امتداد برآیندشان فرق می‌کند.

تمرین ۵: دو ارتعاش عمود بر هم موجی را که یکی روی محور x ها و دیگری روی محور y ها ارتعاش می‌کند با هم ترکیب کنید بطوریکه اختلاف فاز بین آنها φ باشد. ارتعاش برآیند این دو ارتعاش را پیدا کرده و برحسب اختلاف فاز بین آنها اشکال برآیند دو ارتعاش را بررسی کنید.

$x = a\sin(\omega t)$ $\quad$ $y = b\sin(\omega t + \varphi)$

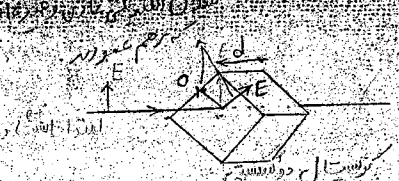
باید زمان را بین این دو ارتعاش حذف کنیم تا شکل وضایشان را بیابیم

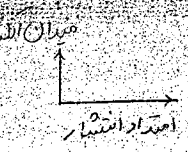
قطبش دایره وار :

همانطورکه از حل مرین صفحه قبل خواهیم دید برای تبدیل قطبش بیضی وار به قطبش دایره وار، همین اینکه باید قطبش های میدانهای ترکیب شونده، عمود برهم باشند و دامنه میدانها باهم یکسان و بایستی اختلاف فاز بین آنها نیز 90° باشد.
همچنین شرط لازم است که ارتعاش حاصل دایره وار خواهد بود.

اما چگونه می توان از یک قطبش خطی، قطبش بیضی وار یا دایره وار ساخت:

بوسیله ای می شناسیم که می تواند برای ما قطبش های عمود برهم بسازد و آن هم کریستالهای دوشکستی است. پس وسیله کار را شناختیم. مسئله بعدی این است که بتوانیم اختلاف فازهای این قطبش های عمود برهم را بوجود هم بیاندازیم (چگونه و چه آلت کاری برای این کار وجود دارد)



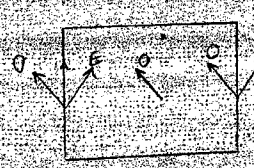


طبق شکل مقابل اگر بر توتابشی عمود بر وجه کریستال بتابد بدون شکست عبور خواهد کرد. عبارتی پرتو تابشی به دو پرتو عادی و غیرعادی تبدیل می شود و پرتوهای عادی و غیرعادی بروی هم و بدون شکست از کریستال خارج می گردند.

اما اگر پرتو تابشی عمود بر وجه کریستال مورد نظر نباشد، با توجه به میدان الکتریکی این پرتو به پرتو عادی و غیرعادی تجزیه، در واقع پرتو تابشی به دو پرتو تبدیل می شود که میدانهای الکتریکی آن برهم عمودند.
پس این پرتو تابشی باید بردار میدان الکتریکی اش را روی میدان الکتریکی پرتو عادی و غیرعادی مستور تجزیه کند تا بتواند از هستور عبور نماید.

گفتیم میدانهای الکتریکی دو پرتو عادی و غیرعادی برهم عمودند اما وقتی این دو پرتو با اختلاف یکسانی را در هستور طی می کنند در اینجا یکسان مستور آن پرتوها [illegible]
در اینجا گفتیم $n_E < n_O$ است یعنی ضریب شکست کریستال برای پرتو غیرعادی کمتر از ضریب شکست کریستال برای پرتو عادی است. از آنجا که رابطه سرعت با ضریب شکست بصورت $\frac{c}{n} = v$ است پس می توان نتیجه گرفت که سرعت پرتو غیرعادی بیشتر از سرعت پرتو عادی است.

به عبارتی پرتو غیرعادی با سرعت بیشتر از میدان مستور را طی کرده و به انتهای مستور می رسد درحالی که هنوز پرتو عادی به انتهای مستور نرسیده است. مسافتی که پرتو غیرعادی جلوتر از پرتو عادی به انتهای مستور می رسد بستگی به ضخامت کریستال دارد.



میدان الکتریکی عادی و غیرعادی چون از یک میدان الکتریکی حاصل شده اند دارای اختلاف فاز نیستند. اما وقتی از هستور به حرکت درمی آیند، چون سرعت پرتو غیرعادی بیشتر است، سریعتر به انتهای هستور می رسد درحالی که میدان پرتو عادی هنوز در داخل هستور باقی مانده است. پس پرتو غیرعادی به انتها رسیده است ولی پرتو عادی

هنوز میدان نرسیده است. اما در انتهای مسیر یعنی در خروج از کریستال، پرتو عادی ای (O) را می بینیم که از پرتوهای قبلی به آنجا رسیده است. این پرتو عادی با پرتو عادی باقی مانده در وسط بسته به مسیرشان با هم اختلاف فاز دارند. در اینجا است که دو پرتو عادی و غیرعادی، اختلاف فاز را حس می کنند. (چون پرتو غیرعادی ای که در انتها حضور دارد و پرتو عادی ای که از پرتوهای قبلی به آنجا رسیده است از یک میدان الکتریکی حاصل نشده اند بنابراین با هم اختلاف فاز دارند.)

$\Delta_0 = n_0 d$

پس میدان الکتریکی نور غیرعادی با میدان الکتریکی پرتو عادی یک موج دیگر که به آنجا رسیده است ترکیب می شود.

$\Delta = (n_E - n_0)d \qquad \Delta_1 = n_E d \qquad \Delta_2 = n_0 d \qquad \Delta = \Delta_1 - \Delta_2$

$\varphi = K\Delta \qquad n = \frac{c}{u} \qquad \Delta_0 = n_0 d$ ؛ اختلاف راه نوری پرتو عادی در مسیر d

$u_0 < u_E \qquad \Delta = \Delta_E - \Delta_0$ $\qquad \Delta_E = n_E d$ ؛ اختلاف راه نوری پرتو غیرعادی در مسیر d

شرایط قطبش دایره وار:

۱- میدان نور تابشی با میدانهای نور عادی و غیرعادی باید زاویه یکسانی بسازد، در این صورت است که دامنه پرتو عادی و غیرعادی با هم یکی خواهند بود.

۲- اختلاف فاز بین دو پرتو عادی و غیرعادی نیز باید $\frac{\pi}{2}$ باشد و این شرط از طریق ضخامت یعنی d تأمین می شود. چون برای یک کریستال، $n_E - n_0$ همواره مقداری است ثابت پس طبق رابطه $\Delta = (n_E - n_0)d$ و $\varphi = K\Delta$ تنها با تغییر کمیت d می توان φ را به $\frac{\pi}{2}$ رساند.

$\varphi = K(n_E - n_0)d = \frac{\pi}{2}$

تا اینجا فقط حرف زدیم اکنون باید گفته ها را به ریاضی تبدیل کنیم و بعد کار مورد نظر را بیان کنیم.

تیغهٔ ربع موج یا چارک موج = Quarter wave Plate :

کریستالی که بصورت شکل ساخته می شود تیغهٔ ربع موج یا چارک موج نامیده می شود.

تیغهٔ ربع موج تیغهٔ نازکی است از یک کریستال دوشکستی. و این یعنی فرمول زیر:

$\Delta = (n_E - n_0)d = \frac{\lambda}{4}$

وقتی نور وارد این نوع تیغه ها می شود پس از عبور از ضخامت تیغه و خروج از آن، دارای اختلاف راه $\frac{\lambda}{4}$ و اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ گردیده است.

$\Delta = \frac{\lambda}{4} \qquad \varphi = K\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\text{پس}} \varphi = \frac{\pi}{2}$

تیغهٔ ربع موج یا چارک موج، قطبش خطی را به قطبش بیضی وار یا دایره وار تبدیل می کند.

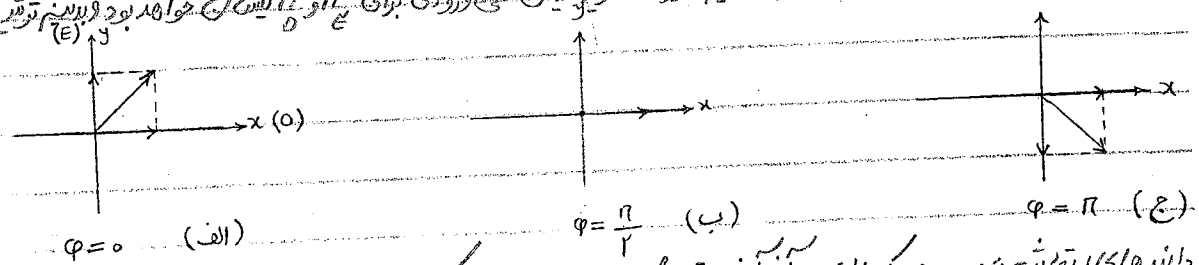
تیغه های ربع موج برنگهای گوناگون از کریستال دوشکستی ساخته شده اند و مقادیر خواهد بود

تیغهٔ نیم موج — Half wave Plate

اگر حالت قبل نور را مقابل تیغهٔ نیم موج قرار دهیم. نور پس از خروج از تیغه دارای اختلاف راه $\frac{\lambda}{2}$ و اختلاف فاز π خواهد بود.

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} \qquad \varphi = \pi$$

برای ساختن یک قطبش دایره‌وار دست کم باید دو مؤلفهٔ عمود بر هم داشته باشیم که میدان الکتریکی نور تابشی با اندازه‌های برابر و اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2}$ بسازند. برای ایجاد اختلاف فاز بین دو بردار که یکی روی محور xها قرار دارد و دیگری روی محور yها چنین عمل می‌کنیم. پرتوهای عادی و غیرعادی را زاویهٔ 90° می‌سازند در این صورت تصویر میدان طی ورود برای $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ یکسان خواهد بود و برعکس ترتیب.



دامنه‌های ارتعاش عمود بر هم یکسان و برآیند آنها ارتعاش دایره‌وار تولید خواهد کرد.

مطابق شکل الف، دو بردار داریم که یکی روی محور xها و دیگری روی محور yها قرار دارد. در این حالت هیچ اختلاف فازی بین این دو بردار وجود ندارد. زیرا هر دو همزمان ماکزیمم مقدار بوده و همزمان صفر می‌شوند. برآیند این دو بردار نیز در شکل الف نمایش داده شده است.

اکنون برای ایجاد اختلاف فاز بین این دو بردار، یکی از دو بردار را ثابت در نظر گرفته و دیگری را تا حد امکان کاهش می‌دهیم. در اینجا به عنوان نمونه، بردار روی محور xها را ثابت فرض کرده و بردار روی محور yها را تا صفر یعنی تا مبدأ پایین می‌آوریم. اختلاف فاز حاصل شده در این حالت $\frac{\pi}{2}$ رادیان است. مطابق شکل ب. در این حالت بردار برآیند نیز روی محور xها است. اکنون طبق شکل ج، بردار روی محور yها را باز هم پایین می‌آوریم تا اینکه اختلاف فاز π رادیان برسیم، همانطور که مشاهده می‌شود بردار برآیند این دو بردار در ربع چهارم قرار گرفته است. و به عبارتی با مقایسه دو شکل الف و ج درست مانند این است که بردار برآیند نسبت به محور xها قرینه شده است.

نتیجه: اثر یک تیغهٔ نیم موج بر ارتعاش ما می‌گذارد قرینه کردن ارتعاش نسبت به یکی از محورهای عمود بر هم می‌باشد. که در اینجا محورهای عمود بر هم ما، پرتوهای E و O ای کریستال هستند.

قطبش بیضی وار:

نمایش ریاضی قطبش: در حالت کلی رابطه‌ای که برای میدان الکتریکی می‌نویسیم چنین است:

$$E_1 = \hat{i} E_{10} \exp i(K.r - \omega t)$$

چون ارتعاشات باید در یک امتداد باشند، باید امتداد انتشار z باشد.

$$E_1 = \hat{i} E_{10} \exp i(K.z - \omega t)$$

E_1 نمایش موجی است که میدان الکتریکی آن با فرکانس، زمان و مکان در حال تغییر است.

بردار یکهٔ $\hat{i}$ در رابطهٔ E_1 فوق نشان می‌دهد که میدان الکتریکی امان در جهت محور xها فرض شده است و چون برای میدان الکتریکی جهت خاصی قائل شده‌ایم بنابراین یعنی است که میدان الکتریکی امان قطبی است.

E_2 میدان الکتریکی در امتداد محور y ها است. $E_2 = \hat{j} E_{20} \exp i(K.Z - \omega t) + \varphi$

اگر برآیند این دو میدان الکتریکی (یعنی E_1 و E_2) را بیابیم ← یک میدان الکتریکی با قطبش بیضی وار خواهیم رسید.

$E = E_1 + E_2$

در اینجا قطبش حاصل بیضی وار خواهد شد. در حالت خاصی که دامنه ها یکسان باشد قطبش دایره وار خواهیم داشت.

در قطبش بیضی وار نیز ممکن است دامنه ها باهم برابر شود اما برای حفظ قطبش بیضی وار، بایستی اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ نباشد.

$$E = E_1 + E_2 = \hat{i} E_{10} e^{i(KZ - \omega t)} + \hat{j} E_{20} e^{i(KZ - \omega t - \varphi)}$$

$$\boxed{E = e^{i(KZ - \omega t)} \left(\hat{i} E_{10} + \hat{j} E_{20} e^{-i\varphi} \right)}$$

چپگرد

راستگرد

قطبش بیضی وار در حالت کلی

راستگرد ← اگر $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ← آنگاه $e^{-i\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} - i\sin\frac{\pi}{2} = -i$

$e^{-i\varphi} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$

نمایش قطبش بیضی وار راستگرد:	$E = e^{i(K.Z - \omega t)} \left(\hat{i} E_{10} - i \hat{j} E_{02} \right)$
نمایش قطبش بیضی وار چپگرد:	$E = e^{i(K.Z - \omega t)} \left(\hat{i} E_{10} + i \hat{j} E_{02} \right)$

اگر $E_{10} = E_{20} = E_0$ و $\varphi = \frac{\pi}{2}$ داریم

نمایش قطبش دایره وار راستگرد:	$E = E_0 e^{i(KZ - \omega t)} (\hat{i} - i\hat{j})$
نمایش قطبش دایره وار چپگرد:	$E = E_0 e^{i(KZ - \omega t)} (\hat{i} + i\hat{j})$

در جلسات قبل قطبش را تحت دو شرط بر میدان الکتریکی گروه موج نامیدیم!

از آنجا که در واقعیت یک موج یا گروه موج بسیط وجود ندارد و ما در داخل گروه موج ممکن است میدانهای الکتریکی در جهات مختلف باشند بنابراین زمانی که می خواهیم میدان الکتریکی در یک جهت باشد متوسل به پدیدهٔ قطبش می شویم.

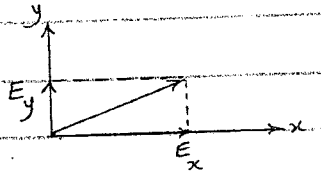
در این جلسه متوسل می شویم به نمایش قطبش و قطبش گرها از طریق ماتریس ها.

محاسبات ماتریسی قطبش یا محاسبات جونز ـ Jones calculation :

هر قطبشی را می توانیم با یک ماتریس تک ستونه نشان دهیم. بصورت زیر:

نمایش ماتریسی یک قطبش : $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$

سؤال می شود که A و B چیست ؟ قبلاً هم دیدیم که اگر بر روی محورهای مختصات، یک راستای میدان الکتریکی را در نظر بگیریم این میدان الکتریکی دو مؤلفه در امتداد x و y خواهد داشت.



مشخصه روی محور x ها : $E_{ox} = |E_{ox}| e^{i\varphi x}$

مشخصه روی محور y ها : $E_{oy} = |E_{oy}| e^{i\varphi y}$

$|E_{ox}|$ و $|E_{oy}|$ دامنه های ارتعاشی است.

پس در نمایش ماتریسی، هر قطبش، بصورت کلی مقابل نشان داده می شود :

$$\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_{ox}| e^{i\varphi x} \\ |E_{oy}| e^{i\varphi y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

فقط در امتداد محور x ها

فرض کنید قطبشی بصورت ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ داده شده است. این ماتریس چه مفهومی در بر دارد ؟ برای یافتن مفهوم این ماتریس باید برگردیم به حالت کلی. باید ببینیم در مدول کلی چه مقادیری قرار داده شده است یا $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ حاصل شود.

دامنه نمایش روی محور x ها

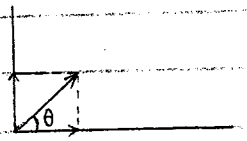
$$\begin{bmatrix} |E_{ox}| e^{i\varphi x} \\ |E_{oy}| e^{i\varphi y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times e^{0} \\ 0 \times e^{0} \end{bmatrix}$$

این نشان می دهد که قطبش من دارای مؤلفه ای روی محور x ها است که دامنه اش برابر یک است. ولی فازی روی محور x ها ندارد. این قطبش روی محور y ها نیز مؤلفه ای ندارد. پس مسلماً ارتعاش روی محور x ها انجام می شود.

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ چه نوع قطبشی است ؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times e^{0} \\ 1 \times e^{0} \end{bmatrix}$$

یعنی به دنبال ارتعاشی هستیم که مؤلفه هایش که یکی روی محور x ها و دیگری روی محور y ها است هر دو با هم برابر و مساوی یک است. اما این دو مؤلفه، اختلاف فازی با هم ندارند. یعنی هر دو مؤلفه با هم به ماکزیمم می رسند و با هم صفر می شوند. یعنی بصورت شکل زیر:



ارتعاش ما، نیمساز ربع اول محور مختصات است.

$$\text{دامنه ارتعاش} = \sqrt{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \qquad \tan\theta = \frac{|E_{0y}|}{|E_{0x}|}$$

مثلاً $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ← $\theta = 45^\circ$ $\quad \tan\theta = \frac{1}{1} = 1$ $\quad$ دامنه $= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ حد ارتعاشی است؟

$\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times e^{0} \\ 1 \times e^{i\frac{\pi}{2}} \end{bmatrix}$ $\quad$ قطبش دایروار $\quad$ $+$ چپگرد / $-$ راستگرد

مشاهده می‌شود که دو ارتعاش روی محور x و y است هردو با دامنه یک و این دو ارتعاش به میزان $\frac{\pi}{2}$ رادیان با هم اختلاف فاز دارند. ارتعاش حاصل، ارتعاش دایره‌وار چپگرد است.

توجه: در ماتریس فوق $\frac{\pi}{2}$ و ۰ را از کجا آوردیم؟ کلیه اعداد را در حالت کلی می‌توان بصورت مختلط بیان کرد یعنی:

$z = x + iy$

در این حالت کلی، برای اعداد حقیقی، y برابر صفر است پس داریم:

$1 = 1 + i \times 0$ ← $x = 1$ و $y = 0$ $\quad \theta = \arctan\frac{y}{x} = \arctan\frac{0}{1} = 0$

$i = 0 + i \times 1$ ← $x = 0$ و $y = 1$ $\quad \theta = \arctan\frac{1}{0} = \arctan\infty = \frac{\pi}{2}$

اما جاصلصفری $1 \times e^{i\frac{\pi}{2}}$ را از کجا فهمیدیم؟ در اعداد مختلط می‌توانیم اعداد را بصورت قطبی بنویسیم:

$z = re^{i\theta}$ طوریکه $\quad r = \sqrt{x^2+y^2}$ و $\theta = \arctan\frac{y}{x}$

پس در عبارات داخل ماتریس ضریب یک در کنار $e^{i\frac{\pi}{2}}$ یا e^{0}، همان ۲ است.

$\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ ← $r = \sqrt{1+0} = 1$ و $r = \sqrt{0+1} = 1$

از نقطه نظر محاسبات ماتریس، هر قطبش بطریق یک ماتریس تک ستونه بیان می‌شود.

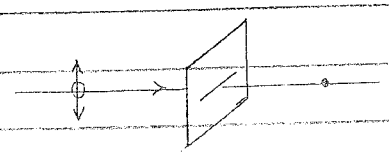
اما مسئله دیگری که جای سئوال دارد اینکه در این محاسبات، قطبش گرها چگونه نمایش داده می‌شوند.

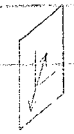
قطبش گر وسیله‌ای که قطبش را بوجود می‌آورد و یا آن را تغییر می‌دهد را قطبش گر گوئیم.

ماتریس نمایش قطبش گرها، یک ماتریس ۲×۲ است مانند: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

در کتاب آمده است: قطبش گر خطی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ محور ترانسیل افقی (ترانسیل یعنی عبور)

یعنی این ماتریس، نمایشگر قطبش گری است که خود پلاروید است و امتداد ارتعاش آن بصورت افقی قرار دارد.



و یا $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ←  یعنی با افق زاویه ۴۵° می‌سازد.

در کتاب ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ را بنام تیغهٔ چارک موج با محور تند قائم معرفی کرده است.

پرتو غیرعادی در امتدادهای مختلف، سرعتهای متفاوتی دارد. این محور تند قائم یعنی آن امتدادی از پرتو غیرعادی که بصورت قائم قرار دارد. به عبارت دیگر پرتو غیرعادی ای که میدان الکتریکی آن بطور قائم قرار گیرد، دارای بالاترین سرعت است.

تند قائم یعنی آن امتدادی که پرتو در آن امتداد بالاترین سرعت را داشته باشد.

اگر در یک امتدادی بالاترین سرعت را داشته باشد مسلماً در آن امتداد، بلور، ضریب شکست کمتری خواهد داشت.

وقتی قطبش گیری را به این عنوان معرفی می کند یعنی آن قطبش گر، یک تیغهٔ دوشکستی است که وقتی پرتو غیرعادی در امتداد قائم حرکت می کند دارای بالاترین سرعت و پائین ترین ضریب شکست می باشد.

قطبش گرها با یک ماتریس 2×2 معرفی می شوند. و ماتریس کلیهٔ قطبش گرها در جدولی در کتاب آورده شده است.

اگر به یک قطبش گر، نور قطبیده بتابانیم چه روی خواهد داد؟

در حالت کلی تابش نور قطبیده بر یک قطبش گر را در می‌یابیم جوری بصورت زیر نشان می دهیم:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$: قطبش گر — $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$: نوری با قطبش — $\begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}$: پس از خروج از قطبش گر

مثلاً

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$: نوری است با قطبش $[1]$ یعنی قطبش آن نیمساز ربع اول است.

$\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$: بعد از خروج از قطبش گر تبدیل شده است به یک قطبش دایره وار راستگرد

پس وقتی نوری با قطبش خطی وارد یک چارک موج می شود، نور خروجی دارای قطبش دایره وار راستگرد خواهد بود.

برای اینکه ثر یک قطبش گر را روی یک قطبش بررسی کنیم از ضرب ماتریسها استفاده می نمایم.

چه زمانی دو قطبش برهم عمودند؟

فرض کنید نوری داریم با قطبش $\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}$ و نور دیگری با قطبش $\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix}$، میدان الکتریکی این دو نور از نظر برداری زمانی برهم عمودند که داشته باشیم:

$$E_1 \cdot E_2^* = 0$$

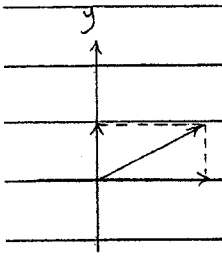
از نظر ثر ماتریسی زمانی دو قطبش برهم عمودند که داشته باشیم:

$$A_1 A_2^* + B_1 B_2^* = 0$$

آیا دو قطبش $\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$ برهم عمودند؟

$(1\times1)+(i\times i)=1-1=0$ ← بلی برهم عمودند.

یعنی دو قطبش دایره وار راست گرد و چپ گرد برهم عمودند.



برای تجزیه یک قطبش خطی چه باید کرد؟

یا به عبارتی، قطبش مانند شکل مقابل که دارای دو مؤلفه است، چگونه می‌توان مجموع مؤلفه‌های آن را با عامترین نشان داد.

گفتیم دو قطبش $\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$ برهم عمودند پس می‌توان نوشت:

قانون تجزیه یک قطبش خطی به دو مؤلفه عمود برهم از لحاظ عامترین:

$$\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+B\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

مدعول کلی این که طبق آن می‌خواهیم یک قطبش خطی را به دو مؤلفه عمود برهم تجزیه کنیم چنین است:

$$\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}=\frac{1}{2}(A+iB)\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}+\frac{1}{2}(A-iB)\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$$

قطبش، گرهایی نیز وجود دارند که وقتی یک نور قطبیده از آنها عبور می‌کند جهت قطبش نور عوض می‌شود اما دامنه یا فاز موج تغییری نمی‌یابد. می‌خواهیم ببینیم که این قطبش گرها را چگونه نشان می‌دهند.

$$\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}$$

این تساوی نشان می‌دهد که قطبش گر $\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$ روی قطبش $\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}$ اثر کرده است و هیچ تغیری در جهت قطبش آن حاصل ننموده است.

برای اینکه فاز را هم نشان دهیم چنین می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}=|\lambda|e^{i\varphi}\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}$$

این تساوی نشان می‌دهد که با اینکه جهت قطبش تغیر نکرده است، اما همین قطبش به یک ضریب λ و یک فاز ضرب شده است یعنی موج خروجی ما از قطبش گر هم دامنه‌اش تغییر یافته است و هم فازش.

برای اینکه بدانیم چقدر اختلاف فاز یافته است داریم:

$$=\lambda\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix}$$

λ این که به این صورت نوشتیم هم اجزای موهومی را نشان می‌دهد و هم اعداد حقیقی را. اعداد حقیقی نشانگر تغیرات دامنه است و اعداد موهومی نشانگر تغیرات فاز.

$$\begin{bmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0$$

این ضرب ، زمانی دارای جواب معنادار است که دترمینان ضرایب برابر صفر باشد .

$$\begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (a-\lambda)(d-\lambda)-bc=0$$

با به دست آمدن λ خواهیم دید که اگر λ یک عبارت حقیقی باشد یعنی اثر قطبش گر بر روی قطبش تنها موجب تغییر دامنه شده است و اگر λ یک عبارت موهومی باشد یعنی در اثر تابش قطبش گر تنها فاز موج تغییر یافته است.
و در صورتی که λ ترکیبی از عبارات حقیقی و موهومی باشد ، هم دامنه و هم فاز موج دستخوش تغییر قرار گرفته است

در تمام صحبتها یمان تا اینجا ، موج را در یک محیط در نظر گرفتیم . در واقع حرکت موج ، تغییرات دامنهٔ موج ، قطبش نور و ... را تنها در یک محیط مورد بررسی قرار دادیم .
اما می دانیم که نور تنها به یک محیط اکتفا نمی کند و از یک محیط به محیط دیگری نیز وارد می شود .

پس سؤالی که در اینجا مطرح می شود اینکه : اگر نور از یک محیط به محیط دیگر برود در مسیر و شدت نور چه تغییراتی حاصل می گردد .
به عبارت دیگر ، مسئله را عمومیت می دهیم به دو محیط .

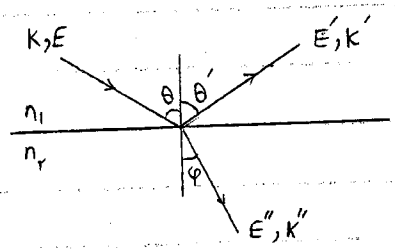
بازتابش و عبور

نور ، در سطح جدایی دو محیط :

Reflection & Refraction

محیطهای نوری ، معمولاً با ضریب شکست ، مشخص می شوند .
دو محیط با ضریب شکست n_1 و n_2 ، با سطحی از هم جدا شده اند . نوری تحت زاویه ای به سطح جدایی آنها برمی خورد .
اولین موضوعی که در این برخورد ، جای سؤال دارد اینکه : در سطح جدایی دو محیط چه اتفاقی برای نور می افتد .
اندرکنش نور با سطح جدایی دو محیط

۱- مسلماً یک مقدار از نور به محیط اول بازمی گردد . (پدیدهٔ بازتابش یا انعکاس یا Reflection) بازتابش
۲- مقداری از نور وارد محیط دوم می شود . (پدیدهٔ عبور یا شکست یا Refraction) عبور
۳- پدیدهٔ پخش یا Scattening پخش
۴- پدیدهٔ جذب یا Absorption جذب

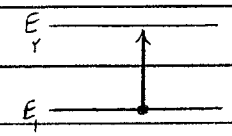


شکل (الف)

در صورتی که سطح جدایی دو محیط کاملاً مسطح و صاف باشد آنگاه برگشت نور به محیط اول (بازتابش) بطور منظم روی خواهد داد. ولی اگر سطح جدایی دو محیط غیر صاف و خشن باشد یعنی از نقطه نظر اپتیکی بصورت ... (ناهموار) باشد، در همگان برخورد نور به چنین سطحی، پدیدهٔ بازتابش برگشت تمام امتدادهای نوری یکسان خواهد بود. این پدیده را پخش گویند. یعنی نور در برخورد به چنین سطحی، پخش می شود.

(توجه شود که نور تنها یک پرتو نیست. بلکه یک باریکهٔ نازک نور، خود شامل میلیونها پرتو نوری است.)

هرگاه فرکانس تابش ایجاد شده، با فاصلهٔ بین دو تراز انرژی یکسان باشد آنگاه در این، پدیدهٔ جذب روی خواهد داد. به عبارتی اگر در اتمها، ترازهای وجود



داشته باشد که تفاضل انرژی این ترازها $E_2 - E_1 = h\nu$ برابر با فرکانس تابش باشد آنگاه الکترون از تراز پایین تحت تاثیر این نور به تراز بالاتر می رود که این عمل را پدیدهٔ جذب گویند.

در اپتیک آنچه که بسیار حائز اهمیت است دو پدیدهٔ انعکاس و شکست می باشد. زیرا مواد اپتیکی را چنان انتخاب می کنند که دارای کمترین پخش و بیشترین جذب باشند. همانطور هم که مشاهده شده است اگر سطح عدسی ها و منشورها را با دقت نگاه کنیم خواهیم دید که کاملاً صاف هستند همینطور مواد المانها و اجزای اپتیکی را چنان انتخاب می کنند که تلفات این وسایل، نور از جذب، شکست، پس در بررسی های بعدی، دو پدیدهٔ پخش و جذب قابل چشم پوشی هستند.

برای بررسی عمیقتر فرض کنید، میدان الکتریکی نوری که سطح جدایی دو محیط را تابد E باشد و امتداد انتشارش K. همینطور امتداد انتشار نور منعکس، K' و امتداد انتشار نور عبوری، K'' باشد و میدان الکتریکی نور منعکسه E' و میدان الکتریکی نور عبوری، E'' باشد (مطابق شکل الف در صفحهٔ ۵۵)

— توجه کنید که امتداد پرتوهای تابش و منعکسه و عبوری را نسبت به بازهٔ این پرتوها با خط عمود در نقطهٔ تابش در نظر می گیریم.

اما سوالاتی که در اینجا مطرح می شود:

۱- تعیین امتدادهای پرتوهای بازتابش و عبوری برای یک پرتو تابش به سطح جدایی دو محیط به عبارتی نوری که از سطح بازتابش می کند یا در اثر شکست وارد محیط دوم می شود دارای چه زاویه ای با خط عمود در نقطهٔ تابش است

۲- شدت نور بازتابی و عبوری بر حسب شدت نور تابشی چقدر است.

برای پاسخ به سوال اول چنین عمل می کنیم:

معادلات میدان الکتریکی موج تابشی، بازتابشی و عبوری را بصورت زیر می نویسیم:

$e^{i(Kr-\omega t)}$

تابشی: $E_i = E_{0i} \exp i(K r - \omega t)$

بازتابشی: $E'_i = E'_{0i} \exp i(K' r - \omega t)$

عبوری: $E''_i = E''_{0i} \exp i(K'' r - \omega t)$

آنچه که در روابط اخیر جلب توجه می کند این است که برای همه ی این امواج، فرکانس مقداری است یکسان. می دانیم فرکانس یک نور تغییر نمی یابد، خواه در تابش، خواه در بازتابش یا شکست.

فرکانس یک نور همواره همان فرکانس منبع تولید کننده ی نور است.

اما مشاهده می شود که بردارهای موج در امتدادهای مختلف، متفاوت است.

رابطه ی مقابل را از قبل می دانیم:

$$KV = \omega$$

که در آن K، بردار موج، V سرعت و ω فرکانس است.

گفتیم فرکانس نور در هر امتدادی یکسان است. پس طبق رابطه ی فوق، علت اینکه بردار موج در محیط های مختلف متفاوت است، این است که سرعت موج در محیط های مختلف متفاوت است.

(دامنه ها را بعداً بررسی خواهیم کرد.)

در نقطه ی برخورد نور به سطح جدایی دو محیط، فاز هر سه امتداد نور با هم برابر است، یعنی:

$$K.r = K'.r = K''.r \quad (I)$$

یا

$$K.r - \omega t = K'r - \omega t = K''.r - \omega t$$

چون سطح جدایی دو محیط متعلق به هر دو محیط و متعلق به هر سه نوع امتداد نوری است پس فاز در مرز دو محیط برای هر سه موج یکسان است.

تساوی (I) نشان می دهد که بردارهای K، K' و K'' بر یک بردار مشترک ضرب داخلی می شوند و پاسخ هر سه ضرب با هم مساوی است. و این بدان معنی است که K، K' و K'' در یک صفحه قرار دارند.

$$K.r = K'.r$$

یعنی پرتو تابش و پرتو بازتابش در یک صفحه قرار دارند که این صفحه، همان صفحه ی تابش است.

$$K.r = K''.r$$

یعنی پرتو تابش و پرتو عبوری در یک صفحه قرار دارند.

به عبارت دیگر، صفحه ی تابش شامل پرتو تابش، بازتابش و پرتو عبوری خواهد بود. هر سه امتداد در یک صفحه قرار دارند.

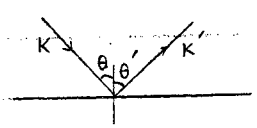
اگر قوانین این پرتوها را بر سطح جدایی پیدا کنیم چنین عمل می نماییم:

گفتیم $K.r = K'.r$ است. و چون K از نظر مقداری برابر است با $\frac{2\pi}{\lambda}$ پس می توان نوشت:

$$\frac{2\pi}{\lambda}.r = \frac{2\pi}{\lambda'}.r$$

از آنجا که نور برای تابش و بازتابش در یک محیط قرار دارد پس طول موج نور، تغییر نمی یابد و به عبارتی $\lambda' = \lambda$ است و از این امر نتیجه می گیریم $K' = K$ می باشد.

اگر دو بردار K و K' را روی سطح جدایی دو محیط تصویر کنیم داریم:



$$Kr\sin\theta = K'r\sin\theta' \xrightarrow{K=K'} Kr\sin\theta = Kr\sin\theta' \quad \sin\theta = \sin\theta'$$

قانون دوم بازتابش: پس زاویه ی تابش با زاویه ی بازتابش برابر است. $\Longrightarrow$ $\boxed{\theta = \theta'}$

از صحبتهای اخیر، قوانین دکارت یا قوانین بازتابش را نتیجه می گیریم.

قوانین دکارت یا قوانین بازتابش:

۱- پرتو تابش و پرتو بازتابش و پرتو عبوری هر سه در یک صفحه قرار دارند.

۲- زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.

برای یافتن قانون اسنل چنین عمل می کنیم:

$K\sin\theta = K''\sin\varphi \qquad Kr\sin\theta = K''r\sin\varphi \qquad K.r = K''r$ ← برای عبور

$K = \frac{\omega}{V}$ و $K'' = \frac{\omega}{V''}$ ← پس

$\frac{K}{K''} = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta}$ ← می دانیم

$V = \frac{c}{n_1}$ و $V'' = \frac{c}{n_2}$ ← می دانیم

$\frac{\frac{\omega}{V}}{\frac{\omega}{V''}} = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta} \rightarrow \frac{V''}{V} = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta}$

قانون اسنل:	$\frac{\sin\theta}{\sin\varphi} = \frac{n_2}{n_1}$

پس $\frac{\frac{c}{n_2}}{\frac{c}{n_1}} = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta}$

رابطهٔ فوق که مشخص کنندهٔ قانون عبور است، بیان این قاعده که پرتو تابش و پرتو عبوری در یک صفحه قرار دارند، به قانون اسنل - دکارت معروف است.

دامنه های موج تابش، بازتابش و عبوری:

توجه به شدت، متناسب است با مجذور دامنه و شدت نشانگر مقدار انرژی عبوری از واحد سطح در واحد زمان است.

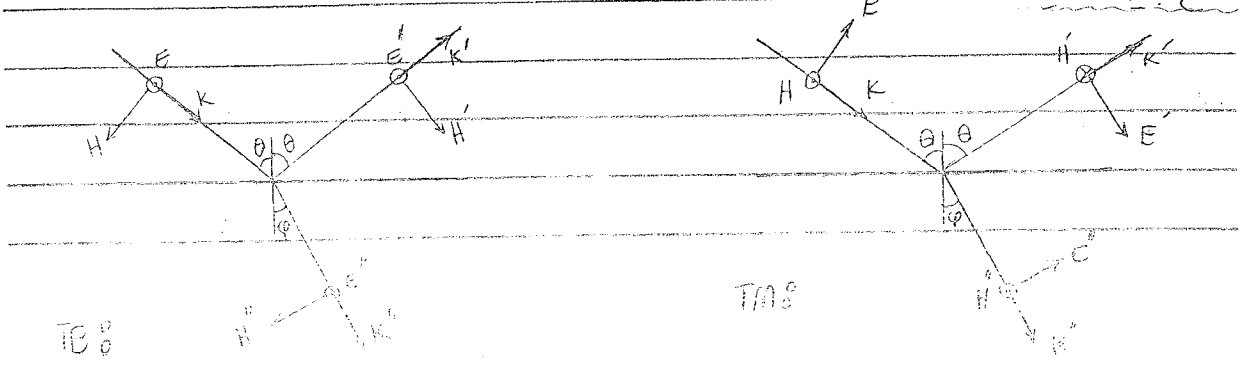
برای این کار، ابتدا کمیتهای تعریف کنندهٔ میدان را معرفی می کنیم.

باید یک کمیتهای استاندارد برای امتداد میدان الکتریکی موجها بیان کنیم.

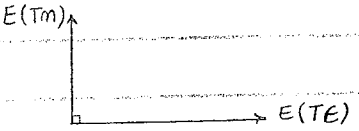
برای این منظور دو نوع موج بصورت زیر تعریف می نماییم:

۱- موج TE (Transverse Electric): یک موج قطبیده است که میدان الکتریکی آن موازی با سطح جدایی دو محیط است. و میدان مغناطیسی (H) آن نیز با سطح جدایی دو محیط، زاویه θ می سازد.

۲- موج TM (Transverse Magnetic): یک موج قطبیده است که میدان مغناطیسی آن موازی با سطح جدایی دو محیط است.



اگر میدان الکتریکی یک موج TE و یک موج TM، تحت زاویهٔ θ بر سطح جدایی دو محیط بتابند میدانهای الکتریکی آن نسبت بهم چگونه اند؟ عمود بر هم.



محور مختصاتی را برای معرفی میدانهای مغناطیسی انتخاب می کنیم که یکی از محورها
آن میدان الکتریکی Tm و دیگری میدان الکتریکی TE است.

r_s ضریب تابش t_s ضریب بازتابش

ضریب بازتابش و عبور:

$$\frac{\text{میدان الکتریکی موج بازتابشی}}{\text{میدان الکتریکی موج تابشی}} = \frac{\text{دامنهٔ موج بازتابشی}}{\text{دامنهٔ موج تابشی}} = \text{ضریب تابش } (r)$$

$$\frac{\text{میدان الکتریکی موج عبوری}}{\text{میدان الکتریکی موج تابشی}} = \frac{\text{دامنهٔ موج عبوری}}{\text{دامنهٔ موج تابشی}} = \text{ضریب عبور } (t)$$

برای موج TM:
$$\begin{cases} r_p = \left|\frac{E'}{E}\right|_{Tm} \\ t_p = \left|\frac{E''}{E}\right|_{Tm} \end{cases}$$

برای موج TE:
$$\begin{cases} r_s = \left|\frac{E'}{E}\right|_{TE} \\ t_s = \left|\frac{E''}{E}\right|_{TE} \end{cases}$$

اکنون می خواهیم برای تک تک موجهای TE و TM معادلات پایداری در سطح جدایی دو محیط بنویسیم.
منظور از معادلات پایداری در سطح جدایی دو محیط این است که مولفه های مماسی میدانهای تابشی، بازتابشی و عبوری در طرفین سطح جدایی با هم برابرند.

برای موج TE: (شرط پیوستگی میدانها در سطح جدایی)
$$\begin{cases} E + E' = E'' & \text{(1)} \quad \text{هندسه موازی سطح جدایی اند.} \\ -H\cos\theta + H'\cos\theta' = -H''\cos\varphi & \text{(2)} \end{cases}$$

$$-kE\cos\theta + kE'\cos\theta' = -k''E''\cos\varphi$$

حال می خواهیم میدانهای مغناطیسی را برحسب میدانهای الکتریکی بنویسیم.

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$
$$ik \times E = +i\mu\omega H$$

$$\xrightarrow{\text{می دانیم}} \quad H = \frac{1}{\mu\omega} K \times E \longrightarrow$$ H را در (2) جایگذاری می کنیم.

با توجه به اینکه هر دو محیط، غیر مغناطیسی است پس μ برای هر دو محیط برابر یک خواهد بود. $\mu = 1$
زاویه تابش ثابت است و چون در همهٔ جملات رابطهٔ (2) ظاهر خواهد شد از طرفین حذف می گردد.

$$\xrightarrow{\text{پس}} \quad KE\cos\theta - K'E'\cos\theta' = K''E''\cos\varphi \quad \text{(3)} \qquad K = K'$$

اگر بخواهیم بین دو رابطه ① و ③، نسبت $\frac{E'}{E}$ را بیابیم کافیست E'' را بین دو رابط حذف کنیم. و همینطور برای یافتن نسبت $\frac{E''}{E}$ کافیست بین دو رابط، E' را حذف کنیم.

$$\begin{cases} E+E'=E'' \\ K\cos\theta - K'\cos\theta' = K''\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -K''E\cos\varphi - K''E'\cos\varphi = -K''E''\cos\varphi \\ K\cos\theta - K'\cos\theta' = K''\cos\varphi \end{cases} +$$

$$E(K\cos\theta - K''\cos\varphi) - E'(K'\cos\theta' + K''\cos\varphi) = 0$$

$$E(K\cos\theta - K''\cos\varphi) = E'(K'\cos\theta' + K''\cos\varphi) \quad \text{می‌دانیم} \quad \theta=\theta' \;,\; K=K'$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{K\cos\theta - K''\cos\varphi}{K\cos\theta + K''\cos\varphi} \quad K=\frac{\omega}{v} \;,\; v=\frac{c}{n_1} \quad K=\frac{\omega n_1}{c} \quad K''=\frac{\omega n_2}{c}$$

بس $r_s = \frac{E'}{E} = \frac{\frac{\omega}{c}(n_1\cos\theta - n_2\cos\varphi)}{\frac{\omega}{c}(n_1\cos\theta + n_2\cos\varphi)}$ $\quad \frac{n_2}{n_1}=n \rightarrow$

$$\boxed{r_s = \frac{\cos\theta - n\cos\varphi}{\cos\theta + n\cos\varphi}}$$

یکبار هم همین محاسبات را برای میدانهای مغناطیسی انجام می‌دهیم و ضریب بازتابش برای موج TM را بدست می‌آوریم

برای موج TM $\begin{cases} H+H'=H'' \\ -E\cos\theta + E'\cos\theta' = -E''\cos\varphi \end{cases} \rightarrow H=\frac{1}{\mu\omega}K\times E$

$$\times(-\cos\varphi)\begin{cases} KE + K'E' = K''E'' \\ \times K'' \quad E\cos\theta - E'\cos\theta' = E''\cos\varphi \end{cases} \qquad \begin{cases} -KE\cos\varphi - K'E'\cos\varphi = -K''E''\cos\varphi \\ K''E\cos\theta - K''E'\cos\theta' = K''E''\cos\varphi \end{cases} +$$

$$E(K''\cos\theta - K\cos\varphi) - E'(K''\cos\theta' + K'\cos\varphi) = 0$$

$$E(K''\cos\theta - K\cos\varphi) = E'(K''\cos\theta' + K'\cos\varphi) \rightarrow K=K' \;,\; \theta=\theta'$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{K''\cos\theta - K\cos\varphi}{K''\cos\theta + K\cos\varphi} \qquad r_p = \frac{E'}{E} = \frac{n_2\cos\theta - n_1\cos\varphi}{n_2\cos\theta + n_1\cos\varphi}$$

$$\boxed{r_p = \frac{-n\cos\theta + \cos\varphi}{n\cos\theta + \cos\varphi}} \qquad t_p = \left|\frac{E''}{E}\right|_{Tm} =$$

در این رابطه، متغیرهای ما، عبارتست از θ، φ و n. از طرفی می‌دانیم که $n = \frac{\sin\theta}{\sin\varphi}$ است. با کمک این رابطه می‌توانیم r_s، r_p یا t_p و t_s را برحسب دو متغیر مثلاً θ و n بنویسیم.

r_s برحسب θ و φ:

$$r_s = \frac{\cos\theta - n\cos\varphi}{\cos\theta + n\cos\varphi} = \frac{\cos\theta - \frac{\sin\theta}{\sin\varphi}\cos\varphi}{\cos\theta + \frac{\sin\theta}{\sin\varphi}\cos\varphi} = \frac{\frac{\cos\theta\sin\varphi - \sin\theta\cos\varphi}{\sin\varphi}}{\frac{\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi}{\sin\varphi}} = \frac{\cos\theta\sin\varphi - \sin\theta\cos\varphi}{\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi}$$

می‌دانیم $\rightarrow$

$$\sin(\theta \pm \varphi) = \sin\theta\cos\varphi \pm \cos\theta\sin\varphi$$
$$\cos(\theta \pm \varphi) = \cos\theta\cos\varphi \mp \sin\theta\sin\varphi$$

پس خواهیم داشت:

$$r_s = \frac{\sin(\theta-\varphi)}{\sin(\theta+\varphi)} \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)} = \frac{2\sin\theta\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta-\varphi)}{\tan(\theta+\varphi)} \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)\cos(\theta-\varphi)}$$

کلیا رهم فرض می‌کنیم که n و θ متغیرهای ما هستند:

$$r_s = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$r_p = \frac{-n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

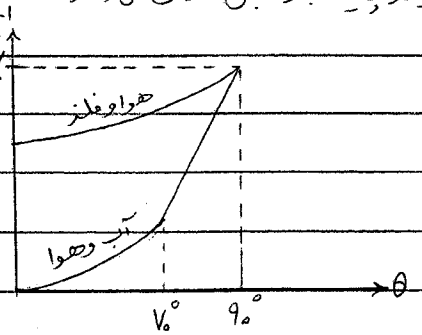
اینها روابطی است که ضرایب بازتابش و عبور را برای امواج TE و TM برحسب مشخصه‌های تابش ارائه می‌دهد. این معادلات، به معادلات فرنل معروفند.

معادلات فرنل چه چیزی را بیان می‌کند؟

معادلات فرنل بیانگر این موضوع هستند که وقتی نوری به سطح جدایی دو محیط می‌تابد مقدار انرژی‌ای که از این نور به بازتابش و عبور می‌رسد، بستگی دارد به مقدار زاویهٔ تابش یعنی اگر زاویهٔ تابش تغییر نماید مقدار ضریب بازتابش تغییر خواهد کرد و یا به عبارتی مقداری از انرژی که از نور تابشی به بازتابش می‌رسد با زاویهٔ تابش خود تغییر می‌کند. این نه تنها به زاویهٔ تابش بستگی دارد بلکه به ضریب شکست دو محیطی که در سطح جدایی آنها، بازتابش را مطرح می‌کنیم نیز بستگی دارد.

نمی خواهد

منحنی زیر نقش ضریب شکست دو محیط، و زاویه تابش نور را در پدیده بازتابش نشان می دهد.



(منحنی آبی برای سطح جدایی دو محیط آب و هوا رسم شده است
منحنی مشکی برای سطح جدایی دو محیط هوا و فلز رسم شده است.)

همانطور که از منحنی پیداست، از ۲٪ بازتابش در تابش قائم،
به یکباره بازتابش در تابش ۹۰° تغییر می کند.
همینطور از این منحنی می توان دریافت که تغییرات بازتابش برای دو نوع سطح جدایی کاملاً با هم متفاوت است.

حالات خاص:

... تابش قائم: در تابش قائم $\theta = 0$ است در این حالت $\phi = 0$ خواهد بود.
به دو رابطه r_s و r_p در صفحه ۵۵ جزوه باز می گردیم.

$$r_s = \frac{\cos\theta - n\cos\phi}{\cos\theta + n\cos\phi}$$

$$(TE)\quad r_s = \frac{\cos\theta_0 - n\cos\theta_0}{\cos\theta_0 + n\cos\theta_0} \longrightarrow (TE)\quad r_s = \frac{1-n}{1+n}$$

$$(TM)\quad r_p = \frac{-n\cos\theta_0 + \cos\theta_0}{n\cos\theta_0 + \cos\theta_0} \longrightarrow (TM)\quad r_p = \frac{1-n}{1+n}$$

همانطور که مشاهده می شود، برای تابش قائم، ضریب بازتابش دو موج TE و TM با هم یکسان است.

بازتابش را به دو دسته می توان تقسیم کرد:

۱- بازتابش خارجی: بازتابش خارجی زمانی روی می دهد که $n_1 < n_2$ باشد یعنی نور از محیط رقیق روی محیط غلیظ بتابد. $n = \frac{n_2}{n_1} > 1$

۲- بازتابش داخلی: بازتابش داخلی نیز زمانی روی می دهد که $n_1 > n_2$ باشد یعنی نور از محیط غلیظ روی محیط رقیق بتابد. $n < 1$

۱- بازتابش خارجی:

با این معلومات مجدداً به روابط r_s و r_p صفحه ۵۵ باز می گردیم که آنها را برای حالت خاص تابش قائم در بالا به دست آوردیم.

$$\therefore r_s = r_p = \frac{1-n}{1+n} = -\frac{n-1}{n+1}$$

چون در بازتابش خارجی $n_2 > n_1$ است یعنی $\frac{n_2}{n_1} > 1$ است، در واقع $n > 1$ است. پس در کسر سمت چپ حاصل تفاضل $(n-1)$ یک مقدار مثبت می باشد. برای اینکه در تفاضل مثبت باشد از یک منفی می گذاریم تا در یک طرف منفی بزرگتر از یک باشد.
بنابراین تفاضل منفی از یک می شود $(n-1)$.

پس برای بازتابش خارجی داریم ؛

$$r_s = -\frac{n-1}{n+1} \qquad r_p = \ominus \frac{n-1}{n+1}$$

(* زیر r_p)

یعنی در بازتابش خارجی، r_s و r_p منفی است. یعنی چه ؟

$$r_s = \frac{E'}{E} = \frac{E'.\exp i(k'.r-\omega t)}{E\exp i(k.r-\omega t)}$$

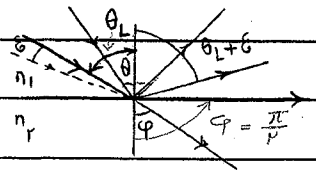
اما منفی ای که در r_s بالای صفحه حاصل شد. چگونه در فرمول اکس پانسیلی فوق ظاهر می شود ؟
مسلماً دامنه ها نمی توانند منفی باشند. منفی باید از نسبت اکس پانسیل ها ظاهر شود.
زمانی یک اکس پانسیل می تواند یک علامت منفی در خود ظاهر کند که به داخل پرانتز، π رادیان اضافه نماییم.
علامت منفی * در بالا نشان می دهد که علامت منفی از طریق اکس پانسیل مخرج به دست آمده است، به این صورت که به داخل پرانتز $\pm\pi$ رادیان اضافه کرده ایم.
یعنی در بازتابش خارجی، یک اختلاف فاز π رادیان بین موج تابشی و بازتابشی وجود دارد.

آنچه در یک موج منجر به اختلاف فاز می شود، یا تغییر زمان است، یا تغییر مکان.

تصور کنید که این عمل را در بست در نقطهٔ تابش نور بررسی می کنیم. در واقع هم تابش و هم بازتابش در یک نقطه است. یعنی نه تغییر مکان داریم و نه تغییر زمان. نور در نقطهٔ تابش، به سطح جدایی دو محیط برخورد کرده و بازتابش نموده است ولی هنوز هیچ تغییر مکانی ننموده است. (حرکت نکرده است.)
مشاهده می شود که بین تابش و بازتابش، یک اختلاف فاز π رادیان وجود دارد. این اختلاف فاز از کجا ظاهر شده است. موج در نقطهٔ تابش، نه حرکت کرده است و نه زمانی را پشت سر نهاده است پس دو پارامتری که اختلاف فاز را به وجود می آورند در اینجا وجود ندارند. پس باید دلیل دیگری هم وجود داشته باشد و آن دلیل فیزیکی است. لذا این اختلاف فاز موجود را اختلاف فاز فیزیکی می نامیم.
پس π اختلاف فاز فیزیکی است و $\frac{\lambda}{2}$ اختلاف راه فیزیکی.

خلاصه اینکه وقتی نور از محیط رقیق روی محیط غلیظ تر از خودش بازتابش می کند، در همان نقطهٔ تابش، اختلاف فازی به اندازهٔ π رادیان که معادل اختلاف راهی به اندازهٔ $\frac{\lambda}{2}$ می باشد بین موج تابشی و بازتابشی به وجود می آید. از آنجایی که می دانیم در یک موج، تغییر فاز یا از طریق تغییر فاصله یا تغییر زمان به وجود می آید و هیچکدام از آنها در این مورد صدق نمی کند لذا باید این اختلاف فاز فیزیکی منشأ ای دیگر داشته باشد. در اپتیک معادل این اختلاف فاز و اختلاف راه بنام اختلاف فاز فیزیکی و اختلاف راه فیزیکی نامیده می شود. این موضوع در مورد امواج صوتی و امواج مادی دیگر نیز صادق است.
(وقتی دو تا موج یکدیگر را خنثی می کنند که دامنه اشان باهم برابر و اختلاف فاز π داشته باشند. نقطهٔ گره جایی است که دو موج همدیگر را خنثی می کنند.) از آنجایی که در نقطهٔ تابش بین نور تابشی و بازتابشی هیچ اختلاف راهنوری و یا اختلاف

۲- بازتابش داخلی: در بازتابش داخلی $n_1 > n_2$ است و یا به عبارتی $n = \frac{n_2}{n_1} < 1$ است.



اگر به قانون اسنل توجه کنیم، $\frac{\sin\theta}{\sin\varphi} = \frac{n_2}{n_1}$

مشاهده خواهیم کرد که چون $n_1 > n_2$ است پس

زاویه شکست نیز بزرگتر از زاویه تابش خواهد بود

$$\theta < \varphi \qquad \sin\theta < \sin\varphi \qquad \frac{\sin\theta}{\sin\varphi} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

از شکل نیز کاملاً معلوم است که چون نور از محیط غلیظ وارد محیط رقیق می‌شود پرتو شکست از خط عمود دور می‌شود یعنی زاویه شکست بیشتر از زاویه تابش می‌گردد.

اگر زاویه تابش را به تدریج افزایش دهیم در یک زاویه خاص مانند θ_L، نور عبوری مماس بر سطح جدایی دو محیط می‌گردد پس زاویه θ_L زاویه تابشی است که به ازای آن زاویه شکست یعنی φ، 90° می‌گردد. θ_L را زاویه حد یا زاویه مجرایی می‌نامند.

$\varphi_L = 90^\circ$

$$\frac{\sin\theta_L}{\sin\varphi} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \varphi = 90^\circ \qquad \sin\theta_L = \frac{n_2}{n_1} \qquad \theta_L = \arcsin\frac{n_2}{n_1} \qquad \theta = \theta_L + \varepsilon$$

زاویه خاص: زاویه حد — بسیار کوچک

نمایی که نور را از محیط‌های غلیظ به محیط‌های رقیق‌تر می‌فرستیم یک وضعیت خاص بروز می‌دهد و وضعیتی که در آن به ازای یک زاویه تابش نور ورودی به محیط دوم به صورت دو محیط رسیده است. در واقع نور عبوری به وضعیتی رسیده است که مماس بر سطح جدایی است. طوری که اگر زاویه تابشی را یک مقدار بسیار بسیار کوچک از زاویه θ_L بزرگتر در نظر بگیریم، دیگر نور عبوری به محیط دوم نخواهیم داشت. تمامی نور تبدیل به بازتابش می‌شود.

این حالت از بازتابش داخلی را بازتابش داخلی کلی می‌گویند. (Total Reflection)

توجه کنید که ما توانستیم بدون اینکه انرژی خاصی برای عبور در نظر بگیریم همه نور تابشی را از لحاظ انرژی، تبدیل به بازتابش نوریم. این، یکی از پدیده‌های اساسی در اپتیک است، که ما در هر خورد نور به سطح جدایی دو محیط، بجای اینکه بطور همزمان، هم عبور داشته باشیم و هم بازتابش، تمامی نور تابشی را به بازتابش تبدیل کردیم.

امروزه ارتباطات نوری که جزو تکنولوژی پیچیده است، بر اساس همین بازتابش داخلی کلی است.

اساس کار فیبر نوری، همین پدیده است.

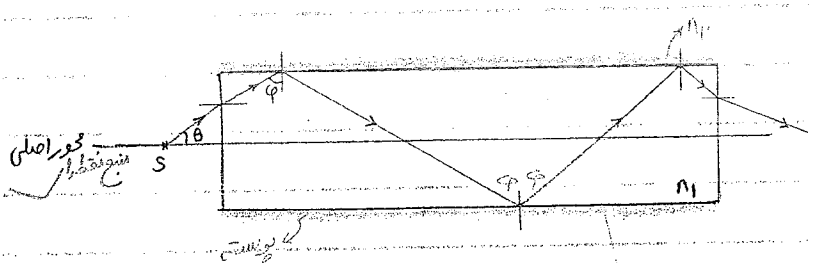
کاربردهای بازتابش داخلی کلی: (دو مورد)

۱- تار نوری : Optical Fiber

تار نوری از نقطه نظر تکنولوژی، رشته‌های بسیار باریک شیشه یا پلاستیک است

امروزه در تکنولوژی قطر این تارها را تا ۲ میکرون هم رسانده‌اند.

فرض کنید تکه‌ای از یک تار نوری را در نظر میگیرید و سکوب نگاه می‌کنیم.



ضخامت این تار، در حدود A° (آنگستروم) است. می‌دانیم ابعاد اتم حدود $1.5A^\circ$ است پس این تارها در حدود چندهم ابعاد اتمی هستند.

مواد اولیه تارهای اپتیکی، شیشه یا پلاستیک است. اما معمولاً یک لایه بسیار نازک از ماده‌ای دی الکتریک بیرون آن می‌دهند. که ضریب شکست آن n_2 است. n_2 کمتر از n_1 است. $n_2 < n_1$

این لایه بسیار نازک را پوسته تار و خود شیشه یا پلاستیک را مغزی می‌نامند.

اگر سطح مقطع تار را در نظر بگیریم و خط وسطی تار را به عنوان محور اصلی انتخاب کنیم، می‌خواهیم ببینیم اگر یک منبع نوری مانند S را روی محور اصلی تار قرار دهیم. چگونه می‌توانیم نور را کوپلاژ کرده و به داخل تار بفرستیم.

چون نور از هوا وارد تار می‌شود مسلماً زاویه شکستش کوچکتر از زاویه تابش خواهد بود. یعنی نور در هنگام ورود به داخل تار، شکست یافته و به خط عمود نزدیک می‌گردد. پس از ورود به داخل تار، نور به راه خود ادامه می‌دهد تا اینکه تحت زاویه φ با خط عمود به دیواره تار برخورد می‌نماید. به عبارتی نور تحت زاویه φ، به سطح جدایی مغزی (شیشه یا پلاستیک) با پوسته تار تابش می‌کند. و می‌خواهد از این سطح جدایی عبور کرده و وارد پوسته شود. اما اگر زاویه تابش یعنی φ بزرگتر از زاویه حد باشد و از آنجا که ضریب شکست مغزی بیشتر از ضریب شکست پوسته است لذا امکان بازتابش داخلی کلی وجود خواهد داشت. این امکان را ما به وجود آوردیم یعنی زاویه تابش را چنان انتخاب کردیم که از زاویه حد بیشتر باشد. در این حالت نور پس از ورود به داخل پوسته، مسیر خود را کج کرده و به داخل تار بازتابش کلی می‌نماید. و انیبار با همان زاویه تابش به سطح جدایی مغزی و پوسته از پایین تار برخورد کرده و مجدداً بازتابش کلی داخلی می‌کند. این تابش‌ها و بازتابش‌های داخلی کلی همینطور ادامه می‌یابد تا سرانجام نور به انتهای تار می‌رسد. در انتهای تار، چون نور از محیط غلیظ وارد محیط رقیق می‌شود، بنابراین از خط عمود دور می‌شود یعنی با زاویه شکستی بیش از زاویه تابش از تار خارج می‌گردد.

پس در یک تار نوری تنها کاری که ما باید انجام دهیم این است که زاویه تابش اولیه را بزرگتر از زاویه حد انتخاب کنیم، تا شرط لازم برای بازتابش داخلی کلی فراهم گردد.

پس عبور نور از داخل یک تار نوری به طرق بازتابش‌های داخلی کلی متوالی انجام می‌پذیرد. این عمل حرکت بدون اتلاف عبوری نور را تنظیم خواهد کرد. توجه کنید که نگفتیم حرکت بدون اتلاف، بلکه گفتیم حرکت بدون اتلاف عبوری که خود بزرگترین اتلاف است.

اتلاف در داخل تارهای نوری عمدتاً اتلافهایی است که از وجود حبابهایی در داخل تار و غیرهمگن بودن محیط داخل تار به وجود می‌آید.

از جمله کاربردهای تارهای نوری در علم پزشکی است. ماشه آندوسکوپی. آندوسکوپی علمی است که از طریق نوری مطالعات قسمتهای داخلی بدن شکل می گیرد. برای این منظور مثلاً ۵۰ رشته تار نوری بسیار نازک با قطر چند میکرون را کنار هم قطری در حدود ۲۵ mm صیقلی می سازند و در گرافی قرار می دهند قطر کل کمتر از ۱ cm. در نهایت به ۵ mm صیقلی می رسد. این گراف را مثلاً برای بررسی حجاره معده به درون معده می فرستند. گراف دیگری نیز نورهای حامل مطالعات انجام شده از معده را بخارج از بدن منتقل می کند. اگر این نورها را به دستگاه تبدیل نور به الکتریسیته وصل کنیم می توانیم تصویر حجاره معده را روی مانیتور مشاهده کنیم.

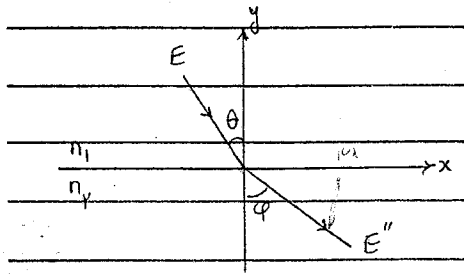
علاوه بر بررسی معده، برای بررسی سنگ کلیه یا برای بررسی رگها و مویرگهای مسدود شده نیز می توان از تارهای نوری استفاده کرد.

آنچه حائز اهمیت است، مسئله بازتابش داخلی کلی در فیبرهای نوری و خود اهمیت فیبرهای نوری از نظر تکنولوژی است.

سؤال: آیا واقعاً وقتی شرایط بازتابش داخلی کلی فراهم می شود هیچ نوری وارد محیط دوم نخواهد شد؟ برای پاسخ به این سؤال، موضوع جذب دیگری را آغاز می کنیم.

امواج ناپایدار در بازتابش داخلی کلی - Unstable waves in total Reflection:

فرض کنید محیط اول غلیظ تر از محیط دوم است. $n_1 > n_2$



اگر θ را به زاویه حد برسانیم شرایط بازتابش کلی را فراهم کرده ایم. دیدیم که در بازتابش کلی، نور تماماً به محیط اول بر می گردد. اما آیا هیچ نوری در حال تابش به محیط دوم وارد نمی شود. و اگر وارد می شود، چه اتفاقی در حین عبور می افتد.

در جلسات قبل، میدان الکتریکی نور تابشی و عبوری را بصورت زیر بیان کردیم:

$E = E_0 \exp i(k.r - \omega t)$ $\qquad$ $E'' = E_0'' \exp i(k''.r - \omega t)$

می خواهیم ببینیم وضعیت این میدان در بازتابش کلی چه خواهد بود؟

برای اینکار مؤلفه های بردارهای موجود در رابطه میدان "E" را روی محورها و y ها بررسی می کنیم و در نهایت در رابطه "E" قرار می دهیم.

$k''.r = k''x \sin\varphi - k''y \cos\varphi$ $\qquad$ طبق قانون اسنل $\Rightarrow$ $\frac{\sin\theta}{\sin\varphi} = \frac{n_2}{n_1} = n$

$n\sin\varphi = \sin\theta$ $\qquad$ $\sin\varphi = \frac{\sin\theta}{n}$ $\qquad$ می دانیم $\Rightarrow$ $\cos^2\varphi = 1 - \sin^2\varphi$

$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi}$ $\qquad$ از آن $\Rightarrow$ $\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}}$

اکنون جاگذاری در E'' :

$$E'' = E_0'' \exp i(K'' x \sin\varphi - K'' y \cos\varphi - \omega t)$$

$$E'' = E_0'' e^{i(K'' x \sin\varphi - K'' y \cos\varphi - \omega t)} = E_0'' e^{-iK'' y \cos\varphi} e^{i(K'' x \sin\varphi - \omega t)}$$

$$E'' = E_0'' e^{-iK'' y \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}}} e^{i(K'' x \frac{\sin\theta}{n} - \omega t)}$$

اگر فرض کنیم که :

$$K_1 = \frac{K'' \sin\theta}{n} \quad \text{و} \quad \alpha = K'' \sqrt{\frac{\sin^2\theta}{n^2} - 1}$$

پس $\rightarrow$ $E'' = E_0'' e^{-\alpha |y|} e^{i(K_1 x - \omega t)}$

$E_0'' e^{-\alpha |y|}$: موج واهش شونده

موجی که در بازتابش داخلی کلی وارد محیط دوم می شود دارای دامنهٔ $E_0 e^{-\alpha |y|}$ است . اگر دقت کنیم مشاهده خواهیم کرد که این دامنه ، با افزایش y ، بطور نمایی کاهش می یابد . پس موجی خواهیم داشت که با افزایش فاصله از سطح جدایی دو محیط ، با سرعت کاهش می یابد. در محیط دوم

این موج را موج محوشونده می نامند ، چون با انرژی اش و با دامنه اش به شدت کاهش می یابد. به این ترتیب نور وارد محیط دوم می شود ولی انرژی آن با سرعت بسیار بالایی از بین می رود .

اما جملهٔ نمایی دوم :

در این جمله بردار موج K_1 ، تغییر یافتهٔ K'' نیست بلکه خود K_1 عبارت مستقلی است که برابر است با : $\frac{K'' \sin\theta}{n}$

یعنی عملاً وقتی در سطوحی موازی با سطح جدایی دو محیط حلوه می زنیم . به تدریج مقدار سرعت تغییر کرده است ، چون K_1 به K'' تبدیل شده است . آن عمل از دست دادن انرژی ، در سطوحی موازی محور x ، شکل می گیرد .

K_1 بردار موج واهش شونده است .

آیا می توان با یک آزمایش ساده ، وجود این موج را نشان داد ؟

این آزمایش نخستین بار توسط شخصی بنام رامان (Raman) انجام شد .

وی یک وسیلهٔ بازتابش کلی را که همان یک منشور بازتابش کلی است . انتخاب کرد .

یک منشور بازتابش کلی ، منشوری است که از شیشه ساخته شده

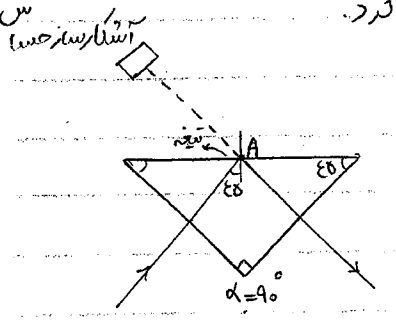
و دارای زاویهٔ رأس 90° است .

نور در صورت عمود بر یکی از یالهای منشور می تابد . چون عمود

بر یال بدان تابیده است در امتداد خود و بدون شکست جلو رفته

و وارد منشور می گردد و آنگاه به وتر برخورد می نماید .

برای اینکه بدانیم آیا نور از منشور خارج می شود یا نه باید زاویهٔ حد را محاسبه کنیم :



$$\theta_1 = \arcsin \frac{1}{1/5} \simeq 42^\circ$$

شیشه $n_1 = 1/5$ هوا $n_2 = 1$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin 90} = \frac{n_2}{n_1}$$

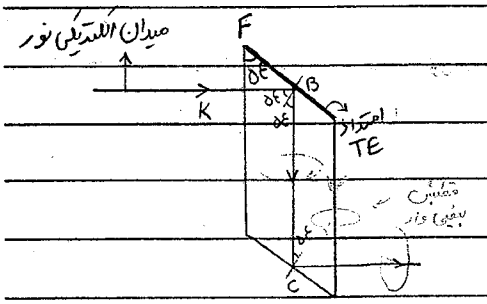
زاویه حد برابر است با 42° چون زاویه تابش بیشتر از زاویه حد است بازتابش کلی روی داده و نور عمود بر بال دیگر از سیستم خارج می گردد. اگر دنبال چرتکه عمودی بدنیم، این چرتکه در تواضع بالای منشور است

با قرار دادن تیغه ای در محل نقطه A، مسیر چرتکه عمودی را برگردانده و آن را به وسیله دکتوری در بالای منشور قرار داده آشکارسازی می کنیم.

توجه کنید که تیغه را بر روی منشور نچسبانده ایم زیرا می خواهیم آن میدان نور را هم آشکارسازی کنیم. در واقع نمی خواهیم با حرکت یا دور شدن از سطح منشور، تغییرات شدت چگونه است.

خلاصه اینکه: با اینکه نور وارد شده به محیط دوم ضعیف است ولی نباید آن را کاملاً صفر در نظر گرفت. نور تا حدود بسیار کمی وارد محیط دوم می شود و سپس به مبدا شده و از بین می رود

۲- تیغه فرنل : Fresnel Plate



یک تیغه متوازی السطوح از شیشه را بشکل زیر درست می کنیم.

از کمیت مختلطی شامل کمیت های میدان الکتریکی TE و TM برای مشخص نمودن میدانهای الکتریکی استفاده می کنیم.

چرتکه نوری را با یک قطبش معین، عمود بر تیغه می تابانیم

چون موج عمود بر تیغه تابانده می شود بدون شکست وارد تیغه شده و به نقطه B می رسد. اگر در این نقطه، بازتابش کلی روی دهد چه خواهد شد؟ آیا بازتابی به هوا می باشد

برای این منظور دوباره r_s و r_p که قبلاً حاصل کرده ایم بازنویسی کردیم:

$$r_s = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \qquad r_p = \frac{-n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

r_s و r_p را جلوی بازتابش داخلی کلی نوشتیم

اما می دانیم در بازتابش داخلی کلی $n < \sin\theta$ است. چرا که شرط بازتابش داخلی کلی این است که زاویه تابش بزرگتر از زاویه حد باشد.

در چنین حالتی که $n < \sin\theta$ است، مسلماً در روابط r_p و r_s عبارت زیر رادیکال مقداری منفی خواهد بود

پس برای اینکه چنین منفی ای ظاهر نشود، عبارات فوق را بصورت زیر می نویسیم:

$$r_s = \frac{\cos\theta - \sqrt{i^2(\sin^2\theta - n^2)}}{\cos\theta + \sqrt{i^2(\sin^2\theta - n^2)}} \qquad r_p = \frac{-n^2\cos\theta + \sqrt{i^2(\sin^2\theta - n^2)}}{n^2\cos\theta + \sqrt{i^2(\sin^2\theta - n^2)}}$$

$$r_s = \frac{\cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (I) \qquad r_p = \frac{-n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (II)$$

(ضمائم)

این n، تداعی گر چه چیزی است؟ نبودن یک فاز را مشخص می کند، چون در روابط e^{n} را فاز در نظر می گرفتیم.
این n بیان می کند که بازتابش داخلی کلی، فازی را برای موج TM و TE به وجود آورده است.
یا به عبارت دیگر، اختلاف فازی بین موج TM و TE بوجود آورده است.
هرکدام از موجهای TE و TM معین دیده می شوند چون فازهای متفاوتی دارند و به عبارتی دارای اختلاف فاز هستند. از این پدید استفاده می کنیم. از این روابط می توان استفاده کرد و امواج خطی را به قطبی تبدیل کرد.

روابط r_p و r_s از نظر ریاضی خیلی بزرگند پس اینها را کمی ساده سازی می کنیم.

چون قدر مطلق r_s و r_p هردو یک هستند می توانیم بنویسیم:

$$r_s = \frac{a e^{-i\alpha}}{a e^{i\alpha}} = e^{-i\delta_s} \quad (III) \qquad r_p = -\frac{b e^{-i\beta}}{b e^{i\beta}} = -e^{-i\delta_p} \quad (III)$$

$$\delta_s = 2\alpha \qquad = e^{-2i\alpha} \qquad \delta_p = 2\beta$$

δ_s فاز مربوط به موج TE و δ_p فاز مربوط به موج TM در بازتابش داخلی کلی است.

در بازتابش معمولی هرگز چنین فازی حاصل نمی شود چون اصلاً نا به وجود می آید.

اعداد مختلط $a e^{-i\alpha}$ و $-b e^{-i\beta}$ مساوی صورت کسرها در معادلات (I) و (II) صفحه ۶۳ هستند.
مزدوجهای مختلط آنها در مخرج کسرها ظاهر می شوند. بنابراین داریم:
این محاسبات ساده نیست.

صورت $\rightarrow$ $a e^{-i\alpha} = \cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}$ $\qquad b e^{-i\beta} = -n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}$

مخرج $\rightarrow$ $a e^{i\alpha} = \cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}$ $\qquad b e^{i\beta} = n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}$

(III) $\rightarrow$ $\frac{e^{-i\alpha}}{e^{i\alpha}} = e^{-i\delta_s}$ $\qquad e^{-2i\alpha} = e^{-i\delta_s}$ $\qquad -2i\alpha = -i\delta_s$

$2\alpha = \delta_s$ $\qquad \alpha = \frac{\delta_s}{2}$ $\qquad \tan\alpha = \tan\left(\frac{\delta_s}{2}\right)$

(IV) $\rightarrow$ $\frac{e^{-i\beta}}{e^{i\beta}} = e^{-i\delta_p}$ $\qquad e^{-2i\beta} = e^{-i\delta_p}$ $\qquad -2i\beta = -i\delta_p$

$2\beta = \delta_p$ $\qquad \beta = \frac{\delta_p}{2}$ $\qquad \tan\beta = \tan\left(\frac{\delta_p}{2}\right)$

$$\cos\alpha - i\sin\alpha = \cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2} \xrightarrow{\text{پس}} \begin{cases} \cos\alpha = \cos\theta \\ \sin\alpha = \sqrt{\sin^2\theta - n^2} \end{cases}$$

$$\cos\beta - i\sin\beta = n^2\cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2} \xrightarrow{\text{پس}} \begin{cases} \cos\beta = n^2\cos\theta \\ \sin\beta = \sqrt{\sin^2\theta - n^2} \end{cases}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta} = \tan\left(\frac{\delta_s}{2}\right) \rightarrow \tan\left(\frac{\delta_s}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta}$$

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta} = \tan\left(\frac{\delta_p}{2}\right) \rightarrow \tan\left(\frac{\delta_p}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta}$$

از این معادله‌ها، اختلاف فازشان را می‌توانیم به دست آوریم:

$$\Delta = \delta_p - \delta_s$$

به کمک اتحادهای مثلثاتی مناسب می‌توان اختلاف فازشان را به صورت زیر حاصل کرد:

$$\tan\delta = \frac{\tan\delta_p - \tan\delta_s}{1 + \tan\delta_p \tan\delta_s}$$ می‌دانیم

$$\Delta = \delta_p - \delta_s \quad \text{یا} \quad \frac{\delta}{2} = \frac{\delta_p}{2} - \frac{\delta_s}{2}$$

اثبات فرمول زیر است.

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{\tan\left(\frac{\delta_p}{2}\right) - \tan\left(\frac{\delta_s}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\delta_p}{2}\right)\tan\left(\frac{\delta_s}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta} - \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta}}{1 + \left(\frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta}\right)\left(\frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2} - n^2\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\frac{n^2\cos^2\theta + \sin^2\theta - n^2}{n^2\cos^2\theta}} = \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}\,(1 - n^2)}{n^2(\cos^2\theta - 1) + \sin^2\theta} = \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}\,(1 - n^2)}{-n^2(1 - \cos^2\theta) + \sin^2\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}\,(1 - n^2)}{-n^2\sin^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}\,(1 - n^2)}{\sin^2\theta\,(1 - n^2)} = \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\sin^2\theta}$$

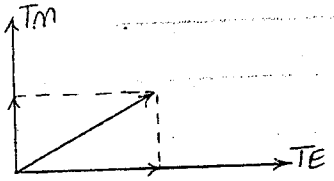
اختلاف فازبین موج TE و TM :

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\theta\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\sin^2\theta}$$

مشاهده می شود که اختلاف فازبین موج TE و TM بستگی به زاویهٔ تابش نور و ضریب شکست دو محیط نسبت به هم دارد.

چطور می توانیم اختلاف فازبین دو موج TE و TM را به ۴۵° برسانیم.
با توجه به ضریب شکست دو محیط، n را در دست داریم. $n = \frac{1}{1.5}$. برای اینکه اختلاف فاز دو موج ۴۵° گردد باید زاویهٔ θ معلوم باشد.
اگر بخواهیم برای $n = \frac{1}{1.5}$ ، $\delta = 45°$ باشد لازم است که $\theta = 54°$ گردد.

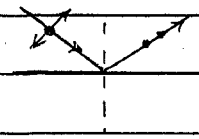
دوباره برمی گردیم به تیغهٔ ذوزنقی : زاویهٔ F را ۵۴° در نظر می گیریم. آنگاه موج تابشی ۵۴° خواهد بود.
چون ۵۴° از زاویهٔ حد ۴۵° بزرگتر است، بنابراین نور تابشی، بازتابش کلی خواهد کرد.
در نقطهٔ B، امتداد TE و TM چگونه است؟ TE روی سطح افتاده است و TM عمود بر آن است (به عبارتی عمود بر صفحهٔ کاغذ.)
می خواهیم میدان الکتریکی نور را روی TE و TM تصویر کنیم. یعنی در نقطهٔ تابش، یک میدان را به دو میدان عمود بر هم تجزیه می کنیم.



اکنون دو میدان عمود بر هم بوجود آورده ایم که اختلاف فازبین آنها ۴۵° است. این وضعیت، چه نوع قطبشی را تولید می کند؟ قطبش بیضی وار می دهد.
پس موج من پس از بازتابش داخلی کلی به قطبش بیضی وار تبدیل می شود.
به این ترتیب نوری که با قطبش خطی به تیغهٔ شیشه ای تابیده بود بعد از بازتابش داخلی کلی روی آن، به موج با قطبش بیضی وار تبدیل می شود.
این موج پس از بازتابش داخلی کلی، با عبور از داخل تیغه، به یال مقابل برخورد می نماید. (یعنی به نقطهٔ C می رسد) در اینجا نیز زاویهٔ تابش نور، ۵۴° است. در این نقطه نیز نور یک بازتابش داخلی کلی نموده و از تیغه خارج می گردد بطور عمود
بین TE و TM، یک اختلاف فاز ۴۵° دیگر نیز روی می دهد. پس در حالت کلی قطبش نور خروجی بیضی وار خواهد بود.
این قطبش زمانی به قطبش دایره وار تبدیل خواهد شد که عملاً میدان را طوری انتخاب کنیم که با TE و TM زاویه های یکسانی تشکیل دهد.
پس در حالتی که میدان انتخابی ما، با میدانهای TE و TM زوایای یکسان نسبت زند موج خروجی از سیستم دارای قطبش دایره وار خواهد بود.

ماتریس قطبش از طریق بازتابش:

در صحبتهای قبلی یکی از روشهای ایجاد نور قطبیده را بازتابش داشتیم اگر نور را تحت زاویه بروستر به سطح جدایی دو محیط بزنیم، نور قطبیده خواهیم داشت.



$$r_p = \frac{1-n}{1+n}$$

و دیدیم که بهر قطبش گری یک ماتریس دو در دو متعلق است.

بازتابش، نقش یک قطبش گر را دارد. حون برای این قطبش گر ماتریس زیر را ارائه داد:

ماتریس قطبش از طریق بازتابش:

$$\begin{bmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -\frac{1-n}{1+n} & 0 \\ 0 & \frac{1-n}{1+n} \end{bmatrix} = -\frac{1-n}{1+n}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

به عنوان مثال دوباره تیغه ذغال را در نظر می‌گیریم. این تیغه هم از طریق بازتابش داخلی کلی یک نور قطبیده خطی را به نور قطبیده بیضوی وار تبدیل کرده است. پس ماتریس را برای این تیغه می‌نویسیم: ماتریس قطبش لوزی تیغه ذغال را تعیین کنید!

$$\begin{bmatrix} -(-e^{-i\delta_p}) & 0 \\ 0 & e^{i\delta_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\delta_p} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_s} \end{bmatrix} = e^{-i\delta_p}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i(\delta_p-\delta_s)} \end{bmatrix} = e^{-i\delta_p}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{bmatrix}$$

شکل دیگری از ماتریس قطبش از طریق بازتابش

$$\frac{1-n}{1+n}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{1-n}{1+n}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

نوری که بصورت عمود بر سطح وارد می‌شود بازتاب پیدا می‌کند.

تداخل یا روهمگذاری دو موج — Interference:

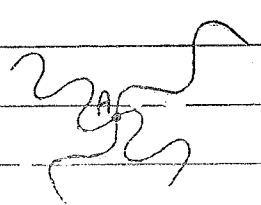
اکنون ببینیم اگر دو موج در یک نقطه بهم برسند چه روی خواهد داد. این عمل را به اصطلاح تداخل یا روهم گذاری دو موج می‌نامند.)

وقتی نورها بهم می‌رسند هیچگاه اثر یکدیگر را احساس نمی‌کنند. هیچ موجی روی موج دیگر اثر نمی‌گذارد و هیچ تغییری در موج روی نمی‌دهد. این را اصل استقلال موج می‌نامند. یعنی امواج الکترومغناطیسی در راستای خود مستقلند. وقتی بهم می‌رسند هیچ اثری بر هم نمی‌گذارند.

اگر این چنین است پس روهم گذاری دو موج به چه معنی است؟

روهمگذاری امواج جایگزین روهمگذاری آثار امواج شده است. در واقع روهمگذاری موجها اصطلاح غلطی است.

مثلاً دو موج زیر در نقطه A بهم تلاقی کرده‌اند. موج اول اثر خود را در این نقطه گذاشته و رد شده است، موج دوم نیز اثر خود را در آن نقطه گذاشته و رد شده است.



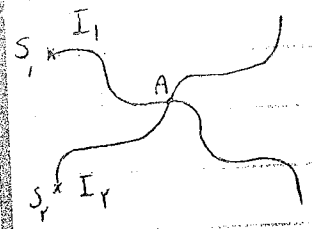
پس این آثار موج است که روهم گذاشته می‌شود.

نقطه‌ای که بطور همزمان دو موج در آنجا با هم تلاقی می‌کنند آنچنان می‌بیند اثر مشترک دو موج است.

ولی در این تلاقی هیچ اثر متقابلی بین موجها وجود نمی‌آید.

آیا با هر موجی می توان آثار مشترک آنها را دید؟ این مکرراً گفته شده است که اگر دو تا منبع مستقل از هم برداریم هیچگاه آثار مشترک آنها را نمی توان دید.

اصولاً موج، آثارش را با شدتش نشان می دهد.



می خواهیم ببینیم شدت در نقطه تلاقی دو موج به چه عواملی بستگی دارد.

ابتدا باید بگوییم که آثار تداخل را چگونه دیدیم: یا دایره های روشن و تاریک دیدیم، یا نوارهای روشن و تاریک.

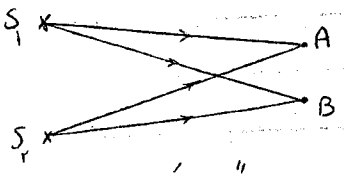
اما فقط بایستی یک منبع برداریم. از طریق انتخاب دو منبع یا چندین منبع می توان تداخل به وجود آورد.

اما چرا با چند منبع می توان تداخل ایجاد کرد؟

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$$

φ اختلاف فاز است.

یادگرفتیم که برای ایجاد اختلاف فاز، یا باید فاصله را تغییر دهیم یا زمان را و یا بایستی فاز منبع یکی را ایجاد کنیم. هیچ یک از اینها منبع اینجا وجود ندارد.



$\varphi = \varphi' + \varphi''$

فرض کردیم نقطه ای مانند A داریم که بطور همزمان نوری از منبع S_1 و نوری از منبع S_2 دریافت می کند. (شکل بالا را بطور ساده چنین رسم کردیم..)

گفتیم φ اختلاف فاز است.

اگر اختلاف فاز مربوط به اختلاف راه را بنویسیم داریم:

$$\varphi' = K\Delta = K(n\lambda) \simeq Kd$$

φ حاصل، همگی همان φ نیست که در بالا نوشته ایم.

φ' اختلاف فازی است که بین نورهای خروجی از منبع S_1 و S_2 وجود دارد.

در واقع اختلاف فاز φ، مجموعه ای از اختلاف فازهای φ' و φ'' است. یعنی: $\varphi = \varphi' + \varphi''$

بین نورهایی که در یک لحظه از S_1 و S_2 خارج می شوند اختلاف فاز وجود دارد یعنی چه؟

نوری که از منابع بیرون می آید از طریق گسیل خودبخودی در داخل اتمها حاصل شده است. یادگرفتیم که هیچ منبعی نور خالص تولید نمی کند. پس نوری که خارج می شوند از لحاظ موجی، چه نوع موجی است؟ گروه موج. قبلاً گفتیم که تعداد زیادی از موجها با طول موجهای نزدیک هم گروه موج را تشکیل می دهند.

چه کسی می تواند تضمین کند که گروه موجی که در یک لحظه از S_1 و S_2 بیرون می آید دقیقاً یکسان باشد؟ مسلماً هیچکس مسلماً فوتونهایی که در این گروه موج است با فوتونهای گروه دیگر متفاوت خواهد بود.

پس چون هیچ هماهنگی تعریف شده ای بین فوتونهایی که در گروه موجی که از S_1 بیرون می آیند با فوتونهای خروجی از منبع S_2 وجود ندارد، بنابراین این دو گروه موج با هم، همفاز نیستند و با هم اختلاف فاز دارند. و همانطور که

در بالا بیان شد "φ" اختلاف فازبین گروههای موج خروجی از منابع S_1 و S_2 است (فازبعنی موضعیت ارتعاشی)

غالب اینکه حتی این هماهنگی بین گروههای مختلفی که از منبع S بیرون می آیند نیز وجود ندارد. چون این نورها از گسیل خودبخودی تولید شده اند و گسیل خودبخودی نیز یک پدیده کاملاً اتفاقی است که در آن احتمال وجود دارد بین موجهای تولید شده از گسیل خودبخودی، باهم هماهنگی نخواهند داشت.
این امر، مشخصه منابع معمولی است. منابع معمولی مثل لامپها، شمع و....
توجه کنید که تمام منابع معمولی نور لیزرها.

در صفحه قبل نقطه A را در نظر گرفتیم که به طور هزمان، یک گروه نوری از S_1 و یک گروه نوری از S_2 به آن می رسند. فوتونهای دو گروه باهم هماهنگی ندارند یعنی یک "φ" باهم خواهند داشت. "φ" اختلاف فازبین گروههای موج دو منبع در یک لحظه است.

$$\varphi = \varphi' + \varphi''$$ (لحظه اول)

اگر این φ را در رابطه I صفحه ۶۸ جزوه قرار دهیم، شدتی برای φ حاصل می گردد.
در لحظه بعد دوباره در نقطه A دو گروه باهم اختلاف فازی خواهند داشت که آن دیگر "φ" نیست بلکه "φ_2" است.
"φ_2": اختلاف فازبین دو گروه در لحظه بعد.

$$\varphi_2 = \varphi' + \varphi''_2$$ (لحظه دوم)

همینطور برای گروه سوم، یک اختلاف فاز "φ_3" وجود دارد.

$$\varphi_3 = \varphi' + \varphi''_3$$ (لحظه سوم)

معلوم است که φ در رابطه I مرتباً در حال تغیر است. (علت این امر، ناهماهنگی گروههای موج رسیده از S_1 و S_2 به نقطه A است.) مسلماً با تغیر مرتب φ، I نیز تغیر خواهد یافت.
اگر I خیلی سریع تغیر نماید، نقطه A را چگونه خواهیم دید؟

معمولاً چیزی که بسیار سریع تغیر نماید و نتوان تغیراتش را تشخیص داد، متوسطش را می بینند.
در حوادث سریع، تنها با کمیتهای متوسط سر و کار داریم.
مثلاً هرگاه نقطه سومی را بین دو نقطه ثابت، به طور سریع نوسان دهیم. آنچه که از یک رشته سیم خواهیم دید بصورت زیر است:

متوسط تغیرات زمانی:

پس آنچه که از شدت خواهیم دید متوسطش است:

$$\langle I \rangle = \langle I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi \rangle$$

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos\varphi \rangle$$

می دانیم متوسط $\cos\varphi$ صفر است پس داریم:

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2$$

شدت متوسط برابر شد با شدت نور منبع اول به اضافه شدت نور منبع دوم.

حال اگر در مجاورت A، نقطه دیگری بنام B در نظر بگیریم، B تحت چه شدتی دیده خواهد شد.

$$\alpha = \alpha' + \alpha''$$

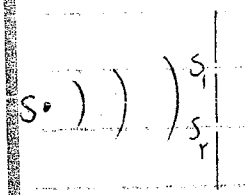
$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle \cos\alpha \rangle = I_1 + I_2$$

$$\alpha' = K\,(S_1 B - S_2 B)$$

α'' مدام در حال تغییر است. با تغییر α''، α هم تغییر خواهد کرد بنابراین I نیز دائماً در حال تغییر خواهد بود. طبق روابط بالا مشاهده می شود که B نیز تحت همان شدتی دیده می شود که A دیده می شد. به همین علت است که تداخل اتفاق نمی افتد. چون تمام نقاط روی پرده یا فقط به یک شدت دیده می شوند.

پس عامل اولی که مانع از تداخل می گردد این است که:
بین موجهایی که از منبع S_1 و S_2 بیرون می آید، هماهنگی وجود ندارد. یا اختلاف فاز ثابتی وجود ندارد. χ

پس تنها راه این است که به یک منبع نور متوسل شویم. و گاری کنیم که از یک منبع، دو منبع بسازیم تا موجهای آنها دارای رفتار یکسانی باشند.
در چنین حالتی موجهای خارج شده از یک منبع، به دو گروه مشابه S_1 و S_2 تبدیل خواهند شد. جبهه موج طوری شکل به S_1 و S_2 می رسد. پس گروهی که از S_1 خارج می شود با گروه خروجی از S_2 کاملاً یکسان است.
بنابراین φ یعنی اختلاف فاز بین نورهای خروجی از دو منبع صفر خواهد شد.



$$\varphi_1 = \varphi_1' + \varphi'' \xrightarrow{\text{اگر}} \varphi'' = 0 \xrightarrow{\text{پس}} \varphi_1 = \varphi'$$

φ نیز به فاصله نقطه از منبع بستگی دارد.
و مسلماً شدت در نقطه B، به اختلاف فاصله از منبع S_1 و S_2 بستگی دارد.

$$I_A \neq I_B$$

آنچه در تداخل می بینیم توزیع شدت است؛ یعنی شدتهای مختلف در نقاط مختلف.

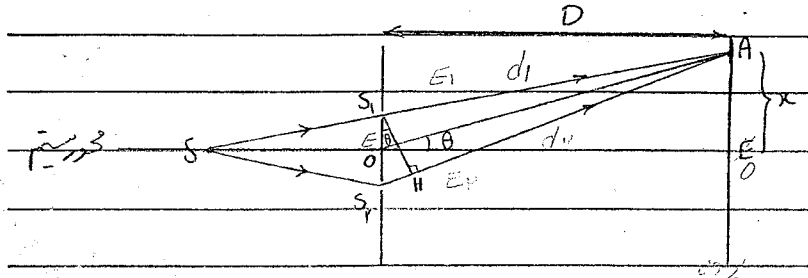
لذا تنها جایی که اختلاف فاز تولید می کند فاصله است.

خلاصه اینکه این نشان می دهد که برای ایجاد تداخل نمی شود از دو یا چند منبع مستقل استفاده کرد چرا که هماهنگی بین موجهای تولید شده از این منابع وجود ندارد لذا اختلاف فاز این منابع در نقاط مختلف متفاوت خواهد بود این امر منجر به شدت های تداخلی متغیر با زمان در یک نقطه خواهد شد که شدت دریافتی در آن نقطه متوسط شدتها در زمانهای مختلف است که این شدت متوسط برابر با جمع شدت منبع اول و منبع دوم خواهد بود و این مقدار برای همه نقاط روی پرده به یک اندازه خواهد بود لذا توزیع شدت به حسب فاصله یکسان خواهد بود و این به معنای عدم تداخل است.

اما وقتی یک منبع را می داریم و آن را به طریقی به دو منبع مشابه هم تبدیل می کنیم در آن صورت این دو منبع به وجود آمده از لحاظ تولید موج دارای هماهنگی کامل بوده و لذا امواج هر یک از این دو منبع به یک نقطه از روی پرده می رسند از لحاظ نوری هیچ اختلاف فازی ندارند و تنها اختلاف فاز موجود مربوط به اختلاف مسیر دو نوری است که از آن دو منبع به یک نقطه می رسند. از آنجایی که نقاط مختلف روی پرده اختلاف فاصله های متفاوتی از دو منبع دارند لذا اختلاف فاز مختلفی از لحاظ فاصله در نقاط مختلف در روابط شدت ظاهر می شود و لذا شدت تولید شده در آن نقطه با نقطه دیگر متفاوت خواهد بود و این به معنای تولید تداخل است.

آزمایش یانگ و فرنل = Young & Fresnel :

یانگ و فرنل یک منبع نقطه ای را انتخاب کرده و در مقابل صفحه ای که در آن دو شکاف بنام S_1 و S_2 به فاصله d از هم تعبیه شده اند قرار دادند.



نوری که از منبع S خارج می شود برای رسیدن به دو شکاف S_1 و S_2 فاصله یکسانی را می پیماید.

اگر پرده ای را در مقابل شکافها قرار دهیم که فاصله پرده تا شکافها D باشد، هر نقطه از این پرده پرتوی از شکاف S_1 و پرتوی از شکاف S_2 دریافت می نماید قطارهای نوری که از S_1 و S_2 خارج می شوند باهم اختلافی ندارند اما همین پرتوها وقتی به نقطه A می رسند دارای اختلاف فازی با هم هستند. این اختلاف فاز ناشی از مسیری است که پرتوها پس از خروج از شکافها آن را می پیمایند برای یافتن میزان اختلاف راه دو پرتو، به مرکز A و به شعاع S_1A کمانی رسم می کنیم و ما چون $d \ll D$ است می توانیم وتر مربوط به کمان را در نظر بگیریم آنگاه این وتر عمود بر S_2A رسم شده و مطابق با شکل اختلاف راه دو پرتو برابر خواهد بود با S_2H بسته به اینکه این اختلاف راه چقدر باشد به روی پرده، نقاط روشن تاریک و یا با شدتی فی مابین آنها خواهیم داشت. پس شدت در نقطه A که حاصل از روی هم گذاری امواج است به S_2H بستگی خواهد داشت. اما S_2H را می توان مستقیماً اندازه گرفت. بلکه باید این فاصله را بر حسب کمیات قابل اندازه گیری حاصل کنیم.

اکنون طبق عملیات زیر S_2H را بر حسب کمیات قابل اندازه گیری به دست می آوریم:

از نقطه O که دقیقاً در فاصله وسط d قرار دارد خطی به A رسم می کنیم زاویه ای که این خط با محور افقی می سازد برابر است با θ

$\overset{\Delta}{S_1S_2H}$: $\sin\theta = \frac{S_2H}{S_1S_2} = d$ ، $\overset{\Delta}{OAE}$: $\tan\theta = \frac{AE}{OE}$

$\overset{\Delta}{S_1S_2H}$: $\tan\theta = \frac{S_2H}{S_1H} \Longrightarrow \frac{S_2H}{S_1H} = \frac{AE}{OE}$

$$\frac{S_2H}{d} = \frac{x}{D} \qquad \boxed{S_2H = \frac{xd}{D}}$$

در این رابطه، x، d و D هر سه قابل اندازه‌گیری هستند.

به این ترتیب اختلاف مسیر مربوط به این دو پرتو خروجی از S_1 و S_2 برابر است با $\frac{xd}{D}$.

اختلاف راه نوری دو مسیر $\Delta = \frac{xd}{D} \times n^{\text{هوا}=1} = \frac{xd}{D}$

می‌خواهیم ببینیم چه زمانی، نقطهٔ A، دارای ماکزیمم شدت خواهد بود.

وضعیت میدانها در نقطهٔ A: میدان الکتریکی امواجی که از S_1 و S_2 به نقطهٔ A می‌رسند به قرار زیر است:

$E_1 = E_0 \sin(kz - \omega t)$ $\qquad$ $E_2 = E_0 \sin(kz - \omega t - \varphi)$

(z در امتداد انتشار نور است.)

این دو میدان نسبت هم دارای اختلاف فازی مثل φ هستند.

هدف: دست آوردن میدان حاصل از E_1 و E_2 است.

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = E_0\left[\sin(kz - \omega t) + \sin(kz - \omega t - \varphi)\right]$$

طبق ریاضی $\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$$E = E_0\left[2\sin\frac{kz - \omega t + kz - \omega t - \varphi}{2}\cos\frac{kz - \omega t - kz + \omega t + \varphi}{2}\right]$$

$$E = 2E_0 \sin\left(kz - \omega t - \frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

دامنهٔ موج برآیند در نقطهٔ A $= 2E_0\cos\frac{\varphi}{2}$

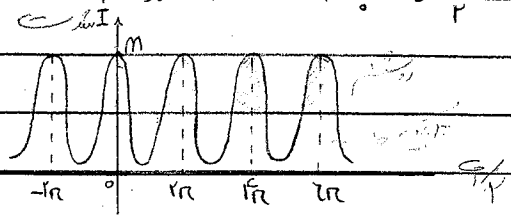
آنچه در نقطهٔ A قابل مشاهده است دامنه نیست بلکه شدت نور است.

با توجه به اینکه شدت مجذور دامنه است داریم:

$I \propto (\text{دامنه})^2$

$$I = 4E_0^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}$$

شدت در نقطه A : $A = 4E_0^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}$



اکنون بین دو ماکزیمم مجاور، ماکزیمم ها وجود نقاطی قرار دارد که شدت در نقطه A ـ فاصله A از E بستگی دارد.

$$I_{max} = 4E_0^2$$

زمانی است که $\cos^2\frac{\varphi}{2} = 1 \rightarrow \cos\frac{\varphi}{2} = \pm 1$

$$\rightarrow \frac{\varphi}{2} = m\pi \qquad \boxed{\varphi = 2m\pi} \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

یعنی ماکزیمم شدت ها زمانی روی می دهد که اختلاف فاز مضرب صحیحی از 2π باشد.

اما مینیمم شدت در نقطه A :

$I_{min} = 0$ باید $\cos^2\frac{\varphi}{2} = 0$ یعنی $\boxed{\varphi = (2m+1)\pi}$

$\varphi = (2m+1)\pi$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = (2m+1)\pi$ $\quad \Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

یعنی مینیمم شدت ها زمانی روی می دهد که اختلاف فاز مضرب فردی از π باشد.

تا اینجا اختلاف راه Δ و شرایط اختلاف فاز را در نقاط ماکزیمم و مینیمم به دست آوردیم.

رابطه اختلاف راه و اختلاف فاز بصورت زیر است:

$$\varphi = K\Delta \qquad \Delta = \frac{\varphi}{K}$$

شرایط نقاط ماکزیمم شدت، برای اختلاف راه Δ:

$$\Delta = \frac{2m\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{2m\pi\lambda}{2\pi} = m\lambda$$

پس شرط ماکزیمم شدت: $\boxed{\Delta = m\lambda}$

یعنی هرگاه اختلاف راه در مسیر مضرب صحیحی از طول موج باشد آنگاه نقطه را ماکزیمم شدت دیده خواهد شد.

شرط مینیمم شدت: $\boxed{\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}}$

اختلاف راه نقاطی که دارای مینیمم شدت هستند مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است.

اکنون به یافتن فاصله بین نقاط با ماکزیمم شدت می پردازیم:

فاصله m امین ماکزیمم از محور: $x_m = \frac{mD\lambda}{d}$

شرط ماکزیمم: $\Delta = \frac{xd}{D} = m\lambda$

فاصله (m+1) امین ماکزیمم از محور: $x_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda D}{d}$

$$i = x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)\lambda D}{d} - \frac{mD\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d}(m+1-m) = \frac{D\lambda}{d}$$

فاصله بین دو ماکزیمم متوالی:

$$\boxed{i = x_{m+1} - x_m = \frac{D\lambda}{d}}$$

طبق همین رابطه، برای اینکه فاصله بین ماکزیمم های متوالی زیاد باشد و این ماکزیمم ها بهتر قابل تشخیص باشند بایستی اولاً D یعنی فاصله پرده تا شکافها زیاد باشد ثانیاً از طول موجهای بلند استفاده نماییم. بیشترین طول موجی که در آزمایشگاه می توان آن را با رویت انجام داد، طول موج بلند متعلق به نور قرمز است. اصولاً d یعنی فاصله شکافهای S و S' از هم باید تا جایی که مقدور است کوچک باشد. در آزمایشگاه، D در حدود چند متر و d در حدود کسری از mm (میلیمتر) می باشد.

موقعیت مینیموم ها: دیدیم که اختلاف راه Δ برای نقاط مینیموم چنین است:

شرط مینیموم: $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{x_m d}{D}$

فاصله m امین مینیموم از محور: $x_m = \frac{(2m+1)\lambda D}{2d}$

فاصله (m+1) امین مینیموم از محور: $x_{m+1} = \frac{(2m+3)\lambda D}{2d}$

$$i = x_{m+1} - x_m = \frac{(2m+3)\lambda D}{2d} - \frac{(2m+1)\lambda D}{2d} = \frac{\lambda D}{2d}(2m+3-2m-1) = \frac{\lambda D}{d}$$

فاصله بین دو مینیموم متوالی:

$$\boxed{i = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda D}{d}}$$

همانطور که مشاهده می شود که فاصله دو مینیموم متوالی و دو ماکزیمم متوالی با هم برابرند یا به عبارتی در وسط دو تا ماکزیمم، یک مینیموم وجود دارد. درست همان چیزی که در متن صفحه قبل دیده می شود.

در نقطه E اختلاف راه Δ صفر است پس ماکزیمم شدت در نقطه E خواهد بود. از نقطه E بطرف بالا یا پایین

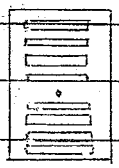
$\Delta = 0 \qquad \varphi = K\Delta = 0 \qquad I = 4E_0^2 \cos^2 0 = 4E_0^2 \xrightarrow{\text{پس}} I_{max} = 4E_0^2$

عملاً می بینیم که آرام آرام، شدت کاهش می یابد. شدت نقطهٔ E با نقطهٔ M روی صفحه نشان داده شده است.

همهٔ اینها این که بررسی کردیم روی صفحهٔ دوبعدی بود درحالی که در آزمایشگاه، ما با سه بعد سروکار داریم.
پس شکل نوارهای روشن و تاریک، چگونه خواهد بود؟

نقطهٔ A نقطه‌ای است که اختلاف فاصلهٔ آن از S و S' مقدار معینی است.
در فضا چند نقطه، نظیر نقطهٔ A می‌توان یافت که اختلاف فاصلهٔ آن از S و S' یک مقدار معین مثلاً 5cm باشد.
مسلماً ابی نهایت نقطه و پوشش کلیهٔ این نقاط روی یک سهمی خواهد بود چون از لحاظ هندسی می‌دانیم که مکان هندسی مجموعهٔ نقاطی که اختلاف فاصله‌شان از دو نقطهٔ معین، مقداری است، نیمهٔ یک سهمی می‌باشد.
(در واقع در حالت کلی به شکل یک هذلولی یا شاخه‌ای خواهد بود)
پس بطور قیاسی اگر کلاً کنیم مجموعه نقاطی که باشد ماکزیمم خواهیم دید سهمی یا شاخه‌ای خواهد بود.
اگر در مسیر این پرتوها پرده‌ای قرار دهیم، مقطع این سهمی یا شاخه‌ای با پرده چه شکلی خواهد ساخت؟
از تلاقی پرده با سهمی عملاً دو تا خط افتاده، یکی در بالا و یکی در پایین می‌بینیم ولی چون این انحنا خیلی کم است و چون پرده‌ای هم که از آن استفاده می‌کنیم کوچک است لذا ابتدای خطوط انحنادار، خطوط را تقریباً مستقیم خواهیم دید.
اگر این انحنای خیلی کوچک را در نظر نگیریم، روی پرده باید خطوطی موازی هم و روشن و تاریک دیده شود. پس اگر از مقابل پرده نگاه کنیم چنین شکلی خواهیم دید:

علت مستطیلی دیدن خطوط است



امادر آزمایشگاه اگر به پرده نگاه کنیم بخلاف شکل فوق یک سری خطوط مستطیلی شکل خواهیم دید.
علت این امر آنست که چشم با شدتهای یک بسیار آرام آرام روبه کاهش می گذارد تا به نواحی کاملاً تاریک برسد نمی تواند اختلاف آنها را بخوبی تشخیص دهد. بنابراین تفاوت نهایی یک بخوبی روشن و بخوبی تاریک از هم تفکیک می کند فاصله بین این حالتها یک شبها خیلی آرام آرام روبه کاهشند برای چشم انسان قابل تشخیص نیست پس این تفاوت شکل نواحی روشن و تاریک در عمل و در تئوری ناشی از خطای تشخیص چشم است.

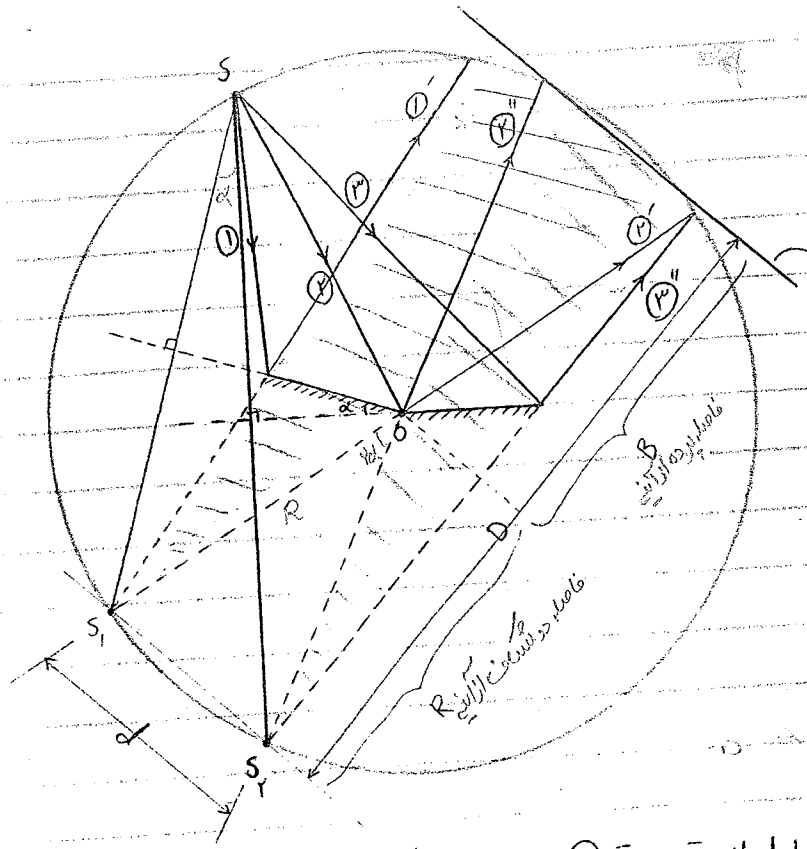
بعد از آن که اولین آزمایش در این زمینه انجام گرفت، دانشمندان دنبال وسایل دیگری رفتند تا این تداخل را با آنها بهتر نشان دهند. از جمله دو آینهٔ فرنل.

جلسه ۸۱/۲/۱۸

دو آینهٔ فرنل Fresnel Bi Mirrors:

در این وسیله دو آینه داریم که یکی موازی با افق قرار دارد و دیگری با زاویهٔ بسیار کوچک α نسبت به افق قرار گرفته است. طوری که این دو آینه در نقطهٔ O هم متصلند. منبع نقطه‌ای S را در مقابل این آینه‌ها قرار می‌دهیم. نوری که از S بر این مجموعه تابیده می‌شود همان است که با عکس برخورد است (در اینجا تمایز نوری

را رسم کرده‌ایم.



پرتو ① مسیر اول برای آینه اول است. پرتو ② مسیر دوم برای آینه اول و مسیر اول برای آینه دوم. و پرتو ③ مسیر دوم برای آینه دوم است.

اکنون پرتوها از دو آینه بازتابش می‌یابند. ①' و ②' با مبدا رسم شده اند و بازتابش از آینه اول را نشان می‌دهند. ①' بازتابش ① است در آینه اول و ②' بازتابش پرتو ② است در آینه اول. اگر این پرتوهای بازتابش را امتداد دهیم در نقطه‌ای یکدیگر را قطع خواهند کرد که این نقطه محل تشکیل تصویر برای آینه اول است. بنابراین S_1 تصویر S است در آینه اول. (البته در اول کار، از S امتداد آینه اول عمودی رسم می‌کنیم تا به S_1 برسیم.) شخصی که از مابین دو پرتو ① و ② نگاه می‌کند تصور خواهد کرد که نورهای رسیده به چشم وی از S_1 می‌آیند. در واقع S_1 یک منبع مجازی است. کل نوری که به نقطه‌ی رسد از منبع مجازی S_1 به چشم می‌رسد با هاشور مداد مشکی نشان داده شده است.

همین اعمال را برای آینه دوم نیز انجام می‌دهیم.

ابتدا از منبع S امتداد آینه دوم عمودی رسم می‌کنیم. امتداد می‌دهیم تا به نقطه S_2 برسیم. S_2 تصویر S است در آینه دوم. پس آن بازتابش نورها در آینه دوم را نیز رسم نمایم خواهیم دید که در S_2 به یکدیگر خواهند رسید. (البته امتدادشان در S_2 همدیگر خواهد رسید.)

②'' و ③'' با خود کار قرمز رسم شده اند و بازتابش از آینه دوم را نشان می‌دهند.

②'' بازتابش ② است در آینه دوم. (پرتو ② = نقطه مشترک دو آینه می‌تابد بنابراین در هر دو آینه بازتابش می‌دهد.)

③'' بازتابش ③ است در آینه دوم.

شخصی که از مابین دو پرتو ②'' و ③'' نگاه می‌کند تصور خواهد کرد که نورهای رسیده به چشم او از S_2 می‌آیند.

کل نوری که به نقطه می‌رسد از منبع مجازی S_2 به چشم می‌رسد با هاشور قرمز نشان داده شده است.

به این ترتیب مشاهده کردیم که پرتوهایی که بعد از بازتابش از آینه‌ها خارج می‌شوند به نظری رسند از دو منبع مجازی S_1 و S_2 می‌آیند. یا به عبارتی بازتابش روی آینه‌ها، منبع را به دو منبع مجازی S_1 و S_2 تبدیل می‌کند. این شرط لازم برای تداخل بود (یعنی تشکیل دو منبع از یک منبع)

پس آینه‌ها نقش دو شکاف یانگ را بازی می‌کنند و پرتوهای بازتابش در ناحیه‌ای که طبق شکل هاشورهای قرمز شکل روی هم افتاده‌اند به روی هم قرار گرفته و تداخل می‌نمایند. اگر پرده‌ای در مقابل پرتوهای بازتابش از آینه‌ها قرار دهیم، به روی پرده در اثر روی هم افتادن پرتوها، طرح تداخلی نظیر دو شکاف یانگ خواهیم دید.

اگر این دستگاه و طرحهای تداخل را با دو شکاف یانگ مقایسه کنیم خواهیم دید که S_1 و S_2 جای دو شکاف را گرفته است و نوارها به موازات S_1 و S_2 قرار دارند.

$i = \frac{\lambda D}{d}$ فاصله بین دو نوار روشن و تاریک متوالی

می‌توانیم رابطه سطر بالا را از مشاهدت مثلث‌ها بدست آوریم. در این رابطه، d فاصله S_1 و S_2 از یکدیگر است و D فاصله پرده تا دو منبع مجازی، اما S_1 و S_2 منابع مجازی هستند و نمی‌توانیم d را بطور مستقیم اندازه بگیریم.

پس d را به حسب کمیات قابل اندازه‌گیری به دست می‌آوریم. برای این کار چنین عمل می‌کنیم.

زاویه بین دو آینه α است. زاویه $S_1\hat{S}S_2$ نیز α است چون اضلاعشان بر هم عمود است.

زاویه $S_1\hat{O}S_2$ نیز 2α است چون زاویه مرکزی به کمان S_1S_2 است و زاویه محاطی این کمان نیز α است.

OS_1 برابر با شعاع دایره است و با R نشان می‌دهیم.

R = شعاع دایره = OS_1 فاصله آینه از منبع مجازی است.

در صورتی که دایره بسیار بزرگ باشد و زاویه مرکزی بسیار کوچک، می‌توانیم وتر را با کمان یکی بگیریم. در اینجا نیز قبلاً فرض کرده‌ایم که α بسیار کوچک است. پس 2α نیز کوچک خواهد بود.

آنگاه $\overset{\frown}{S_1S_2} = S_1S_2$

کمان وتر

$d = S_1S_2 = 2R\alpha$

اکنون d را چنین حاصل کرده‌ایم. در این رابطه با اینکه α قابل اندازه‌گیری است اما R قابل اندازه‌گیری نیست. اما می‌دانیم که فاصله S_1 تا O همان فاصله S_2 تا O است پس می‌توانیم بگوییم که R فاصله آینه تا منبع اصلی است. در نتیجه قابل اندازه‌گیری است (فاصله پرده از دو آینه / فاصله پرده از آینه)

$D = R + B \quad \text{یا} \quad D = B + C = R + Bd$

R شعاع دایره است (فاصله آینه تا منبع اصلی) و B فاصله پرده از آینه است.

اکنون D و d در دست است با جایگذاری در رابطه (I) خواهیم داشت:

فاصلهٔ نوارها در دوآینهٔ فرنل:

$$i = \frac{\lambda(R+B)}{2R\alpha}$$

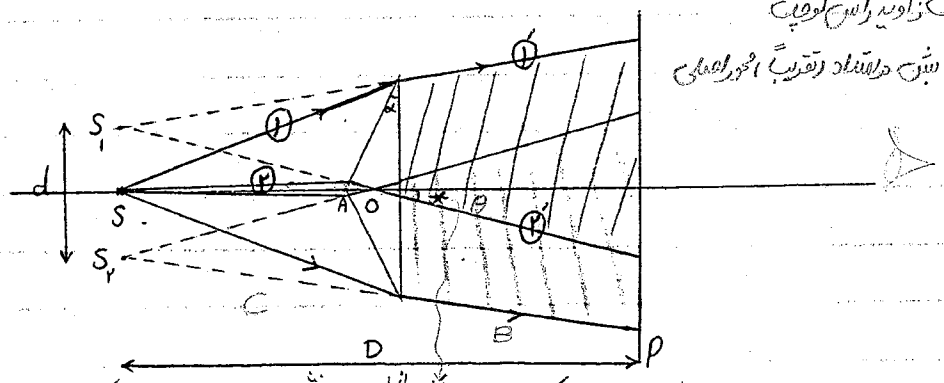
با توجه به این رابطه مشاهده می‌کنیم که فاصلهٔ بین نوارها با تغییرات α در ارتباط است. هرچه α را کوچکتر انتخاب کنیم، فاصلهٔ نوارها از هم بیشتر خواهد شد.

دو منشور فرنل:

در این وسیله، دو منشور نازک را از قاعده روی هم می‌گذاریم. زاویهٔ رأس این منشورها α است که زاویهٔ بسیار کوچکی می‌باشد. اگر یک منبع نقطه‌ای مانند S را در محور این دو منشور قرار دهیم. و نور را از این دو منشور بتابانیم منشور بالایی، نور را تحت محدودهٔ مخروطی با رأس S دریافت خواهد کرد. که البته در اینجا، از مجموع پرتوهای تابیده به منشور، یک پرتو خیلی نزدیک به قاعده و محور منشورها را در نظر می‌گیریم.

α: زاویهٔ نازک تحت زاویه رأس کوچک

θ: زاویهٔ انحراف پرتو تابش در اثر عبور (تقریباً) محور افقی



نوری که به تردیکی رأس دو منشور می‌تابد با یک مقدار شکست از منشور خارج می‌شود. مثلاً (1) شکست پرتو (1) است و (2) شکست پرتو (2).

در شکل بالا نحوهٔ شکست پرتوهای مختلف بخوبی نشان داده شده است.

کسی که به پرتوهای خروجی از منشور بالایی نگاه می‌کند تصور خواهد کرد که این پرتوها از S_1 به وی می‌رسند و همینطور به نظر خواهد رسید که پرتوهای خروجی از منشور پایینی از S_2 خارج می‌گردند.

پس به عبارتی می‌توان گفت که S_1 و S_2 منابع مجازی هستند.

هرگاه پرده‌ای را به موازات این دو منبع مجازی S_1 و S_2 قرار دهیم، پرتوهای خروجی از دو منشور بر روی آن خواهند افتاد.

طبق شکل بالا هاشورهای مشکی، کل پرتوهایی را نشان می‌دهد که از منشور بالایی خارج شده‌اند. و هاشورهای صورتی کل پرتوهایی را نشان می‌دهد که از منشور پایینی خارج می‌گردد.

جایی که هاشورها، همدیگر را قطع می‌کنند جایی است که پرتوهای شکست یافته از دو منشور هم رسیده و امکان تداخل را فراهم کرده‌اند.

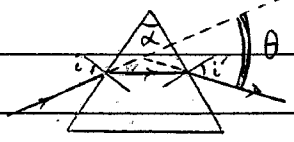
در کل ما یک منبع داشته و داریم و در طی این اعمال با منشورها، دو منبع مجازی S_1 و S_2 حاصل نمودیم: می‌توانیم در

مشاهدت با دوشکاف یانگ، که در آن از منابع ثانویه خود برانیم که وجود خارجی ندارند اما عملاً برای هر نوری که به پرتوها نگاه می کند تجسم می نماید یکی از پرتوها از یکی و دیگری از آن می آید.

از رابطهٔ فاصلهٔ دو نوار روشن یا تاریک متوالی استفاده می نماییم.

D فاصلهٔ که از پرده است و d فاصلهٔ بین دو منبع مجازی که در اندازه گیری D مشکلی نداریم اما آنچنان مشکل است که d می باشد چرا که وجود خارجی ندارند که فاصلهٔ را بتوان اندازه گیری کرد. لذا d را بر حسب کمیات قابل اندازه گیری می یابیم.

همانطور که می دانیم، مقدار زاویهٔ انحراف هر پرتو است با زاویهٔ بین پرتو ورودی و خروجی از منشور و در یک منشور نازک، مقدار زاویهٔ انحراف چنین حاصل می گردد:



$$\theta = i + i' - \alpha$$

θ: زاویهٔ انحراف در منشور معمولی
i: زاویهٔ تابش
i': زاویهٔ خروجی
α: زاویهٔ رأس منشور

اما وقتی یک منشور نازک است یعنی زاویهٔ رأس α در آن جزو زوایای بسیار کوچک می باشد یعنی $\alpha < 10^\circ$ با توجه به اینکه در منشورهای نازک $\alpha = r + r'$ است وقتی α جزو زوایای کوچک باشد طبق همین رابطه r و r' نیز جزو زوایای بسیار کوچک خواهند بود. در این حالت که r، r' و α بسیار کوچک به کمک رابطهٔ

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i'}{\sin r'}$$

نتیجه می گیریم که زاویهٔ تابش نیز زاویهٔ بسیار بسیار کوچکی خواهد بود.

پس از آنجایی که در یک منشور نازک، n_1، r، n_2 و r' جزو زوایای بسیار کوچکند می توانیم در روابط بالای Sin از خود زاویه استفاده نماییم. پس داریم:

$$\frac{i}{r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{i'}{r'} \quad (n_2/n_1 = n) \qquad \text{یا} \qquad i = nr \quad \text{و} \quad i' = nr'$$

اکنون با جایگذاری n حاصل در رابطهٔ θ خواهیم داشت:

$$\theta = nr + nr' - \alpha \qquad \theta = n(r + r') - \alpha \qquad \text{پس} \rightarrow \alpha = r + r' \text{ می دانیم}$$

$$\theta = n\alpha - \alpha \qquad \boxed{\theta = \alpha(n-1)} \rightarrow$$

پس زاویهٔ انحراف عملاً به زاویهٔ تابش بستگی ندارد.

اگر در شکل صفحهٔ ۷۸، پرتو ② را ماس بر کره رسم کنیم زاویهٔ * زاویهٔ انحراف θ خواهد بود.

اگر پرتو ② را امتداد دهیم به S_2 خواهیم رسید.
اگر پرتو تابیده ② را امتداد دهیم امتداد این پرتو با امتداد پرتو ② ، زاویه انحراف θ را خواهد ساخت. اما همین زاویه θ با زاویه S_1AS_2 متقابل به رأس است پس زاویه S_1AS همان θ خواهد بود.
و از آنجا که θ جند و زوایای بسیار کوچک است می توانیم از روابط زیر استفاده نماییم:

$B = SO$ فاصله منبع از منشورها است.

$$S_1S = B\theta \longrightarrow \theta = (n-1)\alpha \xrightarrow{\text{پس}} S_1S = B\theta = B(n-1)\alpha$$

$$d = 2S_1S = S_1S_2 \qquad d = 2B(n-1)\alpha$$

پس فاصله بین دو منبع مجازی برحسب فاصله منبع از منشورها، n ضریب شکست منشور و α زاویه رأس منشور به دست آمد که همگی قابل اندازه گیری هستند.
به این ترتیب فاصله بین نوارهای به دست آمده از دو منشور فرنل چنین حاصل خواهد شد:

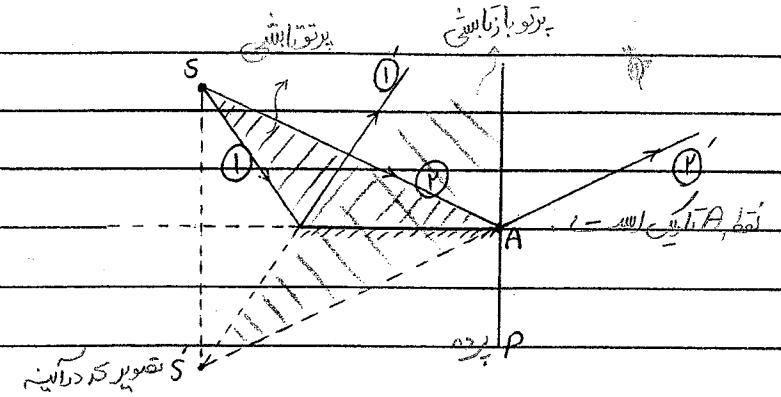
$$i = \frac{\lambda D}{d} \qquad \boxed{i = \frac{\lambda D}{2B(n-1)\alpha}}$$

مشاهده می شود که فاصله بین نوارها با زاویه رأس منشور نسبت عکس دارد. هرچه α کوچکتر باشد، فاصله بین نوارها بزرگتر خواهد بود.
زاویه رأس منشورهایی که در آزمایشگاه مورد استفاده است برابر است با ۲۰ دقیقه.

همه این وسایل، وسیله ای هستند تا از یک منبع، دو منبع حاصل کنیم.
در اینجا این کار به کمک عدسی حاصل شد و حالا قبل از طریق انعکاس. در کل شرط اولیه تداخل را فراهم می کنیم.

آینه لوید ـ Iloyde Mirror :

در آینه لوید، ابزار کاری، یک آینه تخت مسطح و یک منبع نقطه ای نور است.
نور از منبع نقطه ای S بر سطح آینه می تابد. طبق شکل، دو پرتو ① و ②، محدوده پرتوهای رسیده از منبع، به آینه را نشان می دهند.
از S عمودی بر آینه رسم کرده و آن را امتداد می دهیم. پرتو ① پس از بازتابش (انعکاس) بر پرتو ① از سطح آینه است. پرتو ① را به عقب امتداد می دهیم. جایی که این امتداد با امتداد خطی که بر آینه از S عمود رسم شده است تلاقی نماید، منبع مجازی S' خواهد بود. طوری که اگر از پرتو ① نگاه کنیم به نظر خواهد رسید پرتو ① از S' می آید.
در واقع S' تصویر منبع S در آینه است.



پرتو ② بازتابش پرتو ② از سطح آینه است. مطابق شکل بالا، هاشورهای مشکی محدوده پرتوهای تابشی را نشان می دهد و هاشورهای صورتی بیانگر محدوده پرتوهای بازتابشی است.

از مخلوط شدن پرتوهای تابشی و بازتابشی تداخل حاصل خواهد شد. (همانطور که از شکل پیداست قسمتی از هاشورها مشکی و صورتی روی هم قرار گرفته اند این قسمت درست همان جایی است که پرتوهای تابشی و بازتابشی با هم مخلوط شده اند)

اگر پرده را در انتهایی ترین نقطه آینه بصورت عمود بر آینه قرار دهیم باید بررسی کنیم که در نقطه تلاقی پرده با آینه یعنی نقطه A چه نوع تداخلی روی خواهد داد.

در این وسیله، که تک تک تیغه دوشکاف یانگ می باشد. در دوشکاف یانگ، نقطه ای که در امتداد محور منبع قرار داشت در اثر تداخل، روشن دیده می شد.

$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$ $\Delta = m\lambda$ اختلاف راه مسیر نوری ؛ شرط تداخل سازنده

m زمانی صفر است که Δ صفر باشد. پس $\Delta = 0$ جایی است که دو مسیری که دو نور طی می کنند تا به پرده برسند با هم مساوی باشند.

در اینجا نیز فاصله نقطه A از دو منبع با هم یکسان است پس به نظر می رسد که با بستن نقطه A روشن باشد (چرا که نقطه A تاریک است. و وقتی نقطه A تاریک است یعنی اختلاف راه نوری صفر نیست.

قبلاً گفتیم که آنچه به وجود آورنده اختلاف راه است عبارتست از: ۱ـ اختلاف فاصله، ۲ـ اختلاف زمان، یا ۳ـ فاز فیزیکی

درست در لحظه ای که نور از منبع به نقطه A می رسد و انعکاس می یابد اما هنوز پرتو انعکاسی حرکت نکرده است، نه اختلاف فاصله داریم و نه اختلاف زمانی. پس آنچه که باعث به وجود آمدن آن باشیم اختلاف راه یا فاز فیزیکی است.

قبلاً هم دیده ایم که وقتی نور از محیطهای رقیق به محیطهای غلیظ می تابد، اختلاف فاز فیزیکی π رخ می دهد.

پس در نقطه A نیز بین پرتو تابشی و بازتابشی، اختلاف راه فیزیکی $\frac{\lambda}{2}$ وجود دارد که در واقع از بازتابش نور از محیط رقیق بر محیط غلیظ ناشی شده است.

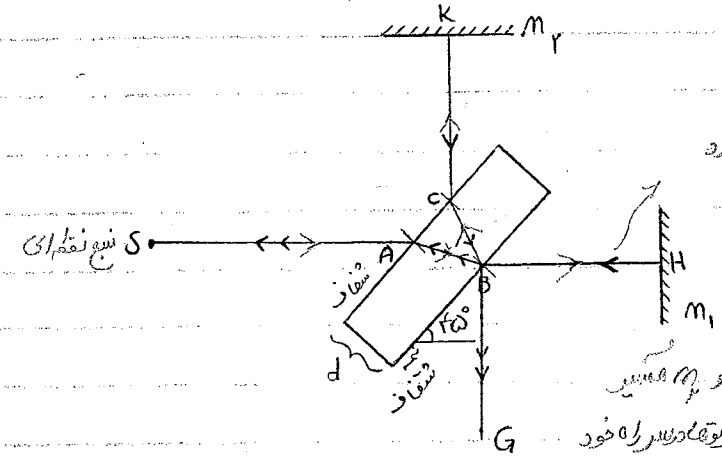
این آزمایش، نخستین آزمایشی بود که اختلاف فاز فیزیکی را بصورت عملی ثابت نمود. در واقع گفته نظری بالا این آزمایش بصورت تجربی تایید گردید.

بلافاصله بعد از اینکه پدیدهٔ تداخل در اپتیک مطرح شد، بسیاری کاربردی آن رفتند. اولین کاربرد، در تداخل سنج مایکلسون نمود یافت.

تداخل سنج مایکلسون - Michelson Interfrometer

تداخل سنج مایکلسون از یک تیغهٔ متوازی السطوح تشکیل یافته است که دارای ضریب شکست n و ضخامت d می باشد.

مطابق شکل زیر یک قطعه شیشه به ضخامت معین انتخاب کرده و آن را تحت زاویه ۴۵° نسبت به افق، مابین دو آینه ای که یکی قائم بر افق و دیگری موازی با افق است قرار می دهیم.



چون به آینه بطور عمود بر می خورد به همان صورت بر می گردد.

نقطهٔ B، نقطه ای است که پرتوهای بازتابش از M_1 و M_2 همگی واقع گردانند. مقدار B بستگی به اختلاف راهی دارد که پرتوها در راه خود تا آن نقطه پیموده اند.

یک منبع نقطه ای نور مانند S را هم در مقابل تیغهٔ شیشه ای قرار می دهیم. از پرتوهایی که از منبع بر تیغه می تابند، یک پرتو افقی را انتخاب کرده و بررسی می کنیم که چه اتفاقی برای این پرتو خواهد افتاد.

سطح خارجی طرف اول تیغه این که انتخاب کرده ایم شفاف است یعنی تمامی نور را عبور می دهد و هیچ تابشی برون نمی دهد. اما سطح خارجی طرف دوم تیغه، نور تابشی را به دو قسمت تقسیم می کند. قسمتی را عبور می دهد و قسمتی را بازتابش می دهد.

پس این تیغه یک پرتو را به دو پرتو عمود بر هم تجزیه می نماید یا به عبارتی یک منبع را به دو منبع تبدیل می کند. به این ترتیب شرط اول تداخل هم فراهم گردیده است.

اما این پرتوها امکان روی هم افتادن را ندارند. باید کاری کنیم که پرتوها با هم تداخل کرده و اثرات این روی هم گذاری را ببینیم.

برای این منظور تیغه را مابین دو آینه ای که در شکل فوق نشان داده شده است قرار می دهیم.

پرتوی که از منبع S بر تیغه می تابد. به دلیل شفاف بودن طرف اول تیغه بدون بازتابش و بطور کامل از تیغه عبور می نماید اما به دلیل متفاوت بودن ضریب شکست دو محیط، نور هنگام ورود به تیغه می شکند و بنابراین به نقطهٔ B می رسد.

در طرف دوم تیغه، چون نیمه شفاف است، قسمتی از نور رسیده به B بازتابش کرده و به نقطهٔ C می رسد و قسمتی از تیغه خارج می گردد. پرتو رسیده به C، به دلیل شفاف بودن طرف اول، بدون بازتابش، بطور کامل عبور کرده و به آینهٔ M_2 می تابد. و پرتوی که از B خارج گردیده است به آینهٔ M_1 می تابد. پرتو رسیده به M_1 بازتابش نموده دوباره به نقطهٔ B می رسد. این بار قسمتی از نور عبور کرده و روی پرتو اولیه از تیغه خارج می گردد تا به

که می‌بیند و مستقیم از در نقطهٔ B بازتابش نموده و به نقطهٔ G خواهد رسید.
پرتو رسیده به آینه M_2، پس از بازتابش دوباره به نقطهٔ C می‌رسد. چون این سطح شفاف است پرتو کاملاً عبور کرده و به نقطهٔ B می‌رسد. در نقطهٔ B مستقیماً بازتابش کرده و با رسیدن به نقطهٔ A، مجدداً روی امتداد اولیه از تیغه خارج می‌گردد تا به گیرنده برسد. و مستقیم دیگر از نوری در همان نقطهٔ B، از تیغه عبور کرده و به نقطهٔ G می‌رسد.

توجه کنید، بر روی شکل صفحهٔ ۸۲، پیکانهای مشکی (مداد) مسیر اولین پرتو ورودی به تیغه را نشان می‌دهند.
پیکانهای قرمز، مسیر پرتوهای انعکاسی از آینه M_1 را نشان می‌دهد.
و پیکانهای آبی، مسیر پرتوهای انعکاسی از آینه M_2 را نشان می‌دهند.

با قرار دادن آینه‌ها در مسیر پرتوها، پرتوهای بازگشتی از M_1 و پرتوهای بازگشتی از M_2، برای اولین بار در نقطهٔ B همدیگر را قطع می‌کنند. پس باید در نقطهٔ B اختلاف تداخل داشته باشیم. شدت این تداخل در نقطهٔ B چقدر است؟
اما می‌دانیم وضعیت شدت در نقطهٔ B بستگی به اختلاف راهی دارد که نور از طریق آینه‌های M_1 و M_2 خود را به نقطهٔ B می‌رساند.

نور خروجی از منبع که تا نقطهٔ B یکسان و بدون اختلاف فاز است. از نقطهٔ B به بعد، مسیرهای نوری چنین است:

مسیر اول نوری = $2BH \times n = 2BH$ در هوا $\quad (n = 1)$

مسیر دوم نوری = $2BC$ در هوا $+ 2CK$ در شیشه

می‌دانیم راه نوری عبارت است از حاصل ضرب ضریب شکست محیطی که نور در آن است.

$\Delta_1 =$ راه نوری مسیر اول $= 2BH \times 1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}$

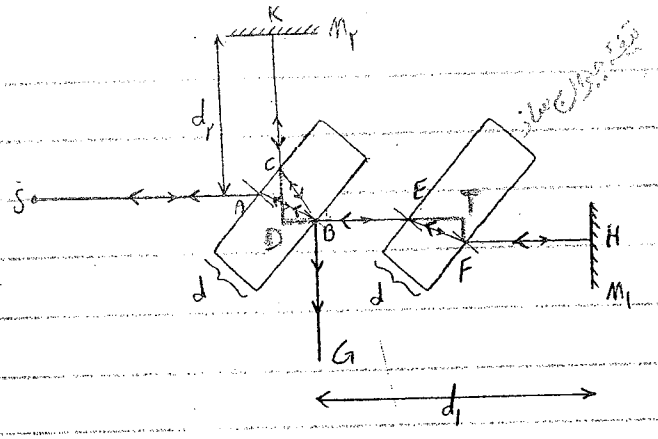
($2BH$: مربوط به بازتابش نور در H؛ 1: مربوط به بازتابش نور در B)

$\Delta_2 =$ راه نوری مسیر دوم $= 2BC \times n + 2CK \times 1 + \frac{\lambda}{2}$

(n: ضریب شکست شیشه؛ $2CK \times 1$: در هوا؛ $\frac{\lambda}{2}$: مربوط به بازتابش در K)

همانطور که مشاهده می‌شود در مسیر دوم، پرتوهای نوری، مستقیم از مسیر را در هوا و مستقیم را در شیشه می‌پیمایند. اما در اپتیک سعی بر این است که تمام مسیرها در یک محیط باشد. بنابراین تیغه‌ای نظیر تیغهٔ اولی را همواره با همان تیغه در مسیر اول قرار می‌دهیم. این کار برای سادگی در محاسبات است. با قرار دادن این تیغه در مسیر اول، مسلم است که مسیر پیموده شده توسط نور دیگر همان مسیر خواهد بود تنها برای اینکه اختلاف فاز دو قرینه جبران گردد.

برای حالت دوم شکل دیگری رسم می‌کنیم. شکل اول نحوهٔ تداخل سنج مایکلسون را بطور کلی نشان می‌دهد.



$$\Delta'_1 \text{ راه نوری جدید مسیر اول} = \underbrace{2BE\times 1 + 2EF\times n + 2FH\times 1}_{\text{در هوا}} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}$$

Δ'_1 و Δ_2 را تشکیل دادیم اما $(\Delta_2 - \Delta'_1)$ مورد نیاز است.

$$\Delta_2 - \Delta'_1 = 2BCn + 2CK + \frac{\lambda}{2} - 2BE - 2EFn - 2FH - \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2}$$

$2BCn$ نیز با $2EFn$ حذف می‌شود پس داریم:

$$\Delta_2 - \Delta'_1 = 2CK - 2BE - 2FH - \frac{\lambda}{2}$$

تیغه دوم را اصطلاحاً تیغه جبران سازی نامند. هر دو سطح خارجی این تیغه شفاف است. مشاهده شد که با قرار دادن این تیغه در مسیر نور، تمام مسیرها در یک محیط یعنی در هوا قرار گرفتند.

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta'_1 = 2CK - 2(BE+FH) - \frac{\lambda}{2}$$

مطابق شکل بالا می‌دانیم:

$$ET = CD$$

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta'_1 = 2\underbrace{(CK+DC)}_{d_2} - 2\underbrace{(BE+FH+ET)}_{d_1} - \frac{\lambda}{2}$$

در واقع یک مقدار ثابت را کم و زیاد کرده‌ایم.

d_1 فاصلهٔ نقطهٔ B از آینهٔ M_1 است و d_2 فاصلهٔ نقطهٔ B از آینهٔ M_2.

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta'_1 = 2d_2 - 2d_1 - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = 2\underbrace{(d_2 - d_1)}_{d} - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = 2d - \frac{\lambda}{2}$$

پس اختلاف راه‌های نوری دو موج را برحسب اختلاف فاصله نقطهٔ B از آینه‌های M_1 و M_2 به دست آوردیم

نقطهٔ B زمانی ماکزیمم شدت را دارا است که $\Delta = m\lambda$ باشد

برعکس اگر $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ باشد نقطهٔ B دارای مینیموم مقدار شدت خواهد بود

شرط تداخل سازنده با شدت max : $2d = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

هرگاه $d_2 = d_1$ باشد نقطهٔ B تاریک خواهد بود $\Delta = 2d = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$: شرط تداخل ویرانگر با شدت min

$2d = (m+1)\lambda$

$d=0 \longrightarrow \Delta = \frac{\lambda}{2}$ $\qquad \Delta = 2d - \frac{\lambda}{2}$

مشاهده می‌شود که Δ مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است پس نقطهٔ B تاریک خواهد بود

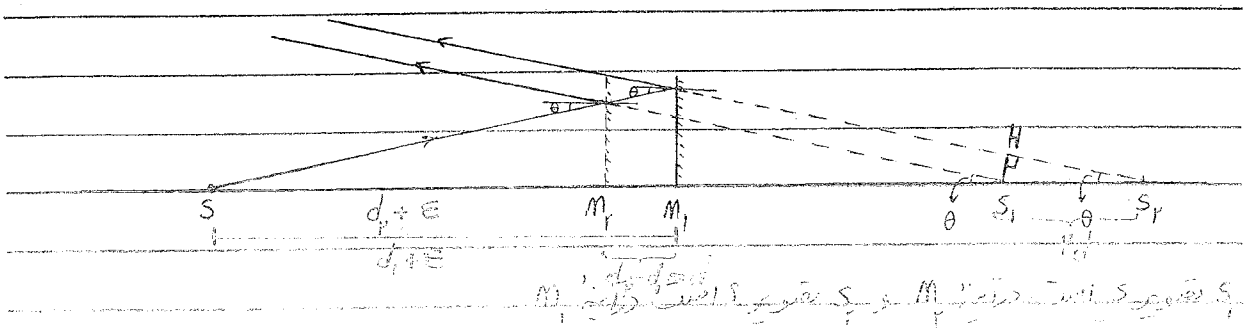
مسلماً تابش نور از سطح روی تخت به شکل مخروطی خواهد بود. پس باید مسئله را عمومی‌تر طرح کنیم و آن را برای تابش مایل بررسی کنیم

در اینجا نور تابشی ما به تخت‌ها عمود بود، بنابراین پرتوها بر سطح آینه‌ها عمود بودند. اما اگر پرتو نور به صورت غیرعمود و مایل از منبع بر تخت بتابد، پرتوهای تابیده شده بر آینه‌ها نیز مایل بوده و با آینه‌ها زاویه می‌سازند. پس باید محاسبه را برای حالتی که پرتوها به صورت مایل بر آینه‌ها می‌تابد بازنویسی کنیم

محاسبهٔ اختلاف راه برای تابش مایل بر آینه‌ها: اختلاف راه بین دو پرتو تابش بر آینه‌های M_1 و M_2 تحت یک زاویهٔ از بی‌نهایت پرتو که تحت زوایای مختلف بر دو آینه M_1 و M_2 می‌تابند یک پرتو را انتخاب می‌نماییم. با بررسی روی همین یک پرتو، می‌توانیم بررسی‌ها را برای سایر پرتوها نیز تعمیم دهیم.

پس دو پرتو تابش بر آینه M_1 و M_2 را تحت زاویهٔ معین θ در نظر می‌گیریم.

در اینجا از یک حقهٔ محاسباتی که هیچ‌گونه اهمیت خاصی ندارد استفاده می‌کنیم. بجای اینکه نورها را در مسیرهای مختلف یافته وادارشان کنیم، همهٔ نورها را یک مسیر می‌کنیم. برای این منظور آینهٔ M_2 را ۹۰° می‌چرخانیم تا در امتداد آینهٔ M_1 قرار بگیرد.



شکل تصویری است در آینهٔ M_2 و شکل تصویری آن در آینهٔ M_1

پرتوهایی که از S_1 و S_2 می آیند و به طوری رسید که از آینه خارج می شوند باهم موازیند.
برای یافتن اختلاف راه این دو پرتو، از S_2 ، بر پرتو خروجی از S_1 ، عمودی رسم می کنیم.
دو پرتو پس از نقطهٔ H، مسافت یکسانی می پیمایند پس S_2H اختلاف راه این دو پرتو است.

وقتی آینهٔ M_2 را ۹۰° می چرخانیم تا در امتداد M_1 قرار گیرد، با توجه به شکل صفحهٔ ۸۴ نتیجه می گیریم که باید فاصلهٔ بین دو آینه $(d_2 - d_1)$ یعنی d باشد. در این صورت فاصلهٔ بین دو تصویر S_1 و S_2 نیز دو برابر این مقدار خواهد بود پس داریم:

$$S_1S_2 = 2d \qquad S_2H = 2d\cos\theta$$

$$\Delta = 2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2} \qquad \Delta = 2d\cos\theta \times 1 - \frac{\lambda}{2}$$

Δ اختلاف راه نوری دو پرتو تابشی به آینه ها تحت زاویهٔ θ است. $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2}$

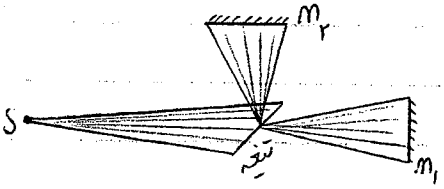
$\Delta = 2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2}$ تداخل سنج مایکلسون

مشاهده می شود که وقتی نور به آینه ها بطور عمود می تابید، اختلاف راه تنها $2d$ بود اما وقتی تحت زاویه می تابد اختلاف راه عبارتست از $\left(2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2}\right)$.

شرط تداخل سازنده: یا max شدت $\qquad \Delta = 2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$

شرط تداخل ویرانگر: یا min شدت $\qquad \Delta = 2d\cos\theta - \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

نوارهای تداخلی در تداخل سنج مایکلسون:



می دانیم که وقتی از منبع نقطه ای، نور تحت کره هایی می تابد، پرتوهایی که به تیغه می رسند یک مخروط تو پر نوری است. وقتی این مخروط نوری به تیغه می تابد، تحت مخروطهای تو پر نوری نیز به آینه ها خواهد تابید. لذا پرتوهای تابیده به آینه های عمود برهم مخروطهای تو پر نوری هستند. در این مخروط نوری تو پر، پرتوهایی که تحت زاویهٔ یکسان به آینه ها می تابد پوسته های مخروطی است که مقطع آنها با آینه ها، حلقه های دایره ای شکل می باشد. تمام نقاط روی این دایره ها از لحاظ اختلاف راه با نقاط مشابه خود در آینه دوم یکسان هستند لذا پرتوهای بازتابیش از روی این حلقه ها وقتی برای تداخل بهم می رسند یک حلقهٔ تداخلی تشکیل خواهند داد که تمام نقاط روی آن ها وضعیت تداخلی یکسانی خواهند داشت. بسته به اختلاف راه دو آینه این حلقه، روشن یا تاریک خواهد بود. مسلم است برای یک زاویهٔ تابش دیگر حلقهٔ دیگری تشکیل خواهد شد که باز به ازای اختلاف راه تشکیل شده، روشن یا تاریک خواهد بود. اما این حلقه هم مرکز با حلقهٔ اول است و این عمل به ازای θ های مختلف تکرار خواهد شد. بطوریکه تداخل کلی در تداخل سنج مایکلسون از مجموعهٔ نوارهای حلقوی

روشن و تاریک متحدالمرکز تشکیل خواهد یافت که آن را طرح تداخلی در مایکلسون می نامند.

علاوه بر اینکه تداخل سنج مایکلسون، یک تداخل سنج است، چه کاربردهایی دارد؟

گفتیم شرط تداخل سازنده برای تداخل سنج مایکلسون بصورت زیر است:

$$2d\cos\theta = m\lambda - \frac{\lambda}{2}$$

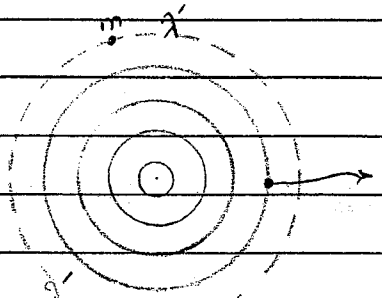
و فرمول کلی تداخل سازنده در تداخل سنج مایکلسون بصورت زیر حاصل می شود:

$$2d\cos\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$2d\cos\theta = \frac{2m\lambda+\lambda}{2}$$

$$2d\cos\theta = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

m نمایشگر شماره نوار است.



(مثلاً نوار شماره m روشن است بازای طول موج λ)

اکنون طول موج دیگری مثل λ' بر تداخل سنج وارد می کنیم.

فرض کنیم که $\lambda > \lambda'$ باشد.

$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$

می خواهیم ببینیم نوار شماره m ام این طول موج جدید در کجاست.

$$2d\cos\theta' = (2m+1)\frac{\lambda'}{2}$$

برای نوار شماره m ام طول موج λ' ، چون $\lambda' = \lambda$ نیست پس زاویه مربوط به آن هم زاویه دیگری مثل θ' خواهد بود که با θ برابر نیست. یعنی نوار شماره m ام طول موج λ' ، در جای نوار شماره m ام، طول موج λ خواهد بود. بنابراین نوار شماره m ام طول موج λ و λ' ، از لحاظ نواری موقعیت های متفاوتی خواهند داشت.

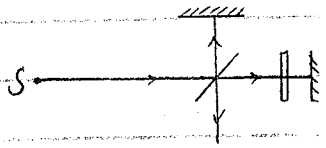
پس برای هر طول موجی، نوارهای تداخلی خاص آن موج حاصل خواهد شد. در صورتی که دو تا طول موج را همزمان بر تداخل سنج بتابانیم، دو سری نوارهای تداخلی خواهیم داشت که این نوارها در کنار یکدیگر قرار خواهند گرفت در واقع برای هر شماره دو نوار در کنار هم وجود خواهد داشت.

پس هر جا که مشاهده کردیم برای هر شماره، دو نوار در کنار هم وجود دارد نتیجه خواهیم گرفت که نوری که بر تداخل سنج تابانده ایم شامل دو طول موج است. پس در واقع تداخل سنج مایکلسون طول موجها را از هم جدا می کند (تجزیه می نماید)

به عبارتی تداخل سنج مایکلسون، برای جداسازی طول موجها مورد استفاده قرار می گیرد.

خلاصه اینکه: با توجه به رابطه $2d\cos\theta = m\lambda - \frac{\lambda}{2}$ که شرط تداخل سازنده در تداخل سنج مایکلسون است. اگر λ های مختلفی در تداخل سنج مایکلسون تابیده شود نوار شماره معین از آنها در موقعیتهای مختلف در تداخل دیده خواهد شد. این امر دلیلی بر یک بودن نور تابشی خواهد بود یا به عبارت دیگر تداخل سنج

مایکلسون، یک تجربه‌گر نوری است.
پس یکی از کاربردهای تداخل سنج مایکلسون جداسازی طول موجها از یکدیگر است.
از دیگر کاربردهای آن می‌توان اندازه‌گیری ضریب شکست یا ضخامت تیغه را نام برد.
اگر بخواهیم از تداخل سنج مایکلسون برای اندازه‌گیری ضریب شکست یا ضخامت استفاده کنیم آن ماده را در یکی از بازوهای تداخل سنج قرار می‌دهیم. از طریق اختلاف راهی که در دو مسیر نوری تداخل سنج به وجود می‌آید و این امر سبب جابجایی در نوارهای تداخلی خواهد شد، می‌توان ضخامت یا ضریب شکست ماده را اندازه گرفت.



گفتیم شرط لازم برای تداخل، تبدیل یک منبع به دو منبع همدوس است. اما وقتی صحبت از شرط لازم می‌کنیم، آیا شرط کافی نیز داریم یا خیر. برای اینکه این مسئله جای خود را بیابد، ابتدا مقداری راجع به همدوسی و هماهنگی فوتون‌ها صحبت می‌کنیم.

جلسه ... چهارم ... ۸۴/۲/۲۵

همدوسی یا هماهنگی - Coherenc :

قبلاً یادگرفتیم که به هیچ عنوان در طبیعت تک موج وجود ندارد. و ما با گروه موجها سروکار داریم، به عبارتی تعدادی فوتون که با هم حرکت می‌کنند. این گروه هرگز نمی‌توانند شامل تمام فوتون‌ها باشد که از نظر هندسی با هم یکسان باشند. مسلماً از نظر هندسی، با هم جزئی اختلاف خواهند داشت.
مثلاً در یک گله اسب، چه عاملی نظم را بهم می‌زند و چه عاملی منجر به نظم می‌گردد. این امر حائز اهمیت است که سرعت این اسبها با هم برابر باشد وگرنه در اثر طی مقدار مسیری، بین آنها فاصله افتاده و نظم به هم خواهد خورد.

اما برای ما نظم دارای چه مفهومی است؟ نظم را می‌توان هم از لحاظ زمانی و هم از لحاظ مکانی بررسی نمود. در اینجا و برای این مورد می‌توان یک گروهان سرباز خانه را مثال زد.

در مجموعه‌ای از یک سیستم، دو نوع نظم می‌توان در نظر گرفت. نظم یا هماهنگی زمانی و مکانی.
عملاً می‌توانیم سربازها را جایگزین فوتون‌های نوری و قدمهای آنها را با عرض گام یا طول موج فوتون‌ها مشابهت دهیم از آنجایی که در مجموعه‌ای از فوتون‌ها، تمام فوتون‌ها دارای یک فرکانس نیستند پس وقتی جلو می‌روند تا حدی می‌توان برای این فوتون‌ها، نظم زمانی در نظر گرفت. و همچنین در اثر حرکت و پیشروی از هم فاصله می‌گیرند این را هم نظم مکانی می‌نامند.

هماهنگی یا همدوسی
- ۱- زمانی . Temporal coherenc
- ۲- مکانی . spatial coherenc

این نظم از نقطه نظر نوری چه فایده هایی دارد که عدم آن ضررهایش را می رساند

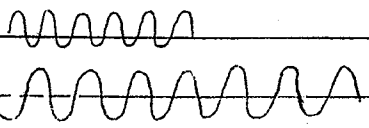
باید بیاییم برای این موجها یا مجموعه فوتونها یک زبان هندوسی و یک طول هندوسی مطرح کنیم. درواقع طولی که در آن فاصله، هماهنگی خود را حفظ می کند. این را از لحاظ اپتیکی، طول قطار یا طول تزن موجی می نامند. هرقدر فاصله فرکانسی فوتونها هم تر یک باشد، این طول (طول تزن موجی) بزرگتر یا زبان مربوط به آن بزرگتر خواهد بود. اما ما نمی دانیم اختلاف فرکانسی بین فوتونها یعنی انحراف از یک رنگی. اگر تمامی فوتونها دارای فرکانس یکسان باشند نور تک رنگ بود، اما چون این امر امکان پذیر نیست، بنابراین یک درجه هماهنگی یا درجه تزیکی فرکانس برای این فوتونها مطرح می کنیم و آن را انحراف از یک رنگی یا انحراف از یک فرکانسی می دانیم. وقتی می خواهیم آن را از لحاظ زبان یا طول بررسی کنیم خواهیم دید که هرچه فاصله فرکانسی این فوتونها هم تر یک تر باشد، برای اینکه نظمشان بهم بخورد بایستی طولشان بیشتر باشد. ولی اگر اختلاف فرکانس زیاد باشد آن بی نظمی را زودتر و یا نظم را در زبان کوتاهتری یا طول کوتاهتری از دست خواهند داد.

خلاصه امر این است که هر موج بسته به هماهنگی بین فوتونهایش، یک طول قطار یا طول تزن دارد. درنتیجه اگر بخواهیم مجموعه ای از فوتونها را داشته باشیم که همگی دقیقاً فرکانس یکسان داشته باشند یک قطار با طول بی نهایت خواهیم داشت. هرقدر انحراف در طول موج یا فرکانس بیشتر باشد این طول کوچکتر است.

پس برای گروههای موجی، طولهای قطار موج یا طول تزن موج مطرح می شود.

فرض کنید از تخیر داشته صرف نظر کرده ایم.

اگر دو قطار موج مقابل را با طولهای متفاوت در نظر بگیریم:

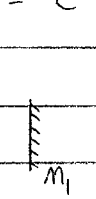


قطار موج پایینی در مقایسه با قطار موج بالایی از کیفیت بالاتری برخوردار است. یعنی در داخل آن فوتونها از نظم بیشتری برخوردارند. در قطار موج پایینی فاصله فرکانسی فوتونها هم تر یک تر است از بالایی.

هرچه طول یک قطار موج بلندتر باشد درجه خلوصش بیشتر خواهد بود. زمانی درجه خلوص ایده آل خواهد بود که طول قطار موج بی نهایت باشد.

اما این طول یا هماهنگی چه دردی را درمان می کند و یا چه مشکلی فراهم می کند؟

یکی از وسایلی که به عنوان وسیله سنجش تداخل مطرح کردیم، تداخل سنج مایکلسون بود که در حالت ساده به صورت زیر نمایش داده می شود. سنجی که این قطارها را تولید می کند در نظر می گیریم. این قطار موج به تیغه B می رسد و توسط تیغه از لحاظ دامنه به دو قسمت تقسیم می شود.



که این از لحاظ طول تغییر نکرده است ولی دامنه دو موج که به طرف آینه های M_1 و M_2 می روند نصف حالت اولیه است پس شرط کافی برای تداخل فراهم گردید.

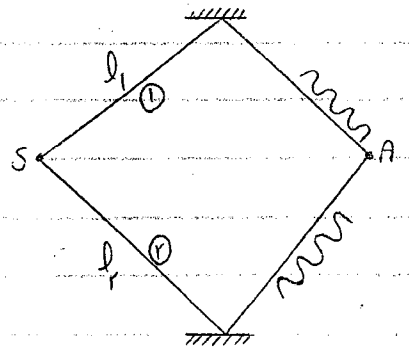
امکان برگشتن یا روی هم افتادن امواج دو موج از دو مسیر مختلف در نقطه B است.

لازمه تداخل، داشتن دو گروه موج از یک گروه موج اولیه است.

از نقطه نظر روی هم افتادن امواج یا تداخل، کیفیت نور برای ما از نقطه نظر هماهنگی مهم است روی هم افتادن

اختلاف فاصله های دو مرکز موقعی تشکیل خواهد گردد که از نورهای خالص تر یا نورهای با طول موج بسیار بیشتر و یا از نورهای با هماهنگی بالا استفاده کنیم.

برای اینکه تداخل منبع مایکلسون را عمومی ترکنیم مطابق شکل زیر دو آینه را چنان قرار می دهیم که پرتوهای خروجی از منبع S، پس از بازتابش در آینه ها به نقطهٔ A برسند.



دو لحظه مستقیمی از نور از مسیر ① و مستقیمی دیگر از مسیر ② به نقطهٔ A می رسند.

فرض کنید طول مسیر ①، l_1 باشد و طول مسیر ②، l_2.

آنچه برای ما حائز اهمیت است $\Delta l = l_1 - l_2$ است. برای قطاری که از S خارج می شود و به نقطهٔ A می رسد زمانی در نقطهٔ A، پدیدهٔ تداخل روی خواهد داد که Δl از طول قطار کوچکتر است.

تا زمانی که این دو قطار امکان تلاقی داشته باشند، در نقطهٔ A با هم تداخل خواهند کرد؛ اما شدت این تداخل زمانی بالاست که این دو قطار، بطور همزمان به A رسیده باشند.

اگر مثلاً قطار مسیر ① زودتر از قطار مسیر ② به نقطهٔ A برسد بطوریکه پس از عبور نیمی از قطار مسیر ①، قطار مسیر ② به نقطهٔ A رسیده باشد آنگاه قطار مسیر ① تنها با نیمی از قطار مسیر ② تداخل خواهد نمود و از این جهت شدت تداخل کم خواهد بود.

نتیجه کلی اینکه: شرط لازم برای اینکه تداخل داشتن دو موج از یک موج اولیه است، یا داشتن دو نور از یک منبع، اما شرط کافی برای تداخل عبارتست از امکان تلاقی موجهای یک منبع بعد از طی مسیرهای مختلف و روهم افتادن آنها در نقطهٔ تداخل است.

حال ببینیم آیا مایکلسون از این شرط کافی آگاهی داشت و اگر داشت چطور این امر را برای خود توجیه نمود.

مایکلسون ضریبی بنام ضریب وضوح برای خود مطرح کرد:

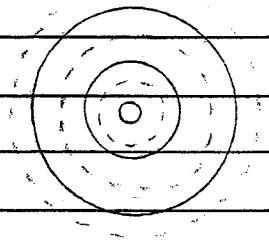
ضریب وضوح یا ضریب رؤیت:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

I_{max} مربوط به بیشترین شدت و I_{min} مربوط به کمترین شدت می باشد.

مایکلسون بیان داشت که اگر $I_{min} = 0$ باشد یعنی نقطه تاریک تاریک طایل باشد. این ضدیب وضوح برابر با یک خواهد شد. ضدیب وضوح یک ($V=1$) بالاترین ضدیب رویت است.

به طوری رسید که وضوح کم هم وجود دارد. طبق گفته مایکلسون اگر بجای یک طول موج، دو تا طول موج تر دیک بهم را طوری همزمان به تداخل سنج مایکلسون بزنیم مسلماً نوارهای دیگر هم تشکیل خواهد شد که البته نوارهای روشن مربوط به طول موج دوم روی نوارهای روشن طول موج اول خواهد افتاد.



اگر مطابق شکل مقابل، نوارهای روشن طول موج دوم روی موقعیت نوارهای تاریک طول موج اول بیفتد، به ناحیه تاریک، روشنایی خواهد داد. در این صورت I_{min} صفر نخواهد بود و در نهایت $V<1$ خواهد شد.

پس کوچکترین انحراف از یک رنگ، ضدیب وضوح را کاهش خواهد داد. چرا که طول موجهای دیگر موجود در نور، نوارهای تاریک طول موج قبلی را شدت خواهند داد، ولذا I_{min} صفر نبوده و $V<1$ خواهد بود.

به عبارت دیگر این همان انحراف از یک رنگی است. مایکلسون انحراف از یک رنگی را با ضدیب وضوح بیان می دارد.

اگر نور تابیده خالص نباشد، نوارها کم کم کیفیت خود را از دست خواهند داد.

اگر انحراف از یک رنگی زیاد باشد، طول موجهای دیگر، نوارهای روشن خود را بر نواحی تاریک خواهند انداخت.

هر چه از یک رنگی دور شویم، ناحیه تاریک، روشن تر و روشن تر خواهد شد، بطوریکه اگر تفاوت طول موجها زیاد باشد شدت ناحیه تاریک زیاد خواهد شد و با شدت نواحی روشن برابری خواهد نمود تا آنجا که $V=0$ خواهد بود.

پس:

$V=1$	تداخل کامل	وضوح کامل
$V<1$	تداخل نسبی	وضوح ناقص
$V=0$	عدم تداخل	عدم وضوح

از حالت تک رنگی خارج شدن یعنی طول قطار موج را کوتاه تر کردن.

پس ضدیب رویت مایکلسون بیانگر همان مسئله است.

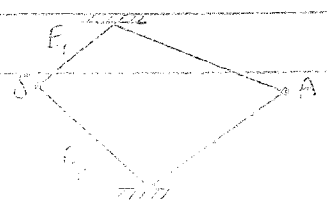
برای ایجاد تداخل، تنها داشتن شرط لازم کافی نیست، بلکه باید به درجه خلوص نور هم توجه کرد. اکنون می خواهیم مطالب یاد شده را به زبان ریاضی بیان کنیم.

فرمولبندی همدوسی در تداخل:

در قبل دیدیم که اثرشان را در یک نقطه روی هم قدری دهند. رابطه زیر شدت این نقطه را بیان می دارد:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi \qquad \text{(الف)}$$

این جمله، جمله تداخلی است. حال تداخل به این جمله بستگی دارد.



پس رابطه (الف) شدت نقطه A را نشان می دهد.

شدت را برحسب میدان الکتریکی می نویسیم. E_1+E_2 میدان الکتریکی در نقطهٔ A است. $E=E_1+E_2$

شدت خواهد بود:

$I=\langle E\cdot E^*\rangle$

$I=\langle (E_1+E_2)(E_1^*+E_2^*)\rangle$

(در این جا، شدت را بصورت توان دوی میدان در نقطهٔ A یعنی $(E_1+E_2)^2$ نمی نویسیم. چون جملات موهومی نیز داریم پس میدان در نقطهٔ A را در مزدوج خود ضرب می کنیم.)

$\langle E^2\rangle=\langle |E_1|^2+|E_1|^2+2Re\ E_1\cdot E_2^*\rangle$

جملهٔ تداخلی

زمانی می توانیم اینطور بنویسیم که میدانها همجهت باشند. اگر در یک جهت نباشند باز بین دو میدان ضرب داخلی قدار می دهیم. (اگر میدانهای الکتریکی دو موج رسیده به یک نقطه در یک امتداد باشند بدان معنی است که هر دو موج در یک امتداد قطبیده شده باشند.)

اگر نورها در یک امتداد قطبیده شده باشند داریم:

$\langle E^2\rangle=\langle |E_1|^2\rangle+\langle |E_1|^2\rangle+\langle (2R_e E_1E_2^*)\rangle$

جملهٔ تداخل

میدان الکتریکی E_1، برای رسیدن به نقطهٔ A، مدت زمانی برابر با t صرف کرده است. و میدان الکتریکی E_2 به دلیل طولانی بودن مسیرش، زمانی برابر با $(t+\tau)$ صرف کرده است. پس می توانیم جملهٔ تداخل را به صورت زیر بنویسیم:

$\langle 2R_e\ E_1(t)\,E_2^*(t+\tau)\rangle$

اکنون زمان نیز وارد شده است.

تابع جدیدی را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$\Gamma_{12}(\tau)=\langle E_1(t)\,E_2^*(t+\tau)\rangle$ (۱)

$\Gamma_{12}(\tau)$ را تابع همدوسی یا تابع همبستگی می نامند.

این تابع بیان می کند که میدانهای الکتریکی E_1 و E_2 تا چه اندازه با هم هماهنگند یا به عبارتی تا چه میزان، خوشه نهایشان به هم، همبسته اند. دو میدان الکتریکی هم و هم در یک امتداد اند.

$\Gamma_{11}(\tau)=\langle E_1(t)\,E_1^*(t+\tau)\rangle$ (۲)

در تابع (۱)، همبستگی دو میدان را بررسی می کنیم و در تابع (۲)، همبستگی یک میدان را در دو زمان مورد بررسی قرار می دهیم.

چون در رابطه (الف) در صفحه ۹۱، یک ضدیب $\sqrt{I_1 I_2}$ وجود دارد بنابراین تابع زیر تعریف می‌گردد:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}$$ تابع همدوسی جزئی:

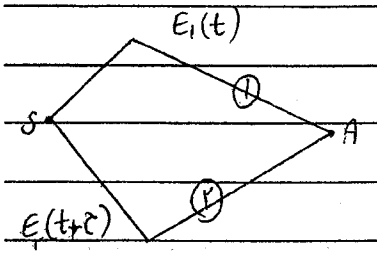
این توابع، ابزارهای کاری ما هستند.

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\gamma_{12}(\tau)$

بقیه صفحه ۹۵ فقط ۳ تصاویر max و min و ۲ *

مهم: زمان همدوسی و طول همدوسی ← Coherence time :

(شکل کلی میدان چنین است: $E = E_0 e^{-i(\omega t - \varphi)}$)



میدان صادر شده در نقطه A:

$$E_1 = E_{10} e^{-i\omega t} \times e^{i\varphi(t)}$$

در صفحه ۵ آزمایشی انجام شده است که با رابطه بالا نشان داده می‌شود. وقتی این آزمایش، موج می‌شود تا به نقطه A برسد بین A و S فازی وجود دارد که آن را با $e^{i\varphi(t)}$ بیان می‌کنیم.

میدان صادر شده در نقطه A:

$$E_2 = E_{20} e^{-i\omega(t+\tau)} \times e^{i\varphi(t+\tau)}$$

وقتی میدان‌ها از S خارج می‌شوند و به نقطه A می‌رسند شکل موجی‌شان به صورت E_1 و E_2 است.

معمولاً نورهایی که از یک منبع خارج می‌شوند دارای دامنه‌های یکسانی هستند.

$$E_{10} = E_{20} = E_0$$

می‌خواهیم ببینیم همدوسی نسبی این موج‌ها چقدر است.

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} = \frac{\langle E_1(t)\, E_2^*(t+\tau)\rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

فرض کنید تابعی مانند $f(t)$ داشته باشیم، متوسط این تابع چنین تعریف می‌شود:

$$\langle f(t)\rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

اگر فرض کنیم τ_c زمان همدوسی باشد یعنی قطار موج‌ها دارای طول l_c باشد. آنگاه خواهیم داشت:

l_c = طول همدوسی $\qquad l_c = c\tau_c$

τ_c = زمان همدوسی

پس آن از لحاظ زمانی به زمان همدوسی محدود است.

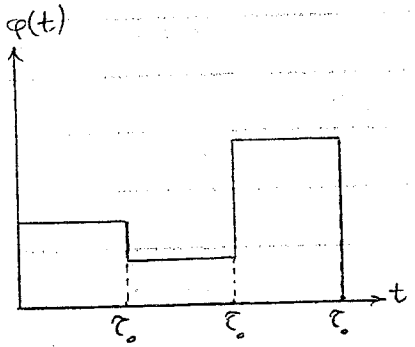
اگر اختلاف زمانی رسیدن به نقطهٔ A، برابر با τ باشد تداخل انجام خواهد شد وگرنه تداخلی روی نخواهد داد.

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{\tau_0}\int_0^{\tau_0} \frac{E_0 e^{-i\omega t}\, e^{i\varphi(t)} \times E_0 e^{i\omega(t+\tau)}\, e^{-i\varphi(t+\tau)}}{\sqrt{E_0^2 E_0^2}}\, dt$$

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{\tau_0}\int_0^{\tau_0} \left[e^{-i\omega t}\, e^{i\varphi(t)}\, e^{i\omega t}\, e^{i\omega\tau}\, e^{-i\varphi t}\, e^{-i\varphi\tau}\right] dt$$

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{e^{i\omega\tau}}{\tau_0}\int_0^{\tau_0} e^{i\left[\varphi(t)-\varphi(t+\tau)\right]}\, dt$$

کافیست این انتگرال حل شود.



عملاً φ چیست؟

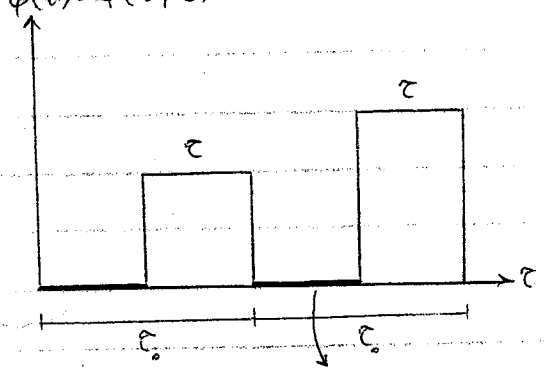
هرکدام از قطارهای موج در مدت زمان τ (زمان همدوسی) اختلاف فاز خود را حفظ می‌کنند.

قطارهای موجی که از منبع S خارج می‌شوند تا به نقطهٔ A برسند، فاز خود را فقط در فاصلهٔ زمانی τ حفظ می‌نمایند، بعد از τ، قطار دیگری از منبع خارج می‌گردد که فازش تغییر یافته است و با فاز اول متفاوت است. مطابق شکل بالا، مثلاً سه نوع اختلاف فاز φ داریم.

اما $\varphi(t) - \varphi(t+\tau)$ مورد نظر ما است.

اگر در شکل ① و ② در شکل صفحهٔ ۹۳ با هم برابر بودند اختلاف فاز دو موجی که به A می‌آیند صفر می‌شد.

τ نشانگر اختلاف زمانی وابسته به اختلاف فاز است.



اختلاف فاز بین دو موجی که از منبع می‌آید صفر است.

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{e^{i\omega\tau}}{\tau_0}\left[\int_0^{\tau_0-\tau} e^{0\times t}\, dt + \int_{\tau_0-\tau}^{\tau_0} e^{i\Delta t}\, dt\right]$$

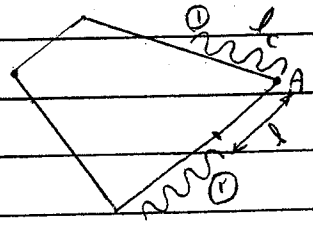
۸ درحال تغیر است پس اگر از آن متوسط بگیریم صفر خواهد بود.

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{e^{j\omega\tau}}{T_0}\left[\int_0^{T_0-\tau} 1\,dt\right] = \frac{e^{j\omega\tau}}{T_0}\left[T_0-\tau\right]$$

(تابع همبستگی (متوسط تغیرات) ...)

$$\boxed{\left|\gamma_{12}(\tau)\right| = \frac{T_0-\tau}{T_0}} \qquad \gamma_{12}(\tau) = \frac{T_0-\tau}{T_0}e^{j\omega\tau}$$

اکنون با مقایسه τ و T_0 می‌خواهیم به نتایجی دست یابیم.



$$T_0 = c\tau$$

$$l = c\tau_0$$

مهم

۱- اگر $\tau < T_0$ آنگاه $\left|\gamma_{12}(\tau)\right| < 1$

$\tau < T_0$ یعنی هنوز موج اول به نقطهٔ A نرسیده، موج دوم به A رسیده باشد آنگاه تداخلی روی می‌دهد اما تداخلی که بیان آن $\left|\gamma_{12}(\tau)\right|$ کوچکتر از یک است. یعنی تداخل بطور کامل انجام نشده است. چون تنها قسمتی از موج اول با قسمتی از موج دوم تداخل کرده است. این امر را از نقطه نظر همدوسی، همدوسی جزئی می‌گویند.

۲- اگر $\tau = T_0$ آنگاه $\left|\gamma_{12}(\tau)\right| = 1$

وقتی $\tau = T_0$ است یعنی دو موج همزمان به نقطهٔ A می‌رسند و هیچ اختلاف مسیری با هم ندارند پس بطور کامل روی هم افتاده و تداخل می‌نمایند. این را همدوسی کامل می‌نامند.

۳- اگر $\tau > T_0$ آنگاه تداخلی روی نخواهد داد و این ناهمدوسی است. (در این حالت تداخل معنایی ندارد)

با مقایسه نتایج حاصل از γ_{12} با ضریب وضوح V داریم:

همدوسی کامل	$\left\|\gamma_{12}(\tau)\right| = 1$	وضوح کامل	$V = 1$
همدوسی جزئی یا ناقص	$0 < \left\|\gamma_{12}(\tau)\right| < 1$	وضوح جزئی	$0 < V < 1$
ناهمدوسی	$\left\|\gamma_{12}(\tau)\right| = 0$	عدم وضوح	$V = 0$

بطور ریاضی نیز می‌توان نشان داد که ضریب وضوح با مدول γ برابر است.

$$\left|\gamma_{12}(\tau)\right| \qquad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\gamma_{12}(\tau)\right| \qquad I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\gamma_{12}(\tau)\right|$$

$$V=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}=\frac{I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|-I_1-I_2+2\sqrt{I_1I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|}{I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|+I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|}=\frac{4\sqrt{I_1I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|}{2(I_1+I_2)}$$

تا اینجا ✲

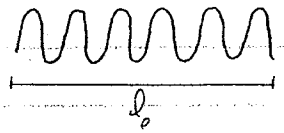
قبلاً هم گفتیم که دامنهٔ میدان‌هایی که از یک منبع خارج می‌شوند با هم برابرند:

$$E_{10}=E_{20}=E_0 \quad \xrightarrow{\text{پس}} \quad I_1=I_2=I_0$$

$$V=\frac{4\sqrt{I^2}\,|\gamma_{12}(\tau)|}{2(2I)}=\frac{4I}{4I}\,|\gamma_{12}(\tau)| \quad \xrightarrow{\text{پس}} \quad V=|\gamma_{12}(\tau)|$$

به این ترتیب نشان دادیم که ضریب وضوح مایکلسون با ضریب همدوسی جزئی یکسان است.

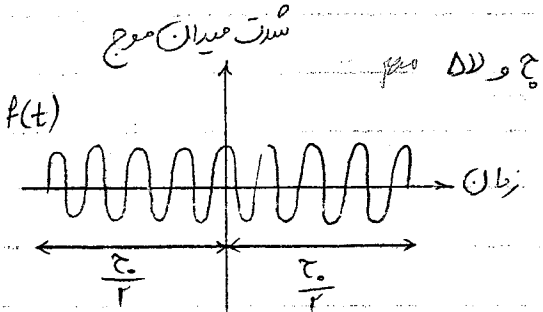
$$l_c=c\tau_0$$



می‌خواهیم جملهٔ زیر را به زبان ریاضی بنویسیم:
(هر قدر نور به نور تک‌رنگ نزدیک‌تر شود طول قطار موج بیشتر خواهد بود.)

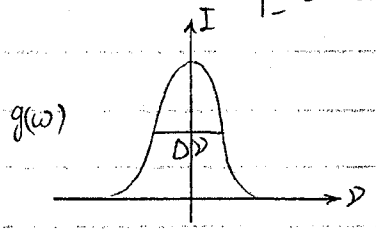
رابطهٔ بین زمان همدوسی و پهنای موج یعنی رابطهٔ بین τ_c و $\Delta\nu$ مهم

نمودار شدت نور برحسب زمان چنین است:



ما معمولاً در مورد نورها، آنها را بیشتر برحسب فرکانس‌های مختلف بیان می‌کنیم.

اگر بخواهیم نور را برحسب طول موج‌های تشکیل دهنده رسم کنیم چنین نموداری خواهیم داشت:



(طیف یعنی چه؟ طیف یعنی تعداد فوتون‌ها در طول موج‌های مختلف را باید بدانیم و روی یک مختصات برحسب تعداد فوتون‌ها و فرکانس رسم کنیم.)

همانطور که دیدیم یک موج را می‌توان هم در فضای زمانی نشان داد و هم در فضای فرکانس. اما دو تابع چگونه با هم ارتباط می‌یابند.

می‌دانیم برای تبدیل یک فضا به فضای دیگر، از تبدیل فوریه استفاده می‌کنند.

اگر مختص (۱-I) را $g(\omega)$ و مختص (زمان- شدت) را $f(t)$ بنامیم خواهیم داشت:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \qquad g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$

اینها روابط و فرمولهای تبدیل فوریه هستند.

در واقع در اینجا تابع $f(t)$ داده شده است و ما خواسته که آن را به فضای فرکانس ببریم.

ابتدا باید $f(t)$ را تعریف کنیم.

$$f(t) = \begin{cases} e^{-i\omega_0 t} & -\frac{\tau_0}{2} \leq t \leq \frac{\tau_0}{2} \\ 0 & \text{در سایر قسمتها} \end{cases}$$

اکنون $g(\omega)$ را می‌یابیم: $G(\omega) = |g(\omega)|^2$

$$g(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin(\omega-\omega_0)\frac{\tau_0}{2}}{\omega-\omega_0}$$

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega_0 t} e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{i(\omega-\omega_0)t} dt$$

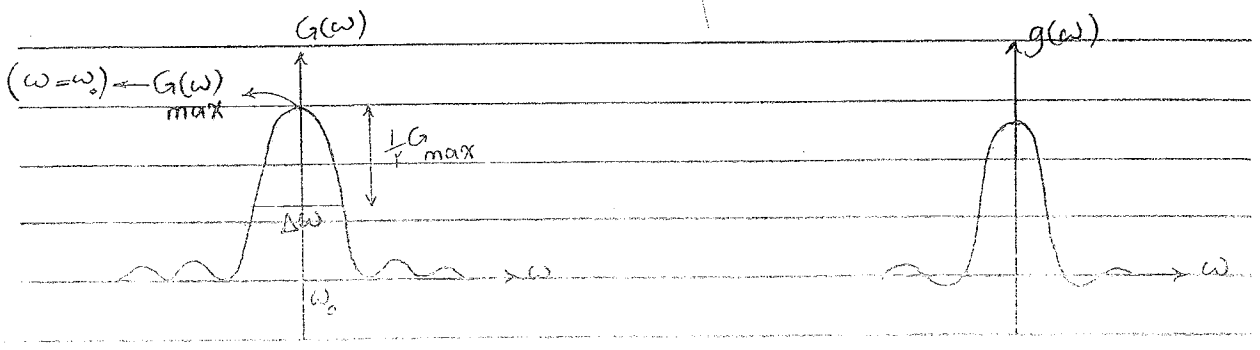
$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}} \cos(\omega-\omega_0)t\, dt + \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}} \sin(\omega-\omega_0)t\, dt$$

$$g(\omega) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\omega-\omega_0} \sin(\omega-\omega_0)t \Big|_0^{\frac{\tau_0}{2}} + \frac{2i}{\sqrt{2\pi}} \frac{-1}{\omega-\omega_0} \cos(\omega-\omega_0)t \Big|_0^{\frac{\tau_0}{2}}$$

فرمول مربوط به مختص تغییرات موج برحسب فرکانس:

$$g(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin(\omega-\omega_0)\frac{\tau_0}{2}}{\omega-\omega_0}$$

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = \frac{2}{\pi} \frac{\sin^2\left[(\omega-\omega_0)\frac{\tau_0}{2}\right]}{(\omega-\omega_0)^2} \qquad (I)$$



$\Delta\omega$ را چگونه می یابیم؟

$\Delta\omega$ پهنای منحنی است زمانی که شدت را به نصف ماکزیمم مقدار می رسانیم.

$G_{(max)}$ زمانی بروز می دهد که $\omega = \omega_0$ باشد. پس اگر در رابطهٔ (I) بجای ω، ω_0 را استفاده کنیم پس از رفع ابهام $G(\omega)$ که حالت ماکزیمم است به دست خواهد آمد.

حال $G(\omega)$ را از ماکزیمم مقدار، به نصف می رسانیم. پس در رابطهٔ (I) بجای $G(\omega)$، $\frac{1}{2}G_{max}(\omega)$ می گذاریم و از این رابطه داریم:

$$\frac{1}{2}G_{max}(\omega) = \frac{1}{R} \qquad G_{max} = \frac{1}{R}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0} \qquad 2\pi\Delta\nu = \frac{2\pi}{\tau_0}$$

پهنای موج: $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0}$ (کمی دقیق خواص زمان همدوسی)

یعنی اگر زمان همدوسی بزرگ شود $\Delta\nu$ (پهنای منحنی موج) کوچک خواهد شد و نور به تکرنگی نزدیک می گردد. پس به ازای نور تک رنگ طول قطار موج بی نهایت خواهد بود.

طبق رابطه زیر:

$$l_c = c\tau_0 \qquad l_c = \frac{c}{\Delta\nu} \qquad \Delta\nu = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} \qquad l_c = \frac{c}{c\Delta\lambda}\lambda^2$$

طول همدوسی

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

با کوچک شدن $\Delta\nu$، l_c یعنی طول قطار موج افزایش خواهد یافت.

طول همدوسی نورهای معمولی مثل نور لامپ جیوه یا سدیم در حدود چند میلیمتر است.
اما لیزری که بعنوان لیزر هلیم یا نئون به کار می رود دارای طول همدوسی در حدود

$\Delta\nu$ در لامپ سدیم در حدود 10^{11} هرتز است. طول موج نور زرد سدیم برابر است با ۵۵۵۰ آنگستروم. این مقدار طول موج قله است و پهنایست. پهنا همان $\Delta\nu$ است.

خودم حل کرده ام صحتش معلوم نیست.

تمرین: با توجه به اینکه می دانیم منابع معمولی نور (رنگهای ناحیهٔ مرئی) دارای فرکانس بین 10^{14} تا 10^{15} هرتز می باشند. و پهنای آنها حدود 10^{11} هرتز است. طول و زمان همدوسی این منابع را تعیین کنید همچنین λ و $\Delta\lambda$ این نورها را تعیین نمایید. از طرف دیگر لیزرهایی در همان فرکانس ما دارای پهنایی در حدود 10^{3} هرتز می باشند. طول و زمان همدوسی لیزرها را نیز محاسبه کنید. سپس این دو منبع را از لحاظ زمان همدوسی و طول همدوسی با یکدیگر مقایسه کنید.

$$\Delta\nu = 10^{11}\ Hz \qquad l_c = c\tau_0 = 0 \qquad \Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \qquad \tau_0 = \frac{1}{\Delta\nu}$$

$$\tau_0 = \frac{1}{10^{11}} = 10^{-11}\ s \qquad l_c = c\tau_0 \qquad l_c = 3\times10^{8}\times10^{-11} = 3\times10^{-3}\ m$$

$$\lambda = cT \qquad \Delta\lambda = \frac{c}{\Delta\nu} \qquad \Delta\lambda = \frac{3\times10^{8}}{10^{11}} = 3\times10^{-3}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \qquad \lambda = \frac{3\times10^{8}}{10^{14}} = 3\times10^{-6}$$

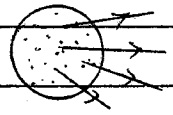
لیزرها: $\nu = 10^{14}$ تا 10^{15} Hz $\Delta\nu = 10^{3}$ Hz

$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$ $\tau_c = 10^{-3}$ Hz $l_c = c\tau_c$ $l_c = 3\times10^{8}\times10^{-3} = 3\times10^{5}$ m

اما همگی می دانیم که هیچ منبعی نداریم که ابعاد نداشته باشد. همه منابع برای خود ابعاد دارند حتی کوچکترین فیلامانهای نوری نیز دارای ابعادند. پس هیچ منبع حقیقی، منبع نقطه ای نیست.

اگر بجای منبع نقطه ای، منبع حقیقی جایگزین کنیم همدوسی به چه نحو خواهد بود؟

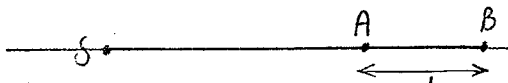
اگر یک منبع سطحی در نظر بگیریم. بی نهایت نقطه می توانند در آن جای بگیرند. چیزی که مطرح است اینکه نور از تمام نقاط روی این منبع سطحی، می تواند با طح گردد. اما مسلماً تمامی نورهایی که از نقاط مختلف سا طح می شوند با هم همدوسی و هماهنگی دارند.



همدوسی فضایی:

برای این همدوسی ها در یک مورد منبع را نقطه ای انتخاب کردیم. هنوز هم در منبع نقطه ای هستیم ولی خواهیم هماهنگی آن را از نظر فضایی بررسی کنیم.

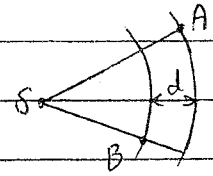
اگر دو نقطه دلخواه A و B در صدر موج انتخاب گردد آیا موجی که از منبع S خارج شده و پیش می رود می تواند بین این دو نقطه موضعیت هماهنگی برقرار کند یا به عبارتی آیا می توانیم از طریق موجهای این دو نقطه را طوری هماهنگ با ارتعاش درآوریم؟



قبلاً دیدیم که $d \ll l_c$.

در اینصورت یک هماهنگی مقدماتی بین A و B وجود خواهد داشت یعنی ارتعاشات نقطه A و B پیش بینی پذیر یا هماهنگی می کند.

چرا این عمل مقدور است؟ چون این عمل را تنها با یک موج انجام داده ایم.



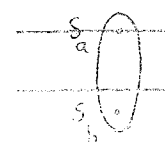
$d \ll l_c$

حال اگر منبع نوری اینطور نباشد و امواج نوری در دو امتداد متفاوت از منبع خارج گردد چطور؟

این دو پرتو در یک امتداد نیستند اما از یک منبع نقطه ای خارج شده اند، یعنی امواج از یک منبع نقطه ای و در امتدادهای مختلف خارج شده اند.

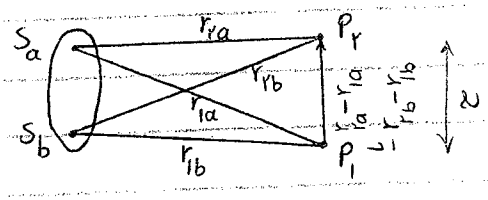
این هماهنگی از طریق جبهه های موج بین دو نقطه تعیین می شوند. اگر فاصله بین دو جبهه موج (d) کوچکتر از l_c (طول همدوسی) باشد این هماهنگی بین A و B حاصل خواهد شد.

اکنون این همدوسی ها را با یک منبع واقعی انجام می دهیم. فرض کنید منبع واقعی از یک تعداد بی شمار منبع نقطه ای تشکیل شده است.



این منبع واقعی از بی نهایت منبع نقطه‌ای تشکیل یافته است. از این بی نهایت نقطه تنها دو منبع نقطه‌ای S_a و S_b را در نظر می‌گیریم. این دو منبع نقطه‌ای را در نظر گرفته و بررسی می‌کنیم که در هر نقطه از فضا دارای چه همدوسی یا هماهنگی هستند.

از منبع واقعی امان دو نقطه انتخاب کردیم، دو نقطه نیز از فضا در نظر می‌گیریم نام‌های P_1 و P_2. این دو نقطه از هر یک از دو منبع نقطه‌ای S_a و S_b، پرتوی دریافت می‌نمایند.



می‌خواهیم ببینیم چه هماهنگی‌ای بین امواج رسیده به دو نقطه P_1 و P_2 وجود دارد.

τ فاصله‌ٔ زمانی بین دو نقطه است.

قبلاً تابع همدوسی جزئی را چنین تعریف کردیم:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

میدان‌های الکتریکی امان بصورت زیر است:

P_1 میدان: $E_1 = E_{1a} + E_{1b}$ $\qquad$ P_2 میدان: $E_2 = E_{2a} + E_{2b}$

$\Gamma_{12}(\tau)$ نیز چنین بود:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t)\, E_2^*(t+\tau) \rangle$$

با جاگذاری همهٔ این موارد در رابطهٔ $\gamma_{12}(\tau)$ داریم:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle [E_{1a}(t)+E_{1b}(t)]\,[E_{2a}^*(t+\tau)+E_{2b}^*(t+\tau)] \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} \qquad \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

اگر صورت کسر فوق را باز کنیم و جملات را یکی یکی هم ضرب کنیم، به جملهٔ $E_{1a}(t)\, E_{2b}^*(t+\tau)$ خواهیم رسید. E_{1a} یعنی میدانی که از S_a به نقطهٔ P_1 رسیده است و E_{2b} یعنی میدانی که از S_b به نقطهٔ P_2 رسیده است. مشاهده می‌شود که هم نقاط متفاوت است و هم میدان‌ها. پس احتمالاً این دو میدان همدوسی خیلی کمی خواهند داشت. بنابراین در منابع معمولی نمی‌توان اینها را مطرح کرد.

جملهٔ $E_{1b}(t)\, E_{1a}^*(t+\tau)$ نیز همین ترتیب است. این جمله نیز از نظر همدوسی مقدار بسیار ناچیزی است چون هم نقاط روی منبع متفاوت است و هم نقاط دریافت کنندهٔ امواج.

بنابراین تابع همدوسی جزئی در نهایت چنین شکلی خواهد یافت:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle E_{1a}(t) E_{2a}^*(t+\tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} + \frac{\langle E_{1b}(t) E_{2b}^*(t+\tau) \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}} \qquad (II)$$

در رابطهٔ اخیر جملهٔ اول دارای چه مفهوم فیزیکی است؟

هردو جملهٔ رابطهٔ (II) یعنی همدوسی بین دو میدان یک منبع در دو نقطه است.
می دانیم در منابع حقیقی، همدوسی کمتر است.

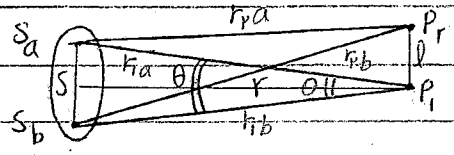
$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{2}\gamma(\tau_a) + \frac{1}{2}\gamma(\tau_b)$$

$\frac{1}{2}$ ها برای چیست؟ از هریک از منبع ها به دو نقطه در فاصلهٔ ρ_1 و ρ_2 می فرستیم. پس هر نقطه در فضا تنها نیمی از شدت منبع را دریافت خواهد داشت. یعنی هر منبع طبق جدا نوری دارد.
که در آن $\gamma(\tau) = e^{i\omega_0(\tau - 1)}$ تابع خودبستگی هریک از چشمه هاست.
در صورتی که اختلاف فاصلهٔ منبع از دو نقطه برابر $(r_{2b} - r_{1b})$ و $(r_{2a} - r_{1a})$ باشد می توانیم بنویسیم:

$$\tau_a = \frac{r_{2a} - r_{1a}}{c} + \tau \qquad \tau_b = \frac{r_{2b} - r_{1b}}{c} + \tau$$

زمان سیر ρ_1 و ρ_2

برای ساده سازی در محاسبات صورت مسئله را عمل می کنیم:
به منظور گرفتن کمیت مربوط به منبع، فرض می کنیم که نقطهٔ ρ_1 روی کمربند منبع قرار دارد و ρ_2 به فاصلهٔ l از ρ_1 قرار گرفته است.



فاصلهٔ بین دو منبع از هم، برابر با S است و فاصلهٔ وسط دو منبع تا نقطهٔ ρ_1 برابر با r می باشد.
اکنون مشاهده می شود که فاصلهٔ ρ_1 از S_a و S_b باهم برابرند.

بعد از محاسبات جدی خواهیم داشت:

$$|\gamma_{12}(\tau)|^2 \approx \left(\frac{1+\cos[\omega(\tau_b - \tau_a)]}{2}\right)\underbrace{\left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0}\right)}_{\text{(همدوسی منبع اول)}}\underbrace{\left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_0}\right)}_{\text{(همدوسی منبع دوم)}}$$

τ زمان همدوسی متوسط منبع است.
توجه کنید که چگونه مقدار همدوسی به همدوسی تک تک منابع وابستگی می یابد.
ماکزیمم همدوسی در ρ_1 است. می خواهیم مینیموم $|\gamma_{12}(\tau)|^2$ را حساب کنیم.
همدوسی یک نیم زمانی است که در روی ρ_1 داشته

مینیموم همدوسی: مینیموم همدوسی زمانی روی می دهد که $\cos$ مینیموم باشد پس داریم:

$$\omega(\tau_b - \tau_a) = \pi \qquad \cos[\omega(\tau_b - \tau_a)] = \cos\pi$$

$$\omega\left[\frac{r_{2b}-r_{1b}}{c}-\frac{r_{2a}-r_{1a}}{c}\right]=n \longrightarrow \frac{\omega}{c}\left[r_{2b}-r_{1b}-r_{2a}+r_{1a}\right]=n$$

مطابق شکل صفحه قبل $r_{1b}=r_{1a}$ است پس از رابطه بالا حذف می‌شوند.

$$\omega\left[\frac{r_{2b}-r_{2a}}{c}\right]=n$$

در آزمایش دوشکاف یانگ عبارت زیر را محاسبه کرده بودیم:

$$r_{2b}-r_{2a}=\frac{sl}{r}$$

$$\omega\left[\frac{\frac{sl}{r}}{c}\right]=n \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \frac{sl\omega}{rc}=n \qquad \frac{rn\pi sl}{rc}=n$$

$$\frac{\nu}{c}=\frac{1}{\lambda} \longrightarrow \lambda=\frac{c}{\nu} \longrightarrow \frac{rnsl}{r\lambda}=n$$

$$\frac{rsl}{r\lambda}=1 \qquad \boxed{l_c=\frac{r\lambda}{rs}} \qquad s=\frac{r\lambda}{rl}$$

l_c: همدوسی فضایی

l_c کوچکترین مقدار یا کوچکترین فاصله‌ای است که در آن همدوسی از بین رفته است.

از P_1 رو به بالا شروع به حرکت می‌کنیم. می‌خواهیم ببینیم در چه فاصله‌ای از P_1، همدوسی بین P_1 و P_2 از بین خواهد رفت. در واقع P_2 را بالا می‌بریم تا I شکل گیرد آنگاه به ازای چه مقدار l همدوسی بین P_1 و P_2 ضعیف شده است. با محاسبات فوق به مقدار l دست یافتیم. این l را طول همدوسی فضایی می‌نامند.

طول همدوسی فضایی:

$$l=\frac{r\lambda}{rs}$$

در رابطه فوق می‌توانیم بجای $\frac{r}{s}$ از θ استفاده کنیم. θ زاویه رویت منبع از روی پرده است.

$$\frac{r}{s}=\frac{1}{\theta} \qquad \theta=\frac{s}{r} \xrightarrow{\theta<4^\circ} \tan\theta=\frac{s}{r} \xrightarrow[\text{طبق شکل}]{\text{چون}} l_c=\frac{\lambda}{r\theta}$$

زاویه بین دو نقطه از منبع از نقطه نظر تابش بر روی پرده است

نوری که از منبع خارج می‌شود بستگی به خاصیت منبع، برای خود طول همدوسی ای خواهد داشت. یعنی طول یا زمانی که در آن فوتون‌ها با هم هماهنگ هستند و این هماهنگی به عبارت بهتر درجه خلوص نوری را تعریف می‌کند که از منبع خارج می‌شود. یادگرفتیم که هرقدر طول همدوسی بلندتر باشد، منبع نور خالص‌تری تولید می‌نماید.

این تعاریف برای یک منبع نقطه‌ای مطرح شد اما چون در واقعیت منبع نقطه‌ای نداریم لذا ما به منابع واقعی تعمیم دادیم.

در منابع حقیقی، چون هر نقطه از منبع به تمام نقاط در فضا موج می‌فرستد لذا در بررسی هماهنگی یا همدوسی میدانها در فضا باید معیاری داشته باشیم که این معیار از طریق طول همدوسی فضایی l_c مطرح خواهد بود.

طبق شکل → $AC = 2AH$ $\quad AC = 2d\tan\varphi$

اضلاع زاویهٔ با زاویهٔ مقابل برابرند $\hat{ACD}$ معلوم است لذا : $\hat{ACD} = \hat{\theta}$

ΔACD : $\quad \sin\theta = \frac{AD}{AC} \quad AD = AC\sin\theta$

پس → $AD = 2d\tan\varphi\sin\theta$

راه فیزیکی حاصل از انعکاس از محیط رقیق ← محیط غلیظ.

$\Delta_1 = 2d\tan\varphi\sin\theta \times 1 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)$ ← راه نوری مسیر اول (AD)

$\Delta_2 = \frac{2d}{\cos\varphi} \times n$ راه نوری مسیر دوم $(AB + BC)$

اختلاف راه نوری دو مسیر : $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = \frac{2nd}{\cos\varphi} - \frac{2d\sin\varphi}{\cos\varphi}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$

طبق قانون اسنل می دانیم : $\frac{\sin\theta}{\sin\varphi} = n \longrightarrow \sin\theta = n\sin\varphi$

پس → $\Delta = \frac{2nd}{\cos\varphi} - \frac{2nd\sin^2\varphi}{\cos\varphi} - \frac{\lambda}{2}$

$\Delta = \frac{2nd(1-\sin^2\varphi)}{\cos\varphi} - \frac{\lambda}{2} = \frac{2nd\cos^2\varphi}{\cos\varphi} - \frac{\lambda}{2} = 2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2}$

λ طول موج نور تابیدی است.

اختلاف راه نوری دو مسیر

$$\Delta = 2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2} \quad \checkmark$$

مشاهده می شود تمام کمیات قابل اندازه گیری هستند.

اختلاف راه نوری پرتوهای ۲ و ۳ یا ۳ و ۴ یا ۴ و ۵ و ... مثلاً $\Delta = 2nd\cos\varphi$ است پس فقط اختلاف راه دو پرتو ① و ②، $\left(2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2}\right)$ می باشد.

توجه

تمام پارامترهای n، φ، λ و d در اختیار خودمان است می توانیم این کمیات را طوری تنظیم کنیم که دو پرتو ① و ② با هم هم فاز شده و تداخل سازنده نمایند.

شرط تداخل سازنده : $2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$

اختلاف راه پرتوهای ① و ② $\quad m = 0, 1, 2, \ldots$

یعنی دو پرتو ① و ② باید تابیدی باهم هم فاز باشند. شرط اختلاف راه نوری صحیح از طول موج باشد یعنی دو پرتو

اگر اختلاف راه پرتوهای ① و ② چنان باشد و طوری تنظیم کنیم که این دو پرتو همفاز بوده و باهم تداخل سازنده بدهند باید ببینیم پرتوهای ② و ③ یا ③ و ④ و ... چه نوع تداخلی خواهند داشت:

$$2nd\cos\varphi = m\lambda + \frac{\lambda}{2} \quad \xleftarrow{\text{نقیض}} \quad 2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

← اختلاف راه پرتوهای ② به بعد

$$2nd\cos\varphi = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \longleftarrow 2nd\cos\varphi = \frac{2m\lambda+\lambda}{2}$$

اختلاف راه پرتوهای ۳ به بعد

این، شرط تداخل ویرانگر است. یعنی پرتوهای ۲ و ۳، ۳ و ۴ و ... اثر همدیگر را خنثی می‌کنند.

اگر کاری کنیم که پرتوهای ① و ② باهم همفاز باشند یعنی شرط تداخل سازنده برای آنها صادق باشد در این صورت، پرتوهای ۳ و ۴، ۴ و ۵، ۵ و ۶، ..... دو به دو در فاز مقابل خواهند بود.

پس اکنون شرایطی بوجود آوردیم که: پرتوهای ① و ② همفاز باشند و بقیه پرتوها دو به دو باهم ناهمفاز باشند، در چنین شرایطی شدت نقطهٔ P چقدر خواهد بود؟

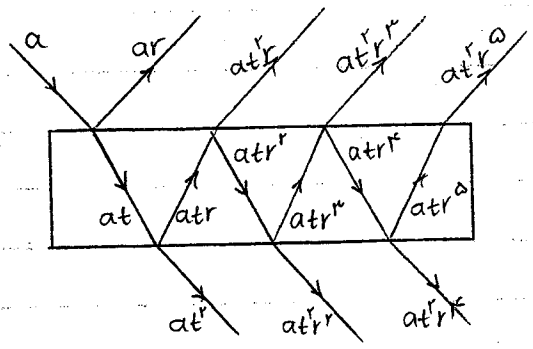
می دانیم شدت، به دامنه بستگی دارد. پس برای یافتن شدت نقطهٔ P باید به محاسبهٔ دامنه‌ها بپردازیم.

a دامنهٔ موج تابشی است.

r ضریب بازتابش t ضریب عبور

$$r = \frac{\text{دامنه موج بازتابی}}{\text{دامنه موج تابشی}} \longrightarrow \text{دامنه بازتابی} = ar$$

$$t = \frac{\text{دامنه موج عبوری}}{\text{دامنه موج تابشی}} \longrightarrow \text{دامنه موج عبوری} = at$$



r و t هر دو کمیات کوچکتر از یک هستند. (پس اگر به توان برسند کوچکتر خواهند شد.)
پس می بینیم که به تدریج دامنه پرتوهای بازتابی و نیز عبوری دچار کاهش است.

موج اول و دوم باهم، هم‌فازند یعنی در حالت تداخل و روهم گذاری، دامنه‌های این دو باهم جمع می‌شود. اما موج سوم و چهارم دوفاز مقابلند. و می‌خواهند اثر همدیگر را خنثی کنند. در این صورت چه چیزی باقی خواهد ماند؟
اگر دامنهٔ پرتوهای ۳ و ۴ باهم برابر بود، تفاضل این دو دامنه صفر می‌شد و در اثر تداخل چیزی از این دو پرتو باقی نمی‌ماند. اما اکنون دامنه‌ها باهم برابر نیستند. پس وقتی پرتو ۳، ۴ را خنثی می‌کند یک مقدار از موج سوم، نور باقی می‌ماند. زیرا موج ۴ به اندازهٔ هم خودش ۳ خنثی می‌نماید و باقیماندهٔ پرتو ۳ همچنان باقی می‌ماند. این نور باقیمانده از ۳ + نور دو پرتو اول و دوم که روهم افتاده‌اند تقویت خواهد شد.
پس نقطهٔ P در اثر روهم گذاری تمامی پرتوی بازتابشی، یک نقطهٔ روشن است با ماکزیمم شدت.

خلاصه اینکه: وقتی که ما شرایط تابش و ضریب شکست را طوری تنظیم می‌کنیم که نور اول و دوم بازتابشی، باهم، هم‌فاز باشند. ما نظور که دیدیم نورهای مابقی بازتابشی، دو به دو فاز مقابل خواهند بود. لذا تداخل این نورهای بازتابشی برای پرتوهای ۳ به بعد، دو به دو اثر همدیگر را خنثی می‌کند. و چون دامنه‌ها یکی نیست، از تداخل دو به دو آنها یک مقدار نور باقی می‌ماند. این نورهای باقی مانده از تداخل دو به دو، پرتوهای به غیر از پرتو بازتابشی اول و دوم، با تداخل سازنده با این دو پرتو تقویت می‌شوند. لذا نقطهٔ P با بیشترین شدت روشن خواهد بود.

در حالت دوم شرایط را طوری تنظیم می‌کنیم که دو پرتو ۱ و ۲ بازتابشی دوفاز مقابل باشند. این امر به زبان ریاضی یعنی:

شرط تداخل ویرانگر، برای ① و ②: $2nd\cos\varphi - \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

$$2nd\cos\varphi = (2m+1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}(2m+1+1) = (2m+2)\frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda$$

شرط تداخل سازنده برای پرتوهای ۳ به بعد: $2nd\cos\varphi = (m+1)\lambda$ *

این رابطه (رابطهٔ *) نشان می‌دهد که پرتوهای ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ... باهم، هم‌فازند.

اگر پرتو ۱ و ۲ دوفاز مقابل باشند، پرتو ۲ می‌بیند که نور دامنه‌اش ۲ دامنه پرتو اول. می‌رسد و بنابراین به سراغ بقیهٔ موجها می‌رود. چون موج دوم بازتابشی، باقیه هم فاز است.

گفتیم می‌توانیم موجها را با بردار نمایش دهیم. بطوریکه طول بردار برابر است با دامنهٔ موج و امتداد بردار نسبت به مبدأ نشانگر فاز موج است.
(در شکل زیر مشاهده می‌شود که طول بردارها رفته رفته کوچک می‌شود چون گفتیم دامنه‌ها تدریجی در حال کاهش است.)

نمایش بردارهای موجهای هم فاز:

بردار برآیند که مجموع دامنه موجهای بازتابشی است، دامنه کل را می دهد.

موج ها بغیر از موج بازتابش اول

$$\text{دامنه کل} = at^2r + at^2r^3 + at^2r^5 + at^2r^7 + \ldots = at^2r\underbrace{(1 + r^2 + r^4 + r^6 + \ldots)}$$

یک تصاعد هندسی است با قدرنسبت r^2 ، $r^2<1$ است. وقتی جملات داخل پرانتز به ∞ میل کند مجموع تصاعد هندسی برابر خواهد بود با : $S = \frac{a_1}{1-q}$

پس چون $q = r^2$ است داریم :

$$(1 + r^2 + r^4 + r^6 + \ldots) = \frac{1}{1-r^2}$$

$$\text{مجموع دامنه های موجهای بازتابشی به غیر از بازتابش اول} = \frac{at^2r}{1-r^2}$$

هرگاه موج بر سطحی بتابد، قسمتی از موج انعکاس خواهد یافت، قسمتی عبور خواهد نمود و قسمتی دیگر جذب سطح خواهد شد. در واقع خواهیم داشت :

$$A + T + R = 1$$

A : قابلیت جذب

T : قابلیت عبور و R : قابلیت بازتابش است.

اما مواد اپتیکی، جذب ندارند یعنی برای آنها $A = 0$ است.

$$T + R = 1$$

پس در مواد اپتیکی داریم :

$$T \propto t^2$$

قابلیت عبور متناسب است با توان دوی ضریب عبور.

قابلیت انعکاس متناسب است با توان دوی ضریب بازتابش. ضریب بازتابش $\rightarrow$ $R \propto r^2$ $\leftarrow$ قابلیت بازتابش

$$\xrightarrow{\text{پس}} \quad T + R = 1 \qquad t^2 + r^2 = 1 \longrightarrow t^2 = 1 - r^2$$

$$\text{دامنه کل} = \frac{at^2r}{(1-r^2)} = \frac{ar(1-r^2)}{(1-r^2)} = ar$$

$$\boxed{\text{دامنه کل} = \frac{at^2r}{1-r^2} = ar}$$

دامنه موج بازتابشی اول ar است. دامنه کل امواج بازتابشی به غیر از بازتابشی اول نیز ar است، اما در خلاف جهت هم هستند. پس این دو دامنه در هنگام روی هم افتادن همدیگر را خنثی کرده و از بین خواهند رفت پس نقطه P تاریک خواهد بود.

خلاصه اینکه : در تداخل پرتوهای بازتابش چندگانه، وقتی موج اول و دوم بازتابشی با هم، همفازند، موجهای بازتابشی دیگر دو به دو بصورت متوالی در فاز مقابل خواهند بود. نتیجه تداخل کل این موجها به این صورت

خواهد بود که موج اول و دوم قوی، اثر همدیگر را تقویت می کنند در حالی که موجهای بازتابش دیگر در فاز مقابل هستند و نتیجه تداخل دو به دوی آنها منجر به یک مقدار نور خواهد بود. (چون دامنهٔ این موجها یکی نیست.) که این نورها با نور تداخلی دو موج بازتابش اولیه افزوده خواهد شد و در نتیجه نقطهٔ P (نقطهٔ تداخلی این امواج) با ماکزیمم شدت، روشن خواهد بود.

اما اگر پارامترهای تخت را چنان انتخاب کنیم که موج اول و دوم بازتابشی در فاز مقابل قرار گیرند در آن صورت، موج بازتابش دوم با بقیهٔ موجهای بازتابش در فاز موافق خواهند بود و دامنه های آنها بر روی هم افزوده می شود. محاسبه بالا نشان می دهد که جمع این دامنه ها = اندازهٔ دامنهٔ موج اول است. لذا جمع کل دامنه های موجهای بازتابش صفر خواهد شد. و لذا نقطهٔ P، دارای مینیموم شدت خواهد بود.

اگر هیچ کدام از این دو حالت ماکزیمم و مینیموم برقرار نباشد یعنی موجهای بازتابش هم فاز یا در فاز مقابل نباشند بلکه اختلاف فاز بین بین آنها برقرار باشد در آن صورت نقطهٔ P، شدتی در حد فاصل شدت ماکزیمم و شدت مینیموم خواهد داشت.

اکنون می خواهیم ببینیم برای نورهای عبوری چه رویی می دهد و شدت نقطهٔ P چه صورتی است.
دوباره بازی کردیم به شکل صفحهٔ ۱۰۳.
باستی اختلاف راه دو پرتو عبوری ① و ② را بیابیم
در اینجا نقطهٔ انشعاب دو پرتو عبوری ① و ② نقطهٔ B است
تنها تفاوت بین پرتو ① و ② عبوری با پرتو ① و ② بازتابش در این است که پرتو ① و ② عبوری تنها عبور کرده اند بنابراین بین این دو پرتو فاز هیچ یک $\frac{\lambda}{2}$ وجود ندارد.
پس دقیقاً مانند محاسبات اختلاف راه برای پرتوهای بازتابش، عمل می کنیم و خواهیم داشت:

$\Delta = 2nd\cos\varphi$ اختلاف راه بین پرتوهای ① و ② عبوری

تمام پرتوهای عبوری، دو به دو دارای اختلاف راه $2nd\cos\varphi$ هستند. (چون برای هیچکدام $\frac{\lambda}{2}$ نداریم.)

شدت تداخلی پرتوهای عبوری (نورهای): $\frac{I}{P} = ?$

(در اینجا به بررسی حالت کلی می پردازیم و حالت خاص ماکزیمم و مینیموم را کنار می گذاریم.)
یعنی اختلاف راه $2nd\cos\varphi$ را نه مساوی $m\lambda$ قرار می دهیم و نه مساوی $(2m+1)\frac{\lambda}{2}$. یک چیز کاملاً نامشخص را انتخاب خواهیم کرد و ماند Δ (اختلاف راه نوری پرتوهای عبوری متوالی)

$\Delta = 2nd\cos\varphi$

$\delta = K\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2nd\cos\varphi = \frac{4\pi nd}{\lambda}\cos\varphi$ اختلاف فاز پرتوهای عبوری متوالی

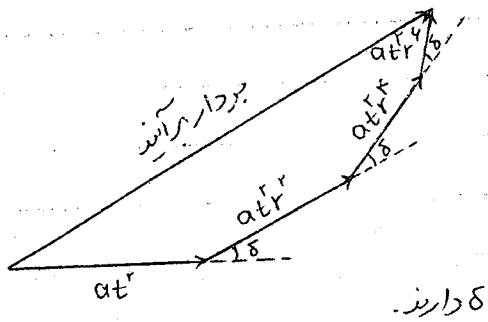
$\delta = \frac{4\pi nd}{\lambda}\cos\varphi$

پس به نقطهٔ P، مجموعه‌ای از موجها می‌رسند که دوبه‌دو باهم اختلاف فازی برابر δ دارند. جمع اینها چه‌شدتی در P ایجاد خواهد کرد؟

می‌دانیم که می‌توان بجای یک مجموعه از موجها، یک موج را انتخاب کنیم که اثر این موج معادل با شدت با اثرات کل موجهای قبلی. (درواقع موج تنهایی که بتنهایی اثری معادل با اثرات کل آن موجها داشته باشد.)

$Ae^{i\theta}$ موجی است که به تنهایی اثر مجموع موجها را در نقطهٔ P دارد.

نمایش برداری موجهای ناهمفاز:



بردار قرمز، طول بردار برآیند A است.

δها نشان می‌دهند که بردارها دوبه‌دو باهم اختلاف فاز δ دارند.
(درواقع در نمایش برداری موجها، زاویه بین دوبردار، اختلاف فاز دوموج یا دوبردار را نشان می‌دهد.)
بصورت ریاضی داریم:

$$Ae^{i\theta} = at^2e^{i\times 0} + at^2r^2e^{i\delta} + at^2r^4e^{2i\delta} + at^2r^6e^{3i\delta} + \dots$$

$$= at^2\underbrace{(1 + r^2e^{i\delta} + r^4e^{2i\delta} + r^6e^{3i\delta} + \dots)}_{\text{یک تصاعد هندسی با قدرنسبت } r^2e^{i\delta}}$$

جمع تصاعد هندسی:
هر باید از صد صفحه نظر کرد

$$Ae^{i\theta} = \frac{at^2}{1-r^2e^{i\delta}}$$

اما برای ما شدت، مورد نیاز است. بنابراین طرفین رابطهٔ فوق را در مزدوج خودشان ضرب می‌کنیم:
شدت متناسب است با A^2 (دامنه)

$$Ae^{i\theta} \times Ae^{-i\theta} = \frac{at^2}{1-r^2e^{i\delta}} \times \frac{at^2}{1-r^2e^{-i\delta}}$$

$$A^2 = \frac{a^2t^4}{1-r^2e^{-i\delta}-r^2e^{i\delta}+r^4} = \frac{a^2t^4}{1-r^2\underbrace{(e^{i\delta}+e^{-i\delta})}_{2\cos\delta}+r^4}$$

در مخرج این کسر عبارت $2r^2$ را کم و زیاد می‌کنیم. و البته عبارت زیر را هم داریم:

$$2r^2\left(\frac{e^{i\delta}+e^{-i\delta}}{2}\right) = 2r^2\cos\delta$$

$$A^2 = \frac{a^2t^4}{(1+r^4-2r^2)+2r^2-2r^2\cos\delta} = \frac{a^2t^4}{(1-r^2)^2+2r^2(1-\cos\delta)}$$

می‌دانیم $1-\cos\delta = 2\sin^2\frac{\delta}{2}$ پس $A^2 = \frac{a^2t^4}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{\delta}{2}}$

در مخرج از $(1-r^2)^2$ فاکتور می‌گیریم:

$$A^2 = \frac{\frac{a^2t^4}{(1-r^2)^2}}{1+\frac{4r^2}{(1-r^2)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} \rightarrow t^2 = 1-r^2 \rightarrow A^2 = \frac{\frac{a^2(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2}}{1+\frac{4r^2}{(1-r^2)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}} = \frac{a^2}{1+\frac{4r^2}{(1-r^2)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

عبارت $\frac{4r^2}{(1-r^2)^2}$ را با نماد F نشان می‌دهیم:

$$\boxed{F = \frac{4r^2}{(1-r^2)^2}}$$

ضریب ظرافت:

$$\boxed{F = \frac{4R}{(1-R)^2}}$$

وچون $R = r^2$ پس

دانستیم $I \propto a^2$ است. $a^2 = I_0$ $\rightarrow$ $A^2 = I$ یا I_p $\rightarrow$ $A^2 = \frac{a^2}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}$

I_p شدت موج تابشی است. I_0 شدت تداخلی نورهای عبوری

$$\boxed{I_p = \frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}}$$

مقدار F ضریب ظرافت نامیده می‌شود.

پس با ازای هر اختلاف فازی (δ) بین موجهای متوالی برقدار کنیم شدتی در نقطه P حاصل خواهد شد.

در واقع شدت در نقطه P (محل تلاقی موجهای نوری) برحسب اختلاف فاز موجهای تداخل کننده تغیر می‌نماید ضریب ظرافت F همواره مقداری است ثابت و ضریبی است که به میزان تابش و سطح بستگی دارد.

چه زمانی شدت در نقطه P ماکزیمم خواهد شد؟

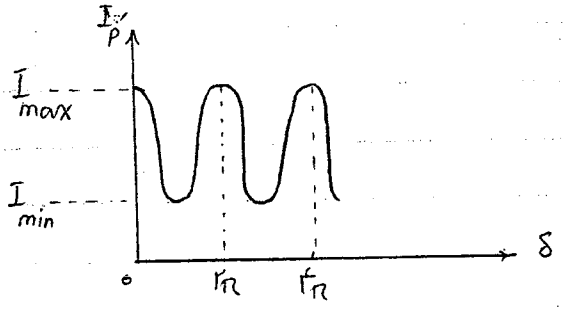
$$\left(I_{p}\right)_{max} = I_0 \quad \text{باید} \quad \sin^2\frac{\delta}{2} = 0 \quad \sin\frac{\delta}{2} = 0 = \sin m\pi$$

موقعیت ماکزیمم ها: $m = 0, 1, 2, \ldots$ $\quad \boxed{\delta = 2m\pi}$ $\quad \frac{\delta}{2} = m\pi$

موضوع مهم اینجاست که وقتی اختلاف فاز δ را طوری انتخاب می‌کنیم که $I_P = I_0$ باشد یعنی تمام نوری که بر تیغه تابیده است در نقطهٔ P جمع می‌شود آنگاه شدت پرتوهای بازتابشی چگونه خواهد بود؟

هنگامی که در تداخل پرتوهای عبوری ماکزیمم شدت را داشته باشیم در تداخل پرتوهای بازتابشی، مینیموم شدت را خواهیم داشت. بطوریکه اصل بقای انرژی در کل برقرار بماند.
و برعکس وقتی در تداخل پرتوهای بازتابشی ماکزیمم شدت را داشته باشیم در تداخل پرتوهای عبوری، شدت مینیموم خواهد بود.
پس تداخلهای عبوری و بازتابشی از نظر شدت در وضعیت ماکزیمم و مینیموم نسبت بهم قرار دارند یا به عبارت دیگر مجموعاً شدت منبع را تامین می‌کنند.

در پرتوهای عبوری، فرمول کلی داده شد. حال طوری که شدت نقطهٔ P را به ازای اختلاف فازهای مختلف به دست می‌دهد.
اگر بخواهیم این تغییرات را رسم کنیم داریم:



$R = r^2$

بعداً خواهیم دید که هرقدر R بزرگ باشد، فاصلهٔ ماکزیمم ها افزایش یافته و مینیموم ها به شدت صفر میل می‌کند.

طرح تداخلی حاصل از تداخل پرتوهای عبوری متوالی:
با توجه به اینکه از یک نقطهٔ نورانی پرتوهای تابشی به یک تیغه یک محروط نوری را تشکیل می‌دهد، لذا مجموعهٔ پرتوهای تابشی تحت یک زاویهٔ معین، یک پوستهٔ مخروطی خواهد بود که مقطع آن با تیغه یک دایره می‌باشد. تمام نقاط روی این دایره از نقطه نظر تداخلی، وضعیت یکسان دارند. چرا که اختلاف راه همهٔ آنها یعنی $\Delta = 2nd\cos\phi$ و یا اختلاف فاز مربوط به آنها $\delta = K\Delta$ برای همهٔ این نقاط یکسان است.
لذا بعد از عبور از تیغه و موقع تداخل باهم به وضعیت تداخلی یکسان منجر خواهد شد. در نتیجه چون پرتوهای تابشی تحت زاویهٔ تابش یکسان روی دایره است، طرح تداخلی آن نیز یک دایره خواهد بود.
این عمل در مورد تمامی پرتوهای تابشی تحت زوایای مختلف نیز صادق است. لذا در کل تداخل، تابش نور از یک نقطه به یک تیغه بعد از عبور از آن دوایر متحدالمرکز روشن و تاریکی را تشکیل می‌دهد. که مرکز آنها بر پای عمود از منبع به تیغه خواهد بود.
این موضوع در مورد پرتوهای بازتابشی نیز صادق است.

اگر بتوانیم طرح تداخلی پرتوهای عبوری و بازتابشی را همزمان بیابیم، خواهیم دید که وقتی مرکز طرح تداخلی پرتوهای عبوری تاریک است، مرکز طرح تداخلی پرتوهای بازتابشی روشن می باشد و این همان جبران شدتها است.

کاربرد تداخل پرتوهای چندگانه:

اولین وسیله ای که براین اساس ساخته شده است و هنوز وسایل بسیار مهم در اپتیک است تداخل سنج فابری پرو است.

۱- تداخل سنج فابری - پرو Fabry - Perrat Interframeter:

در اینجا همان مسئله تیغه و پرتوهای عبوری و بازتابشی را مطرح می کنیم ولی بجای اینکه تیغه از جنس شیشه باشد از دو آینه روهای مابین آنها تشکیل یافته است.

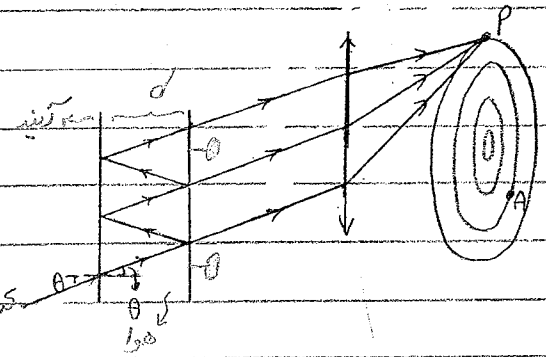
در این دستگاه یک تیغه متوازی السطوح قائم از هوا تشکیل می دهیم و برای کمبوس نمودن هوا، از دو آینه تخت که بطور موازی با هم قرار گرفته اند استفاده می کنیم. پس به این ترتیب یک تیغه از هوا تشکیل دادیم.

هرگاه پرتوی تخت زاویه ای با این تیغه بسازد چون آینه های این تیغه خاصیت بسیار کمی دارند، پرتو تابیده شده بر آن را بیک جایی بسیار بسیار کوچک تحت همان زاویه تابش θ، وارد فضای مابین دو آینه می شود.

پس از ورود به فضای مابین دو آینه، با انعکاسها و عبورهای متعدد، عملاً پرتوهای خروجی از تیغه را برای ما تشکیل خواهد داد.

چنین اینکه در هر مرحله از انعکاس، در آن نقطه، عبوری هم همراه خواهد داشت لذا مجموعه ای از پرتوهای موازی با هم تشکیل می شود.

حال اگر از یک عدسی برای روهم انداختن پرتوها استفاده کنیم، پرتوهای خروجی از تیغه (پرتوهای عبوری) را در نقطه ای مانند P جمع خواهد کرد.



اگر بجای یک پرتو، مجموعه ای از پرتوها را بر سیستم بتابانیم نوارهای تداخلی را در کل نقطه P خواهیم دید.

در تیغه شیشه ای، زاویه تابش با زاویه عبور یکسان نبود ولی اینجا یکسان است علت این است که محیط داخل و بیرون تیغه فابری پرو از یک جنس هستند. یک جایی در نقطه تابش حاصل خواهد شد که به دلیل کم بودن ضخامت آینه در مرز داخل و خارج تیغه، من تمایل ندارم وارد جزئیات این جا شوم و فعلاً (البته در شکل بالا خاطر نشان کردم) به آن نمی پردازم (تنها بررسی شده است).

در هشتهای قبل، اختلاف راه نوری بین دو پرتو عبوری متوالی را حساب کردیم.

$$\Delta = 2nd\cos\varphi$$

از آنجاکه برای این سیستم $n \cong 1$ و $\varphi \cong \theta$ است پس اختلاف راه نوری برای تداخل سنج فابری - پرو عبارتست از:

$$\Delta = 2d\cos\theta$$

پس $2d\cos\theta$ اختلاف راه بین پرتوهای متوالی عبوری است.

اختلاف راه و شرایط نوارهای روشن و تاریک دقیقاً همان صورت حالتهای قبلی است یعنی اگر اختلاف راه مضرب صحیحی از طول موج باشد نوارهای روشن ایجاد خواهد شد. (ماکزیمم شدت) و اگر مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ باشد نوارهای تاریک ایجاد خواهد شد. (مینیموم شدت)

شرط ماکزیمم شدت: $2d\cos\theta = m\lambda$

شرط مینیموم شدت: $2d\cos\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

$$\frac{I}{T} = \frac{I_0}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}} \qquad (1)$$

مثل نقطه A

طبق فرمول اخیر برای اینکه شدت هر نقطه دلخواه از طرح تداخلی را بخواهیم پیدا کنیم کافیست اختلاف فاز δ را داشته باشیم.

$$\delta = K\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d\cos\theta \qquad \delta = \frac{4\pi}{\lambda} d\cos\theta$$

با انتخاب زوایای تابش مختلف (θ)، اختلاف فازهای (δ) متفاوتی خواهیم داشت. و بنابراین، شدت تداخلی هر نقطه دلخواه را نیز به دست خواهیم آورد.

برای اینکه به این وسیله، شکل کاربردی بدهیم، دو وسیله اضافی نیز بدان پیوست می‌کنیم.
دو پیچ به آینه سمت راست وصل می‌کنیم تا آینه‌ها بتوانند به کمک آنها در صفحه به دو صورت دوران یابند.
یکی از این دو پیچ، آینه را حول محور افقی خود می‌چرخاند و پیچ دیگر آن را حول محور قائمش به دوران درمی‌آورد.
این دو پیچ و این دو راهنما به این دلیل است که هرگاه آینه‌ها از حالت توازی بیرون آمدند، با این پیچها بتوانیم دوباره آنها را موازی هم قرار دهیم.
یک میکرومتر نیز به آینه پشتی (آینه سمت چپ) وصل شده است که می‌تواند آینه پشتی را به موازات خودش جلو و عقب ببرد.
پس به این ترتیب می‌توانیم با دو آینه و ضمایم مربوط به آن یک تداخل سنج فابری - پرو بسازیم.

در لیزرها زاویه تابش θ را تقریباً صفر انتخاب می‌کنند و سعی می‌کنند نور را عمود بر سطح آینه بتابانند. d را نیز

چنان انتخاب می‌کنند که شرط تداخل سازنده برقرار باشد. d فاصله بین دو آینه است و تنظیم آن بر عهده میکرومتر می‌باشد. به این ترتیب است که حفره لیزری ساخته می‌شود.

فابری - پرو علاوه بر حفره لیزری، کاربردهای دیگری نیز دارد.

در مطالب جلسات قبل، با توجه به اختلاف فازی که در اختلاف راه Δ ، ایجاد می‌گیریم که m شماره نوار است. فاصله بین دو آینه را ثابت انتخاب می‌کنیم. اگر به طرح تداخلی تشکیل شده نگاه کنیم، خواهیم دید که به ازای یک طول موج معین، مثلاً پنجمین نوار روشن دارای موقعیتی است که با θ مشخص می‌شود. اگر از طول موج دیگری برای تشکیل طرح تداخلی استفاده نماییم خواهیم دید که همین پنجمین نوار روشن در موقعیت دیگری است.

پس نتیجه می‌گیریم که این تداخل سنج به ازای دو طول موج مختلف، نوارهای شماره یکسان را در موقعیتهای مختلف نشان می‌دهد. یعنی تداخل سنج فابری - پرو، یک تجزیه گر نوری است. پس عملاً تداخل سنج فابری - پرو، یک تجزیه گر نوری است که از بسیاری جهات بهترین تجزیه گر نوری می‌باشد.

ما تا اینجا سه نوع تداخل سنج را بررسی کردیم، یکی منشور، یکی تداخل سنج ماکلسون و سومی تداخل سنج فابری - پرو. در برابر هم تجزیه گر دیگری خواهیم دید. اما در همه اینها که از نمونه‌های خاص هستند، تداخل سنج فابری - پرو از بقیه بهتر است.

یکی از مشخصات اصلی یک تجزیه گر نوری، قدرت تفکیک است.

تداخل سنج فابری - پرو

✓ قدرت تفکیک = Resolving Power :

باز گردیم به تداخل سنج فابری - پرو، یک تجزیه گر نوری است یعنی طول موجها را از هم جدا می‌کند. اکنون می‌خواهیم بینیم $\Delta\lambda$ یا کوچکترین اختلاف طول موجی که یک تداخل سنج می‌تواند تشخیص دهد چقدر است. فرض کنید دو طول موج λ و λ' را بطور همزمان به تداخل سنج فابری - پرو می‌دهیم. تداخل سنج نوارهای مثلاً شماره ده را از هم جدا می‌کند. آنگاه فهمیم که نوری که از آن استفاده کرده‌ایم هم شامل λ است و هم شامل λ'. اما اختلاف λ و λ' تا چه حدی می‌تواند کوچک باشد که دستگاه تداخل سنج آن را تشخیص ندهد. بنابراین مشخصه را تحت عنوان $\Delta\lambda$ تعریف می‌کنیم.

وقتی اختلاف طول موج‌ها را به تجزیه گر می‌دهیم، تداخل سنج، در تفکیک طول موجها، کوچکترین فاصله طول موجی که می‌تواند تشخیص دهد حد تفکیک است.

در واقع حد تفکیک در یک دستگاه، توانایی تشخیص کوچکترین فاصله طول موجی توسط دستگاه است.

در عمل برای اینکه حد تفکیک را طرح کنند، از کمیت دیگر بصورت $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ استفاده می‌نمایند.

$$\lambda_m = \frac{\lambda + \lambda'}{2} \qquad R.P = \frac{\lambda_m}{\Delta\lambda} = \frac{\nu}{\Delta\nu} = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} = \frac{\omega}{\Delta\omega}$$

$\Delta\lambda$ حد تفکیک است و λ_m طول موج متوسط دو تا طول موج و R.P همان قدرت تفکیک.

علت اینکه قدرت تفکیک را برحد تفکیک یا $\Delta\lambda$ ترجیح داده ایم این است که در قدرت تفکیک، علاوه بر اختلاف دو تا طول موج ($\Delta\lambda$)، متوسط طول موجها که نماینده ناحیه طیفی مورد استفاده است، عملاً در محاسبات وارد شده است.

$\Delta\lambda$ این که در نظر می گیریم در چه ناحیه طیفی طول موجی است؟ اگر توجه کنیم خواهیم دید که این $\Delta\lambda$، گاهی اختلاف دو طول موج را در ناحیه مرئی می دهد و گاهی، همین اختلاف طول موج را در ناحیه میکروویو. پس این $\Delta\lambda$ از نقطه نظر اپتیکی همواره یک معنی نیست.

در ناحیه طول موجهای بلند، تفکیک طول موجها سخت تر از ناحیه طول موجهای کوتاه است. بنابراین برای اینکه مشخص کنیم این $\Delta\lambda$ را در چه ناحیه ای از طیف الکترومغناطیسی می خواهیم (در ناحیه نور مرئی یا در ناحیه میکروویو و ....) بجای حد تفکیک، از قدرت تفکیک استفاده می نمایم.

می خواهیم این مشخصه را (قدرت تفکیک) را برای تداخل سنج فابری پرو محاسبه کنیم.

— اما قبل از این کار، مطلبی را راجع به بحث صفحه ۱۱۴ جزوه ارائه می نمایم.

تیزی نوارهای تداخلی

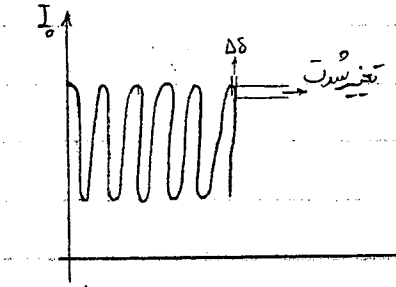
همانطور که در رابطه ① صفحه ۱۱۴ دیدیم، شدت I_T به ازای یک اختلاف فاز δ، بستگی به مقدار ضریب شرافت F دارد. F را برای دو حالتی که ضریب بازتابش آینه ها برابر با $r=0/2$ و $r=0/9$ است حساب می کنیم:

$$\begin{cases} r=0/2 & R=0/04 \end{cases} \qquad F=\frac{4R}{(1-R)^2}=\frac{4\times 0/04}{(1-0/04)^2}\cong 0/16 \xrightarrow{\text{پس}} F=0/16$$

$$\begin{cases} r=0/9 & R=0/81 \end{cases} \qquad F=\frac{4\times 0/81}{(1-0/81)^2}\cong 81 \xrightarrow{\text{پس}} F=81$$

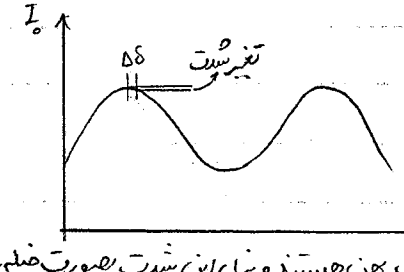
در شکل مقابل، در موقعیت ماکزیمم که دارای اختلاف فاز δ است، $\sin^2\delta$ یا همان $\sin^2\frac{\delta}{2}$ صفر است و این بدان معنی است که شدت برابر I_0 است.

هرگاه δ را به اندازه خیلی کوچک تغییر دهیم یعنی در کل فاز δ، یک ذره، اختلاف فاز را زیاد کنیم، تغییر شدتی حاصل خواهد شد که تقریباً قابل توجه است.



الف) نوارها، تیزتر و ظریف تر هستند و شدت بطور سریع کاهش یا افزایش می یابد.

در شکل ب مشاهده می شود که هر قدر توزیع شدت پهن تر باشد، به ازای یک تغییر جزئی در اختلاف فاز، تغییر شدت بسیار ناچیزی حاصل می گردد.



ب) نوارها، پهن هستند و بنابراین شدت بصورت خیلی آهسته کاهش یا افزایش می یابد.

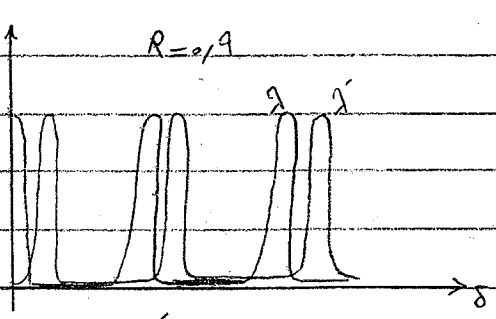
پس نتیجه می‌گیریم در نوارهای تمیز، یک اختلاف فاز بسیار کوچک، تغییر شدت بزرگی را در بر دارد. در صورتیکه در نوارهای کهن، همان مقدار تغییر اختلاف فاز δ، تغییر شدت بسیار کوچکی ایجاد می‌نماید.
به عبارت دیگر، نوارهای تمیز معادل است با تغییر شدت بزرگ به ازای تغییر فاز کوچک. در صورتیکه نوارهای کهن معادل است با تغییر شدت کوچکی به ازای تغییر فاز کوچک.

برای اینکه تغییرات شدت بزرگی داشته باشیم باید مخرج کسر ① در صفحه ۱۱۴ بزرگ باشد. تغییرات شدت بزرگ به ازای اختلاف فاز کوچک (δ $\sin^2\frac{\delta}{2}$ را در F ضرب می‌کنیم، هرچه F کوچک‌تر باشد تغییر شدت بزرگ خواهد بود.

یک اختلاف فاز بسیار کوچک $\Delta\delta$، $\sin$ را زیاد تغییر می‌دهد. برای اینکه I_T سریعتر تغییر کند باید F بزرگ باشد.
پس برای حصول تغییر شدت بزرگ به ازای $\Delta\delta$ کوچک، لازم است که F بزرگ باشد. زمانی F بزرگ خواهد بود که قابلیت بازتابش R بزرگ باشد. پس نتیجه می‌گیریم که هرگاه در تداخل سنج فابری - پرو، قابلیت بازتابش آینه‌ها را بالا ببریم، تغییرهای شدت بزرگی به ازای تغییر فازهای کوچک تولید خواهد شد. این به معنای تمیزی در نوارها است.
یا به عبارت دیگر، هرقدر قابلیت بازتابش R در آینه‌ها بیشتر باشد تمیزی نوارها نیز بیشتر خواهد بود و این مهمترین مسئله قابل دقت است.

دوباره به بحث اصلی بازمی‌گردیم:

قدرت تفکیک در تداخل سنج فابری - پرو:
قبل از هر اسبات، شدت را برای یک ضریب ظرافت معین برحسب δ رسم می‌کنیم.
F معین یعنی دستگاه‌هایی دارای آینه‌هایی با قابلیت بازتابش معین هستند.



نمودار شدت برای طول موج λ

در یک تداخل سنج فابری - پرو که دارای آینه‌هایی با قابلیت بازتابش بزرگی هستند، دو طول موج معین λ و λ' را وارد می‌کنیم. نوارهای معین از این دو طول موج در شکل فوق رسم شده است. فرض کنیم در این نمودار، منحنی خودکار آبی، مثلاً نوار پنجم طول موج λ باشد و منحنی مداد مشکی، نوار پنجم طول موج λ'.
نمودار خودکار آبی برای طول موج λ

در این تداخل سنج فابری - پروی معین می‌توانیم برای این دو طول موج چنین رابطه‌ای بنویسیم:

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$$

F نیز چنین تعریف شده است:

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

همانطور که دیدیم، در یک تداخل سنج فابری - پرو، هرگاه قابلیت بازتابش R افزایش یابد به تبع آن ضریب ظرافت

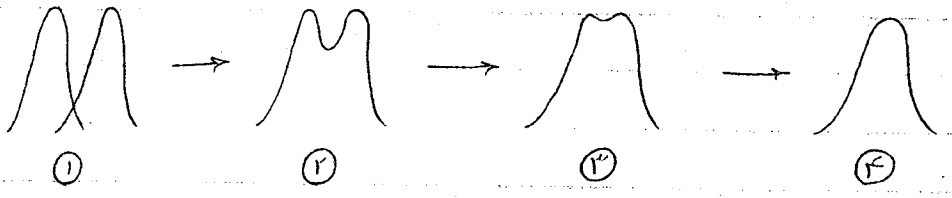
F بیشتر زیاد خواهد شد، نوارها تیزتر می‌گردند.

$$\text{برای طول موج } \lambda \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}$$

$$\text{برای طول موج } \lambda' \Rightarrow \frac{I'}{I_0} = \frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta'}{2}}$$

اگر λ و λ' را هم‌تر دیک کنیم یعنی $\Delta\lambda$ را کوچک کنیم. دو نوار منحنی صفحه قبل هم‌تر دیک‌تر خواهند شد. می‌خواهیم ببینیم چه‌تر دیک‌سازی این دو تا طول موج هم چقدر است.

وقتی $\Delta\lambda$ کوچک می‌شود دو نوار آبی و مشکی هم‌تر دیک می‌شوند و پس از مدتی یک تلاقی با هم خواهند داشت. اگر $\Delta\lambda$ باز هم کوچکتر شود این دو نوار باز هم هم‌تر دیکتر خواهند شد بنابراین با کوچکتر شدن $\Delta\lambda$، اشکال زیر حاصل می‌گردند. اشکالی که دارای یک نقطه تلاقی هستند، نشان می‌دهند که دو طول موج روی هم افتاده است.

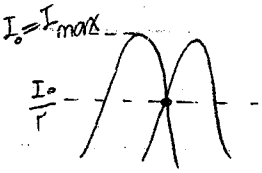


شکل ④ حالتی است که می‌توانیم دو تا طول موج را از هم تشخیص دهیم.
از نقطه نظر رویت نورها، اگر λ را به λ' تر دیک نیم یا برعکس λ' را به λ تر دیک کنیم. حاصل نوارهای ایجاد شده، یکی از اشکال فوق خواهد بود. و اگر λ و λ' بسیار بسیار هم‌تر دیک شده باشند دو طول موج روی هم افتاده و از هم قابل تشخیص نخواهند بود. (شکل ④)
اگر کسی به اشکال ①، ② و ③ نگاه کند متوجه خواهد شد که از دو طول موج تر دیک هم تشکیل یافته‌اند.

در اپتیک و اسپکتروسکوپی، ضابطه‌ای داریم بنام ضابطه ایری.

✓ ضابطه ایری: طبق ضابطه ایری، در تر دیک‌سازی دو طول موج همدیگر در تداخل سنج فابری - پرو، موقعی که محل تلاقی منحنی شدت این دو طول موج، از لحاظ شدت، از نصف شدت ماکزیمم در روی هر یک از منحنی‌ها کمتر یا حداکثر مساوی با نصف شدت ماکزیمم باشد. نوارهای تداخلی آنها قابل تفکیک از هم خواهند بود.
این ضابطه از طریق تجربه حاصل شده است.

اکنون به زبان ریاضی:
می‌خواهیم شدت نقطه تلاقی را در حد تفکیک حساب کنیم.



$\delta=\delta_1$ $\quad \delta'=\delta_2$

در نقطه تلاقی: $I=\frac{I_0}{2}+\frac{I_0}{2}=\frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}+\frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta'}{2}}$

$$\frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta}{2}}+\frac{I_0}{1+F\sin^2\frac{\delta'}{2}}=I_0 \qquad \frac{1}{F\sin^2\left(\frac{\delta'-\delta}{4}\right)}=1$$

$$F\sin^2\left(\frac{\delta'-\delta}{4}\right)=1 \qquad \sin\frac{\delta'-\delta}{4}=\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$F\sin^2\left(\frac{\Delta}{4}\right)=1 \qquad \Delta=\delta'-\delta$

اما $(\delta'-\delta)$ چه مقداری است؟

$$\delta=k\Delta=\frac{2\pi}{\lambda}\,2d\cos\theta \qquad \delta=\frac{4\pi d}{\lambda}\cos\theta$$

θ را چون زاویه‌ای کوچک در نظر می‌گیریم یا عبارتی برای تابش نزدیک به عمود در آینه می‌توانیم $\cos\theta$ را برابر با یک اختیار کنیم: $\cos\theta\approx 1$

$$\delta=\frac{4\pi d}{\lambda} \qquad \delta'=\frac{4\pi d}{\lambda'} \qquad \delta'-\delta=4\pi d\left(\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}\right)$$

$\lambda=\frac{c}{\nu}$ $\rightarrow$ $\delta'-\delta=4\pi d\left(\frac{\nu'}{c}-\frac{\nu}{c}\right) \qquad \delta'-\delta=\frac{4\pi d}{c}\Delta\nu$

مشاهده می‌شود که $\frac{\delta'-\delta}{4}$ زاویه بسیار کوچکی است پس می‌توانیم بجای سینوس، از خود زاویه استفاده کنیم:

$$\frac{\delta'-\delta}{4}=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad \frac{\pi d}{c}\Delta\nu=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad \times\frac{2}{2} \rightarrow \frac{2\pi d}{2c}\Delta\nu=\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$$\Delta\nu=\frac{c}{nd\sqrt{F}}$$

$2\pi\Delta\nu=\Delta\omega \rightarrow \frac{d\Delta\omega}{2c}=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad (2)$

$2d=m\lambda$ شرط تداخل سازنده: $\quad$ پس $\quad d=\frac{m\lambda}{2}$

$$(2)\rightarrow \frac{m\lambda\Delta\omega}{4c}=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad \frac{\lambda}{c}=\frac{1}{\nu} \rightarrow \frac{m}{4}\frac{\Delta\omega}{\nu}=\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$$\rightarrow \times\frac{2\pi}{2\pi} \rightarrow \frac{m}{4}\frac{2\pi\Delta\omega}{2\pi\nu}=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad \frac{m}{4}2\pi\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{1}{\sqrt{F}}$$

$$\frac{m\pi}{2}\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{1}{\sqrt{F}} \qquad \frac{2\omega}{m\pi\Delta\omega}=\sqrt{F} \qquad R.P=\frac{\omega}{\Delta\omega}\rightarrow$$

$$\frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{mn\sqrt{F}}{2} \qquad R.P = \frac{mn\sqrt{F}}{2} \longrightarrow F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

$$R.P = \frac{mn}{2}\sqrt{\frac{4R}{(1-R)^2}} = \frac{mn}{2}\,\frac{2\sqrt{R}}{1-R}$$

$$\boxed{R.P = \frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{mn\sqrt{R}}{1-R}}$$

قدرت تفکیک :

لازمهٔ قدرت تفکیک بالا این است که قابلیت بازتابش R بزرگ باشد.

دقیقاً همان چیزی است که قبلاً دیدیم.

خلاصه اینکه : پس از رابطهٔ فوق ، اولین نتیجه R است. برای افزایش قدرت تفکیک در تجربهٔ گر فابری - پرو باید قدرت بازتابش آینه ها افزایش یابد. (R را بزرگتر کنیم ، نوارها تیزتر خواهد شد.)
لازمهٔ افزایش قدرت تفکیک ، افزایش قابلیت بازتابش آینه‌ها و یا تیز بودن یا باریک کردن نوارهای تداخلی است.

یکی دیگر از عوامل افزایش قدرت تفکیک ، بالا بردن شمارهٔ نوارهای تداخلی است که این امر با مشکل تلاقی ردیف ها همراه خواهد بود.

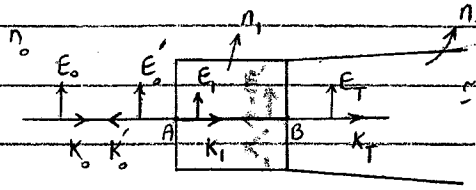
قابلیت بازتابش آینه‌های معمولی کمتر از ٪ ۹۰ است.
قابلیت بازتابش آینه هایی که در فابری - پروی لیزر بکار می رود ٪ ۹۹٫۹۵ است.

چگونه می توان آینه‌ای ساخت که قابلیت بازتابش بالایی داشته باشد.

دستیابی به قابلیت بازتابش بالا : مهم
یکی از روشهایی که برای افزایش یا کنترل قابلیت بازتابش مورد استفاده قرار می گیرد ، ساخت آینه های لایه ای است. در این روش آینه را بجای اندود کردن ، لایهٔ نازکی از یک مادهٔ نازک را انتخاب می کنند و با دستکاری در ضخامت و جنس ماده قابلیت بازتابش آن را تغییر می دهند.
برای اینکه بتوانیم مسئله را شکل دهیم باید ببینیم وقتی نور بر لایهٔ نازک می تابد ، چگونه از آن عبور می کند و چگونه بازتابش می یابد. تا با کنترل آن بتوانیم به قابلیت های بازتابش بالا دست یابیم.

اندرکنش نور با لایهٔ نازک :
چون عملاً آینه ای با ضخامت چند آنگستروم نمی توانند در مقابل هوا مقاومت کند و سر پا بایستد بنابراین پایه ای را

انتخاب کرده و یک لایه نازک از آنرا در روی آن می خوابانیم. ضریب شکست لایه را n و ضخامت آن را l در نظر می گیریم. ضریب شکست پایه n_T و ضریب شکست محیطی که لایه در آن قرار گرفته، n_0 است. پرتو نوری را در نظر می گیریم. میدان الکتریکی این پرتو، E_0 و امتداد انتشارش عمود بر لایه است K_0.



وقتی این پرتو نور تابشی به نقطه A می رسد قسمتی از نور از نقطه A بازتابش می نماید. (قرمز) میدان الکتریکی نور بازتابش E'_0 است و امتداد انتشارش K'_0.

در همین نقطه A، قسمتی از نور وارد لایه نازک می گردد (مشکی) میدان الکتریکی نور عبوری به لایه، E_1 و امتداد انتشارش K_1 است.

نور داخل لایه به سطح جدایی لایه با پایه می رسد یعنی به نقطه B. در نقطه B نیز قسمتی از پرتو انعکاس می یابد و دوباره به داخل لایه نازک بازمی گردد. (صورتی) میدان الکتریکی این پرتو E'_1 و امتداد انتشارش K'_1 است. پرتوی هم که از نقطه B عبور کرده و وارد پایه شده است با امتداد هم گردیده است. میدان الکتریکی این پرتو E_T و امتداد انتشارش K_T است.

در سطح اول و دوم این فیلم نازک، باید اصل پیوستگی میدان ها را بنویسیم:

$$\begin{cases} E_0 + E'_0 = E_1 + E'_1 & (1) \quad \text{سطح اول} \\ H_0 - H'_0 = H_1 - H'_1 & (2) \end{cases}$$

میدان های مغناطیسی دارای یک علامت منفی نیز هستند که این علامت مربوط به اختلاف فاز 180° است که میدان ها موازی سطح این اختلاف فاز را ندارند ولی میدان های عمود بر سطح این اختلاف فاز را دارند.

در رابطه بالا، میدان های مغناطیسی را با میدان الکتریکی مربوط به آن جایگزین می کنیم:

$$K \times E = -\mu_0 H \qquad \nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \qquad K \times E = \omega \mu_0 H$$

رابطه دوم بر حسب ضریب شکست:

$$n_0 E_0 - n_0 E'_0 = n_1 E_1 - n_1 E'_1 \qquad (2')$$

چون محیط های ایستگی را غیر مغناطیسی در نظر می گیریم بنابراین μ در مواد ایستگی برابر یک است.

میدان در سطح دوم لایه نازک، در هنگام ورود به A، میدان را E_1 نامیدیم، E_1 پس از طی مسافت داخل لایه به نقطه B رسید. مسلماً میدان در نقطه B، اختلاف راه و به تبع آن اختلاف فازی دارد. اگر میدان در لحظه ورود به A، E_1 باشد در نقطه B که طول l را پیموده است میدان خواهد بود:

$\varphi = K_1 l$

رابطه پیوستگی میدان‌ها در سطح دوم لایه نازک :

$$E_1 e^{iK_1 l} + E_1' e^{-iK_1 l} = E_T \qquad (۳)$$

($E_1 e^{iK_1 l}$: میدان تابشی به سطح دوم ، $E_1' e^{-iK_1 l}$: میدان بازتابشی از سطح دوم.)

(فرض کردیم که پاسخ انتخابی آن‌قدر بزرگ است که نور وارد شده به آن دیگر بازنمی گردد.)

$$H_1 e^{iK_1 l} - H_1' e^{-iK_1 l} = H_T \qquad n_1 E_1 e^{iK_1 l} - n_1 E_1' e^{-iK_1 l} = n_T E_T \qquad (۴)$$

اما ضریب بازتابش فیلم چقدر است ؟ $r = ?$

ضریب عبور فیلم : $t = \frac{E_T}{E_0}$ ، ضریب تابش فیلم : $r = \frac{E_0'}{E_0}$

می توانیم از چهار معادله ① ، ② ، ③ و ④ ، r و t را حساب کنیم.
اگر در این چهار رابطه ، E_1 و E_1' را حذف کنیم و در دو رابطه مانده ، $\frac{E_0'}{E_0}$ و $\frac{E_T}{E_0}$ را تشکیل دهیم r و t حاصل خواهد شد.

در نهایت خواهیم داشت : (ضخامت لایه)

$$\begin{cases} 1 + \frac{E_0'}{E_0} = \left(\cos K_1 l - i\frac{n_T}{n_1}\sin K_1 l\right)\frac{E_T}{E_0} \\ n_0 - n_0\frac{E_0'}{E_0} = \left(-i n_1 \sin K_1 l + n_T \cos K_1 l\right)\frac{E_T}{E_0} \end{cases}$$

$\sin$ و $\cos$ ها از بسط $\exp$ ظاهر شده است.

روابط فوق به شکل ماتریسی چنین خواهند بود :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -n_0 \end{bmatrix}\frac{E_0'}{E_0} = \begin{bmatrix} \cos K_1 l & \frac{-i}{n_1}\sin K_1 l \\ -i n_1 \sin K_1 l & \cos K_1 l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ n_T \end{bmatrix}\frac{E_T}{E_0}$$

(مشخصات لایه ← ، ↑ خصوصیات پایه)

ماتریس دو در دوی بالا را با M نمایش می دهیم :

$$M = \begin{bmatrix} \cos K_1 l & \frac{-i}{n_1}\sin K_1 l \\ -i n_1 \sin K_1 l & \cos K_1 l \end{bmatrix}$$

این ماتریس ، ماتریس انتقال نامیده می شود و مشخصات فیلم نازک را در بر دارد ، از جمله ضخامت و ضریب شکست فیلم - که خصوصیات لایه را نسبت به تابش و عبور آن نشان

$$\rightarrow \begin{bmatrix}1\\ n_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\ -n_0\end{bmatrix} r = M \begin{bmatrix}1\\ n_T\end{bmatrix} t$$

M را در حالت کلی بصورت $\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}$ نمایش می‌دهند.

$$\begin{bmatrix}1\\ n_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\ -n_0\end{bmatrix} r = \begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix} \begin{bmatrix}1\\ n_T\end{bmatrix} t \rightarrow \begin{cases} 1+r = (A+Bn_T)t \\ n_0 - n_0 r = (C+Dn_T)t \end{cases}$$

از حل این دو معادله دو مجهول r و t خواهند بود.

$$r = \frac{An_0 + Bn_T n_0 - C - Dn_T}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T} \qquad t = \frac{2n_0}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T}$$

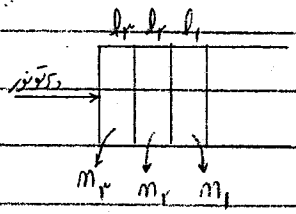
در این دو رابطه، A، B، C و D مربوط به M کل لایه نازک است. M کل نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$M = M_2 M_1$$

(استاد)

M کل یا ماتریس انتقال مجموعه‌ای از لایه‌ها، از طریق ضرب ماتریس ماتریس انتقال لایه‌ها شکل خواهد گرفت. در این ضرب ماتریس، ترتیب قرارگیری ماتریس‌ها برحسب اثرگذاری لایه‌ها بر روی نور خواهد بود. هر لایه‌ای که اولین اثر را روی نور می‌گذارد، در ماتریس انتقال (M کل) آخرین جزء در حاصلضرب خواهد بود.

مثلاً برای سه لایه داریم:



$$m = \begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix} = m_1 m_2 m_3$$

(m_3 اولین تاثیر را از نور می‌گیرد پس آخرین جزء حاصلضرب است.)

$m =$

با توجه به این صحبت‌ها می‌توانیم یکی از کاربردها را چنین مطرح کنیم:

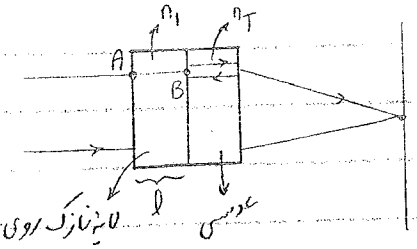
لایهٔ ضدبازتاب: Anti Reflection layer

می‌خواهیم لایه‌ای ایجاد کنیم که هر نوری که بدان می‌تابد دیگر بازتابش نکند.

هنگامه نور به سطح عدسی دوربین عکاسی بتابد و از دو سطح آن بازتابش نماید درصورتی که این پرتوهای بازتابش در نقطه‌ای مانند A با هم تداخل سازنده داشته باشند، عدسی یک سطح روشن دیده خواهد شد. اما این حجم نور انی چون خیلی به عدسی نزدیک است، عدسی پرتوهای آن را در فاصلهٔ دور جمع خواهد کرد. اما از آنجا که در پشت عدسی، فیلم عکاسی قرار دارد، پرتوهایی که قرار بود در فاصلهٔ دور روی هم جمع شوند روی فیلم قرار خواهند گرفت در نتیجه یک زمینهٔ روشن در فیلم حاصل خواهد شد و تصویر واضحی به دست نخواهد داد.

(استاد)

پس بازتابش روی سطوح عدسی‌های دوربین‌های عکاسی می‌تواند با تداخل سازندهٔ خود یک نور اضافی در روی فیلم عکاسی بوجود بیاورند که به عنوان نور زمینه از وضوح تصویر ایجاد شده خواهد کاست.



پس باید چکار کنیم.
لایه نازکی را روی سطح عدسی قرار می دهیم.
لایه های نازک را پیش از این نیز با ضریب شکست n_1 و ضخامت l انتخاب کردیم.
اکنون باید چنان کنیم که بازتابش بر سطح اول لایه نازک نباید.
سطح دوم لایه نازک نیز سطح اول عدسی است.

$\Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$: بازتابش در نقطه A و درست در همان نقطه.

$\Delta_2 = 2n_1 l + \frac{\lambda}{2}$: اختلاف راه نوری که از A به نقطه B رسیده است و در B منعکس شده و دوباره به A رسیده است.

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2n_1 l + \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 2n_1 l = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

شرط تداخل ویرانگر : $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$: فرض کنیم $n_1 < n_T$

چون می خواهیم بر روی عدسی نور اضافی ایجاد نشود بنابراین از شرط تداخل ویرانگر استفاده می کنیم.

$$2n_1 l = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

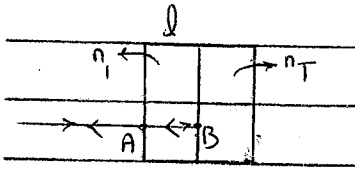
برای اینکه m بزرگ باشد باید l را بزرگ انتخاب کنیم. اما کسی فیلم با ضخامت بالا انتخاب نمی کند. بلکه کوچکترین ضخامتی از لایه را انتخاب می کنیم که این شرط برقرار باشد و آن زمانی است که $m=0$ است.
$m=0$ کوچکترین ضخامت فیلم برای تداخل ویرانگر است.

$$2n_1 l = \frac{\lambda}{2} \qquad n_1 l = \frac{\lambda}{4} \qquad \delta = k_1 l = k\Delta = \frac{\pi}{2}$$

هرگاه لایه نازکی روی عدسی دوربین قرار دهیم بطوریکه ضریب شکست لایه، n_1 و ضخامتش l باشد، درصورتی که حاصلضرب این دو یعنی $n_1 l$، $\frac{1}{4}$ طول موجی باشد که آن تابیده است تمام نورهایی که از سطح اول و دوم منعکس شده اند اثر همدیگر را خنثی خواهند نمود.
اکنون نوری که از سطح دوم لایه نازک منعکس شده بود از بین رفته است. پس آیا نوری که از سطح دوم عدسی بازتابش می یابد، نوری خواهد یافت که با آن تداخل سازنده نماید؟ مسلماً خیر.
پس ما اثر حاصل از بازتابش در عدسی را از بین بردیم. این لایه نازک که به این صورت روی عدسی قرار می گیرد، لایه ضد بازتاب می باشد.

پس به این ترتیب لایه ضدبازتاب به این علت در سیستم بکار می رود که یکی از بازتابش های سطح عدسی را حذف کند تا امکان تداخل سازنده با بازتابش از سطح دوم را از بین ببرد.

همانطور که قبلاً دیدیم، یک بازتابش از سطح اول لایه داشتیم و یک بازتابش از سطح دوم لایه (سطح اول عدسی) بطور یک این دو بازتابش را در نقطهٔ A تداخل ویرانگر دادیم. در این حالت بازتابش از سطح اول عدسی را از بین بردیم اما این زمانی تکمیل می شود که دامنه یا شدت دو تا موج بازتابی در A و B باهم برابر باشند.



اگر این دو شدت باهم مساوی نباشند، اختلاف تاریکی باز هم نوری باقی خواهد گذاشت.

پس علاوه بر ایجاد تداخل ویرانگر، دامنه بازتابش های A و B در نقطهٔ A، لازم است که این دو بازتابش، از نظر دامنه نیز باهم برابر باشند.

برای این منظور، ضریب بازتابش را برحسب مؤلفه های ماتریس انتقال چنین مطرح می کنیم:

$$r=\frac{An_0+Bn_Tn_0-C-Dn_T}{An_0+Bn_Tn_0+C+Dn_T}$$

ماتریس انتقال

$$M=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos k_1l & \frac{-i}{n_1}\sin k_1l\\ -in_1\sin k_1l & \cos k_1l\end{bmatrix}$$

$\cos\frac{\pi}{2}=0$ ، $-\frac{i}{n_0}\times 1$ ، $-in_1\times 1$ ، 0

وقتی لایه نازک، n_1l را برابر با $\frac{\lambda}{4}$ قدری دهم یعنی اختلاف فاز برابر $\frac{\pi}{2}$ است (n_1l همان راه نوری است.)

$$\Delta=n_1l \qquad \delta=\frac{\pi}{2}=k_1l$$

از جایگذاری $k_1l=\frac{\pi}{2}$ در ماتریس انتقال داریم:

$$M=\begin{bmatrix}0 & \frac{-i}{n_1}\\ -in_1 & 0\end{bmatrix}$$ ماتریس انتقال لایه

اگر ضریب بازتابش را بیابیم داریم:

$$r=\frac{0\times n_0+\left(\frac{-i}{n_1}\right)n_Tn_0-(-in_1)-0\times n_T}{0\times n_0+\left(\frac{-i}{n_1}\right)n_Tn_0-in_1+0\times n_T}=\frac{\frac{-in_0n_T}{n_1}+in_1}{\frac{-in_Tn_0}{n_1}-in_1}=\frac{-in_0n_T+in_1^2}{-in_Tn_0-in_1^2}$$

$0=1-1$

$$r=\frac{n_0n_T-n_1^2}{n_0n_T+n_1^2}=\frac{n_T-n_1^2}{n_T+n_1^2}$$

اما می خواهیم تداخل ویرانگر ما کامل باشد یعنی ضریب بازتابش صفر گردد پس داریم:

$r=0 \longrightarrow n_0 n_T - n_1^2 = 0$ $\quad n_0 \cong 1$ هوا $\xrightarrow{\text{پس}}$ $n_1 = \sqrt{n_T}$

پس برای اینکه عملاً، جنس داشتن تداخل ویرانگر، داشته دو موج نیز باهم برابر باشند باید لایه نازک مورد استفاده، دارای ضریب شکستی برابر با جذر ضریب شکست عدسی مورد استفاده در دوربین باشد.

معمولاً ضریب شکست شیشه ها در حدود ۱/۵ است. پس ضریب شکست لایه نازک نیز می تواند در حدود ۱/۲۲ $\cong n_1 \cong$ ۱/۳۵ باشد. لایه ای با این ضریب شکست معمولاً از جنس فلوئور منیزیم ساخته می شود.

نقش طول موج در رابطه $n_1 d = \frac{\lambda}{4}$ ظاهر می شود. یعنی باید ضریب شکستی انتخاب شود که هرگاه در ضخامت لایه ضرب گردد، برابر با یک چهارم طول موجی باشد که در سیستم کار رفته است. پس برای هر طول موج مخصوص حتی اگر جنس ماده نیز تغییر نکرده باشد، باید ضخامت لایه را چنان تعیین کنیم که این رابطه برقرار باشد.

همانطور که می دانیم نور بکار رفته در عکاسی، نور سفید است که دارای طول موجهای مختلفی است. اما برای اینکه دوربین ها از آن تمام شود عدسی آن را نسبت به یک طول موج، ضد بازتاب می کنند. و از آنجا که حساس ترین رنگ نور برای دوربین ها، رنگ بنفش است لذا برای دوربین های معمولی، این عمل حذف را برای نور بنفش انجام می دهند.

چرا وقتی عدسی را برای رنگ بنفش ضد بازتاب می کنیم، رنگ عدسی را زرد مایل به قهوه ای مشاهده می کنیم؟ وقتی به عدسی نگاه می کنیم، متوسل می شویم به نورهای بازتابشی از عدسی. (در واقع وقتی جسمی را می بینیم این نورهای بازتابشی از آن جسم است که به چشم به ما می رسند و ما این نورهای بازتابشی را می بینیم.) این نورهای بازتابشی از عدسی، می بایست سفیدی بودند اما در خواهند ضد بازتاب نمودن عدسی، از این نورهای سفید، بنفش را حذف کردیم. بنابراین آنچه باقی مانده است عبارتست از کلیه نورهای تشکیل دهنده نور سفید به غیر از بنفش، که ترکیب این نورها، نور زرد مایل به قهوه ای را به وجود می آورد.

در دوربین های نجومی، بجای فیلم، در پشت عدسی، چشم انسان قرار می گیرد. پس برای ضد بازتاب کردن عدسی دوربین های نجومی، باید به حساس ترین رنگ در چشم توجه کنیم. حساس ترین نور در چشم انسان در ناحیه سبز، نور زرد است پس اگر نور زرد را از مجموعه نور سفید حذف کنیم، نورهای باقیمانده ترکیب شده و به بنفش مایل، ارغوانی میل خواهد کرد.

برخی مواقع به عکسها یا فیلم هایی برمی خوریم که از وضوح تصویر بسیار بالایی برخوردارند. چرا که در زمینه عکس، اکثر رنگ های مزاحم حذف شده اند. این امر بخاطر این است که در عدسی چنین دوربین هایی، بجای قرار دادن، تنها یک لایه ضد بازتاب بر روی عدسی، از چندین لایه ضد بازتاب استفاده می نمایند که هر لایه، یک رنگ بازتابشی

را صرف می نماید.

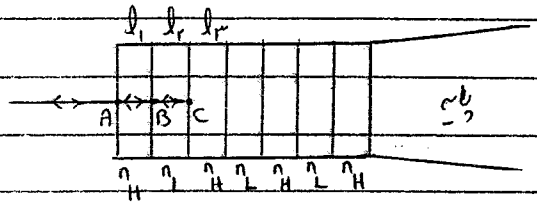
چگونه می توان آینه ای ساخت که قابلیت بازتابش آن بسیار نزدیک به یک باشد در واقع قابلیت بازتابش آن در حدود صد درصد باشد؟

آینه هایی با قابلیت بازتابش خیلی بالا - Mirrors with high Reflectivity :

در اینجا متوسل خواهیم شد به آینه هایی که به آینه های چندلایه ای معروفند.

برای تشکیل آینه های چندلایه ای پایه ای را انتخاب نموده و چندین لایه از مواد دارویی آن می دهند. معمولاً علاوه بر پایه، تعداد لایه هایی که روی پایه قرار می گیرد، فرد است.

در اینجا ۷ لایه روی هم قرار داده ایم. لایه اول دارای ضریب شکست بالایی است که آن را با n_H (مخفف n_{High}) نشان می دهیم. ولایه دوم دارای ضریب شکست پایینی است که آن را هم با n_L (مخفف n_{Low}) نشان می دهیم. ضریب شکست لایه سوم بالا است و همینطور ادامه می دهیم و بطور یک در میان ضریب شکست لایه ها را کم و زیاد انتخاب می کنیم.



نوری را به اولین لایه در محل نقطه A می تابانیم. قسمتی از نور بازتابش یافته و قسمتی وارد اولین لایه می شود. عرض لایه را طی نموده و به نقطه B می رسد. در نقطه B مجدداً قسمتی از نور بازتابش یافته و قسمتی عبور می نماید. اگر بتوانیم انعکاس در نقطه B را به انعکاس در نقطه A بیفزاییم، انعکاس کل افزایش خواهد یافت. نور عبور کرده در نقطه B عرض لایه را طی کرده و به C می رسد. در C قسمتی از نور وارد لایه بعدی شده و قسمتی دیگر بازتاب می نماید. در اینجا نیز کاری می کنیم تا انعکاس در نقطه C به انعکاس در نقطه B افزوده شود.

پس کاری خواهیم کرد که بازتابشهای مرزی بین آینه ها یا لایه ها، به بازتابش اولمان افزوده شود. به این ترتیب ما عملاً مقدار بازتابش اولمان را بالا می بریم و هرقدر تعداد لایه ها را زیاد کنیم، تعداد نورهای بازتابی نیز افزایش یافته و در کل بازتابش نهایی افزایش خواهد یافت. در واقع هرچه تعداد لایه ها بالا برود، قابلیت بازتابش مجموع نیز افزایش خواهد یافت.

این افزایش از طریق تداخل سازنده پدید می آید. یعنی باید نور بازتابی از B با نور بازتابی از A تداخل سازنده نماید.

برای ایجاد تداخل سازنده، باید اختلاف راه، مضرب صحیحی از طول موج باشد.

مشاهده می شود که انعکاس نور در نقطه A است. در نقطه A، قسمتی از نور وارد محیط دوم شده و قسمتی

بازتاب نموده است.

چون نور از محیط رقیق روی محیط غلیظ، بازتابیده شده است.) $\Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$ ⟵ بازتابش در نقطهٔ A بدون طی مسیر (اختلاف راه در این نقطه صفر)

$$\Delta_2 = 2n_H l_1$$ اختلاف مسیر پرتوهای بازتابیده در نقطهٔ A و B

نور است که یکبار طول لایه اول را پیموده و به B رسیده و دوباره به A بازگشته است.

(در نقطهٔ B، نور از محیط غلیظ روی محیط رقیق بازتابش می‌یابد بنابراین راه فیزیکی $\frac{\lambda}{2}$ وجود خواهد داشت.)

$$\Delta_2 - \Delta_1 = 2n_H l_1 - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$ شرط تداخل سازنده

$(\Delta_2 - \Delta_1)$ اختلاف راه دو نوری است که در A روی هم افتاده‌اند.

باید شرط تداخل سازنده برقرار باشد:

$$2n_H l_1 - \frac{\lambda}{2} = m\lambda \qquad 2n_H l_1 = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

$$2n_H l_1 = 2m\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} \qquad 2n_H l_1 = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

m تعداد تداخل‌ها است و یا شمارهٔ نوارها است.

مسلماً کسی نمی‌آید لایه را ضخیم انتخاب کند تا رابطهٔ بالا برقرار باشد چون این کار مستلزم صرف هزینه‌های بالاست. پس سعی می‌شود که هدف خود را با کمترین ضخامت به انجام برسانیم یعنی m را برابر با صفر انتخاب کنیم. انتخاب $m=0$ یعنی چسبیدن به اولین تداخل سازنده.

$$m = 0 \qquad 2n_H l_1 = \frac{\lambda}{2} \qquad n_H l_1 = \frac{\lambda}{4}$$

اگر لایه اول را چنان انتخاب کنیم که وقتی که ضریب شکست آن را در ضخامتش ضرب می‌کنیم، حاصل $\frac{\lambda}{4}$ باشد بازتابش سطح اول و دوم بر هم افزوده خواهند شد.

به سراغ لایه دوم می‌رویم:

لایه دوم لایه‌ای است با ضخامت l_2 و ضریب شکست کم برابر با n_L. اگر کاری کنیم که بازتاب از نقطهٔ B با بازتاب از نقطهٔ C در مجاورت B، تداخل سازنده نماید خواهیم داشت:

$\Delta_1 = 0$ بازتابش در نقطهٔ B و در همان نقطه

چون بازتاب از محیط غلیظ روی رقیق انجام شده است پس فاز فیزیکی $\frac{\lambda}{2}$ را خواهیم داشت.

بازتابش نقطه c در B $\Delta_2 = 2n_L l_2 + \frac{\lambda}{2}$

در نقطه c بازتابش از محیط رقیق روی محیط غلیظ است.

$\Delta_2 - \Delta_1 = 2n_L l_2 + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ (شرط تداخل سازنده)

$2n_L l_2 = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$ $\quad 2n_L l_2 = 2m\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2}$ $\quad \Delta = 2n_L l_2 - m\lambda = \frac{\lambda}{2}$

چون کم ضخامت ترین لایه و بعد بزرگترین l را می خواهیم m را برابر با یک انتخاب می کنیم

$m=1$ $\quad 2n_L l_2 = \frac{\lambda}{2}$ $\quad n_L l_2 = \frac{\lambda}{4}$

مشاهده می شود که یکی $n_H l_1$ است (یعنی بزرگترین ضریب شکست در l_1) و یکی $n_L l_2$ است (یعنی کمترین ضریب شکست در l_2)، این نشان می دهد که باید $l_2 < l_1$ باشد چون هر دو عبارت $n_L l_2$ و $n_H l_1$ برابر با مقدار ثابت $\frac{\lambda}{4}$ است.

این عملیات را برای هر تعداد لایه می توانیم انجام دهیم اما شرط مهم این است که تعداد لایه ها بایستی فرد باشد.

اما چرا؟

جنس خود پایه از شیشه است. در واقع سطح روی پایه، سطحی است که آخرین لایه با ضریب شکست بزرگ را از پایه جدا می کند، یعنی خود پایه هم یک لایه محسوب می شود پس اینجا با اعتساب خود پایه، هشت تا سطح بازتابش داریم که یکی در میان بزرگ و کوچک شده اند

انتقال

پس با اعتساب پایه، $2N$ تا لایه داریم. اما این $2N$ لایه، N تا جفت لایه یا زوج لایه است. یک لایه با ضریب شکست بزرگ و یکی با ضریب شکست کوچک. پس اگر زوج زوج در نظر بگیریم. برای $2N$ لایه، N تا زوج لایه خواهیم داشت.

ماتریس انتقال این زوج لایه ها عبارتند از:

ماتریس انتقال دو لایه کلی:

$$M = \begin{bmatrix} \cos k_1 l & -\frac{i}{n_1}\sin k_1 l \\ -in_1 \sin k_1 l & \cos k_1 l \end{bmatrix}$$

در لایه اول داریم: $n_H l_1 = \frac{\lambda}{4}$ پس $k_1 l_1 = \frac{\pi}{2}$

برای لایه اول: $M_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{i}{n_H} \\ -in_H & 0 \end{bmatrix}$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-i}{n_L} \\ -in_L & 0 \end{bmatrix}$$: برای لایه دوم

ماتریس انتقال زوج لایه اول عبارتست از حاصلضرب این دو ماتریس انتقال:

$$M = M_2 M_1 \quad \text{زوج لایه} \qquad M_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-i}{n_L} \\ -in_L & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & \frac{-i}{n_H} \\ -in_H & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-n_H}{n_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_L}{n_H} \end{bmatrix}$$

ماتریس فوق، ماتریس انتقال یک زوج لایه است، ولی ما N تا زوج لایه داریم پس ماتریس انتقال کل برای همه لایه‌ها چنین خواهد بود:

$$M \text{ ماتریس کل} = \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} \frac{-n_H}{n_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_L}{n_H} \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} \left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N & 0 \\ 0 & \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

این ماتریس را از نقطه نظر خودمان با A، B، C و D نشان می‌دهیم. اما ضریب بازتابش چقدر است؟
می‌توانیم ضریب بازتابش r را با قابلیت بازتابش، مطرح کنیم.

$$R = |r|^2$$

A، B، C و D معلوم‌اند. با جاگذاری در r داریم:

$$R = |r|^2 = \left[\frac{A n_0 + B n_T n_0 - C - D n_T}{A n_0 + B n_T n_0 + C + D n_T}\right]^2 = \left[\frac{\left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N n_0 + 0 \times n_0 - 0 - \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N n_T}{\left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N n_0 + 0 \times n_0 n_T + 0 + \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N n_T}\right]^2$$

$n_0 = 1$ است و n_T ضریب شکست پایه می‌باشد. اما سعی کردیم ضریب شکست پایه را یک مقدار کم تر از یک n_L در نظر بگیریم.

$$R = |r|^2 = \left[\frac{\left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N - \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N}{\left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N + \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N}\right]^2$$

اگر تعداد لایه‌ها را بسمت بی‌نهایت میل دهیم خواهیم داشت:

$$N \sim \infty \longrightarrow R \to 1$$

و این یعنی اگر بی‌نهایت تا از این لایه‌ها را روهم قرار دهیم، لایه‌ای خواهیم داشت با قابلیت بازتابش ۱۰۰٪
اما این نهایت در فیزیک به چه معناست؟ عملاً در فیزیک با تعداد قابل قبولی بررسی می‌کنیم.

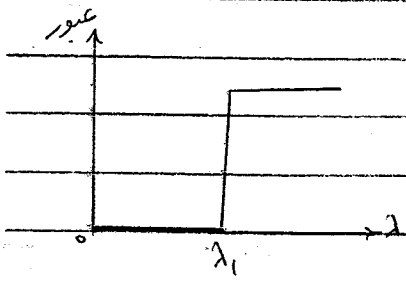
در عمل وقتی حدود ۳۵ لایه از این مواد را روی هم قرار داده اند آینه هایی با قابلیت بازتابش بیش از ٪۹۹/۹۵ حاصل شده است.

از دیگر کاربردهای لایه های نازک صافی تداخلی است:

صافی تداخلی - Interference Filter : نکته اسمی

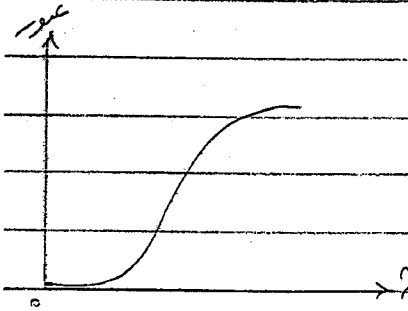
فیلترها معمولاً جداکننده طول موجها یا رنگ ها از هم می باشند

صافی ها معمولاً سه نوعند: ۱- صافی بالاگذر ۲- صافی میان گذر ۳- صافی پایین گذر

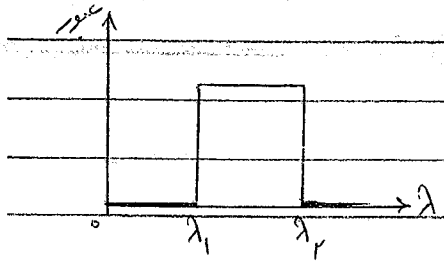


۱- صافی بالاگذر: فیلترهایی بالاگذر فیلترهایی هستند که تنها طول موجهای بالاتر از یک طول موج خاص را از خود عبور می دهند. منحنی عبور نسبت به طول موج برای این صافیها مطابق شکل مقابل است:

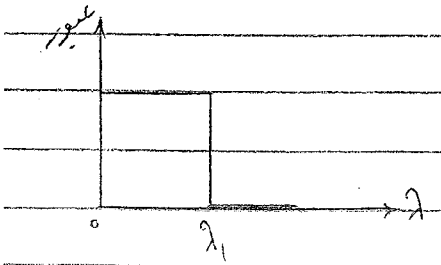
همانطور که از منحنی پیداست، عبور برای طول موجهای بالاتر از λ_1 خیلی بیشتر از طول موجهای پایین تر از λ_1 است.



اما صافی فوق یک صافی ایده آل است. اصولاً هیچ فیلتری وجود ندارد که چنین صافی عبور تمیزی داشته باشد. در عمل صافی عبور حاصل چنین می باشد:



۲- صافی میان گذر: فیلتری است که تنها طول موجهای موجود در یک محدوده طول موج خاص را از خود عبور می دهد. مطابق شکل مقابل:



۳- صافی پایین گذر: مطابق شکل مقابل فیلتری است که تنها طول موجهای کمتر از طول موج λ_1 را از خود عبور می دهد:

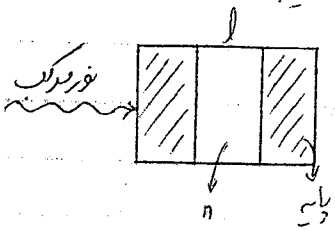
می شود

اگر فیلتر میان گذر به صورتی باشد که λ_1 و λ_2 برای آن بسیار کوچک باشند، آنگاه نوری که از فیلتر خارج می گردد

به نور تک رنگ نزدیک خواهد بود. (نور تک رنگ وجود ندارد اما نزدیک تک رنگ وجود دارد.)
پس می خواهیم تا جایی که ممکن است پهنای بین λ_1 و λ_2 را کم کنیم یعنی نوری از فیلتر میان گذر عبور نماید (تولید شود) که تا حد نور تک رنگ نزدیک باشد.

می دانیم که خالص ترین رنگها را لیزرها تولید می کنند. بعد از لیزرها، تولید کننده خالص ترین رنگهای نوری، فیلترهای تداخلی میان گذر می باشند.

مکانیسم این صافی ها بسیار جزیی می باشد:
برای ساخت صافی ها، از یک لایه نازک استفاده می نمایم. از آنجائیکه یک لایه نازک تنهایی معنا ندارد بنابراین پایه ای برداشته و لایه نازک را روی آن می دهیم. لایه ای با ضریب شکست n.



نوری که شامل محدوده ای از طول موجهاست
بر این لایه می تابانیم.
می خواهیم از این سیستم، فقط یک طول موج عبور نماید.

اکنون ما در حال یک فابری - پرو با ضخامت کم ساخته ایم. (ثابت)

معمولاً از تزویج دهنده های (تداخل سنج های) با ضخامت کم را اتالن می نامند. Etalon
اتالن ها، در لیزرها برای مدهای لیزری بکار می روند.

قبلاً دیدیم که در اتالن ها، کدام نور با ماکزیمم شدت، عبور می نماید؟

I_T را قبلاً چنین تعریف کرده ایم:

$$I_T = \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

شدت I_T وقتی ماکزیمم است که در مخرج سینوس برابر صفر باشد.

$$\sin \frac{\delta}{2} = 0 = \sin n\pi \qquad \frac{\delta}{2} = n\pi \qquad \delta = 2n\pi$$

$$\delta = k\Delta \qquad \Delta = 2nd\underbrace{\cos\theta}_{1} \qquad \Delta \simeq 2nd$$

درصورتی که $2nd = m\lambda$ برقرار باشد، در واقع شرط ماکزیمم عبور را برای طول موج λ به وجود آورده ایم.

پس اگر دو پرتو با اختلاف فاز ناشی از ضخامت لایه و شکست در ضریب شکستش برابر با $m\lambda$ باشد ماکزیمم عبور را خواهیم داشت.

برای اینکه فقط یک طول موج از لایه عبور نماید باید $m=1$ انتخاب گردد.

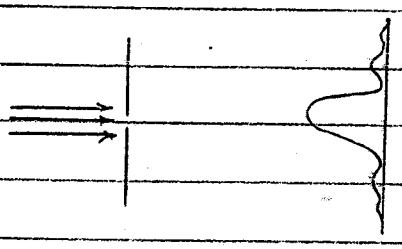
$$m=1 \qquad 2nd=\lambda \qquad nd=\frac{\lambda}{2}$$

این تساوی بیان معنی است که هر اندازه پرتو با نیم یا هر طول موج هم که باشد، تنها طول موجی از لایه عبور خواهد کرد که حاصلضرب ضخامت در ضریب شکست برابر با نصف آن طول موج باشد.

اگر $m=2$ باشد آنگاه $2nd=2\lambda$، در این حالت هم λ را عبور خواهد داد و هم دو برابر این طول موج را.

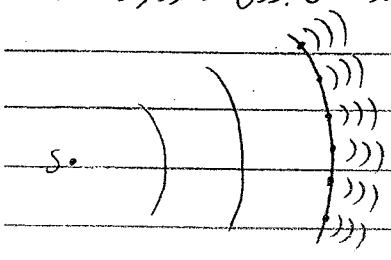
پراش یا تفرق :Differection

هرگاه پرتوهای نوری را از منفذهای با ابعاد کوچک (یعنی شکاف با قطر کوچک) بتابانیم به نظر می‌رسد نور بطور مستقیم از شکاف عبور کرده و خواهد شد و تصویری همان اندازه روی پرده تشکیل خواهد داد. در حالی که در عمل روی پرده چیزی نظیر شکل زیر را مشاهده می‌کنیم:



این پدیده که بعنوان خم شدگی نور نیز مطرح است، پراش نامیده می‌شود. پدیده پراش نوعی خود را بخوبی نمایان می‌سازد که نور در مسیر خود به موانعی با ابعاد بسیار کوچک برخورد نماید. (بتابد)

اصلی بنام اصل هوگنس داریم که طبق این اصل، هر نقطه روی جبهه موج خود یک منبع نانویه است. عملاً جبهه‌های موج از مجموعه‌ای از منابع تشکیل یافته است. هر نقطه روی جبهه خود یک منبع است. یا به عبارتی جبهه موج از بی‌نهایت منابع نانویه تشکیل یافته است. وقتی این بی‌نهایت منبع در فضای بزرگی قرار دارند، اثرات همگی در نقاط مقابلشان یکسان خواهد بود.



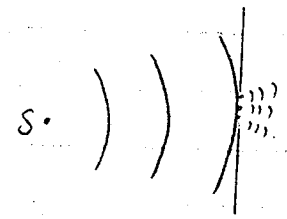
چون تعداد منابع نانویه بی‌نهایت است، اگر به A و B نگاه کنیم بیشترین دهدوره را تقریباً یکسان خواهیم دید. اما اگر این جبهه را کوچکتر نماییم، دیگر نقاط A و B مقابل جبهه را با شدت یکسان نخواهیم دید. این مسئله را پراش می‌گوییم.

اینکه هر جبهه موج از بی‌نهایت منبع نقطه‌ای تشکیل یافته است، همیشه وجود دارد اما این نقاط و معنی اثرات

موجی را نشان می دهند که آنها را به ایجاد کوچکی خود نمایم.
وقتی شکافی را در مقابل این جبهه های موج قرار می دهیم، آثار مشاهده شده در نقاط مقابل شکاف، با آثاری که برای یک جبهه موج بدون شکاف حاصل می شود متفاوت است.

پس تمامی منابع ثانویه از یک منبع حاصل می شوند بنابراین همگی با هم همدوسند و می توانند تداخل ایجاد نمایند.
اما زمانی که منبع ثانویه را کوچک انتخاب می نماییم آثار این تداخل متفاوت از حالتی است که منابع زیاد است یا منابع بزرگ است. این همان نتیجه پراش می باشد.
موقعی آثار حاصل از تداخل نقاط مختلف منبع می تواند متفاوت باشد که از منبع بزرگ، ابعاد کوچکی انتخاب گردد.

خلاصه اینکه: پراش به معنای تداخل امواج رسیده از منابع ثانویه ایجاد شده بر روی یک مانع با ابعاد کوچک است. وقتی بعد این مانع زیاد می شود به تدریج آثار پراش کاهش یافته و یک توزیع شدت یکنواخت جایگزین آثار پراش حاصل از یک مانع با بعد کوچک می شود.

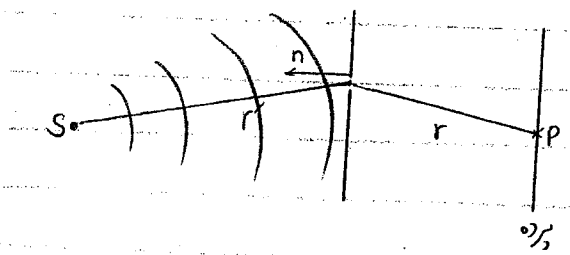


منظور از پراش این است که وقتی نور را بر مانعی می تابانیم هر نقطه از آن مانع خود یک منبع است که نوری از آن خارج می گردد. و روهم گذاری پرتو-های خروجی از آن منابع روی مانع تداخل را ایجاد خواهد کرد.

توجه کنید که منظور از ابعاد کوچک، ابعادی است قابل مقایسه با طول موج.

استاد
هرچه ابعاد شکاف یا مانع کوچکتر انتخاب شود، آثار پراش، خود را واضحتر نشان می دهد. باید توجه داشت که براساس منابع ثانویه اصل هوگینس هر منبع نقطه ای برای خود منابع ثانویه ایجاد می کند. و امواج حاصل از منابع ثانویه باهم تداخل می کنند. اما زمانی که ابعاد مانع کوچک باشد، این تداخل وضعیت خود را بهتر ظاهر خواهد کرد.

فرض کنید مانعی را به منبع S، بفاصله r قرار داده ایم. در طرف دیگر مانع پرده ای گذاشته ایم و نقطه P روی آن را در نظر می گیریم.



طبق اصل هوگینس، هر نقطه از شکاف، خود یک منبع ثانویه است که پرتو می فرستد. آثاری را که در P حاصل می شود با P نشان می دهیم.
خواهیم داشت:

انتگرال فنزل - کریشهوف :

$$U_P = -\frac{iKU_0 e^{-i\omega t}}{4\pi} \iint \frac{e^{-iK(r+r')}}{rr'} \left[\cos(n,r) - \cos(n,r')\right] dA \quad (1)$$

U_P دامنه موج حاصل از تداخل امواج در نقطه P است.

اگر سطح کوچکی را در مقابل یک منبع نقطه‌ای S که به فاصله متوسط r' از مانع قرار دارد، قرار گیرد. در نقطه‌ای مانند P در طرف دیگر مانع، دامنه موج حاصل از مجموعه موجهای رسیده از نقاط مختلف روی مانع از انتگرال فنزل - کریشهوف تبعیت می‌کند که در این رابطه، r فاصله P از شکاف، $e^{-i\omega t}$ فرکانس نوسانهای موج، U دامنه موج تابشی به شکاف، dA المان سطحی انتخابی در شکاف، K بردار موج و n بردار عمود بر شکاف می‌باشد. بنابراین $\cos(n,r)$ یعنی کسینوس زاویه بین بردار عمود بر شکاف و امتداد بردار r و $\cos(n,r')$ نشان‌گر کسینوس زاویه بین بردار n و r' می‌باشد.

معمولاً پراش را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

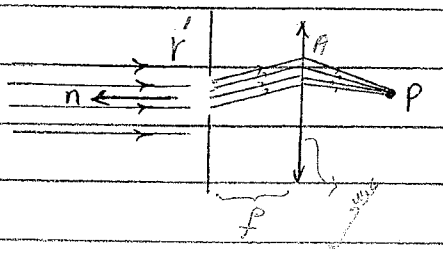
۱- پراش فراهوفر Franhhaffer

۲- پراش فنزل Fresnel

در پراش فراهوفر، منبع و پرده در فاصله دوری از مانع یا در افراگم قرار می‌گیرد. به عبارتی منبع S را نسبت به دیافراگم به بی‌نهایت می‌بریم $(r' \to \infty)$ و نیز پرده را به دور از شکاف منتقل می‌نماییم. اما در پراش فنزل، محدودیت فاصله وجود ندارد.

اکنون می‌خواهیم ببینیم پراش فراهوفر چه مزیت و سادگی‌ای را به وجود می‌آورد. یا در واقع رابطه U_P برای فراهوفر چگونه خواهد شد.

وقتی r' نسبت بی‌نهایت میل می‌کند $(r' \to \infty)$ موج رسیده به شکاف، یک موج تخت خواهد بود و می‌دانیم در موج تخت، امتداد انتشار کلیه پرتوها با هم موازی است.



در این حالت مطابق شکل، زاویه بین n و r' ، 180° خواهد بود. لذا کسینوس زاویه بین n و r' نیز برای تمام امواج یکسان خواهد شد.

$$\cos(n,r') = cte$$

اکنون پرده را به بی‌نهایت می‌بریم و وقتی پرده به بی‌نهایت می‌رود هر نقطه روی پرده دریافت کننده امواج تخت خواهد بود و نیز امواج رسیده به نقطه P همگی یک امتداد داشته باشند کسینوس زاویه بینشان نیز ثابت خواهد بود. لذا:

$$\cos(n,r) = cte$$

پس برای برآیند فراهوفنه، مقدار $(\cos(n,r) - \cos(n,r'))$ در انتگرال فرنل-کرشهوف، ثابت بوده و از انتگرال خارج می‌گردد.

امواجی که از یک نقطه بصورت تخت به یک شکاف می‌رسند، فاصله همگی از شکاف یکسان خواهد بود یعنی مقدار r' برای تمام امواج تخت ثابت است.

پس مقدار عبارت نمایی $\frac{e^{ikr'}}{r'}$ نیز ثابت می‌باشد:

$$\frac{e^{ikr'}}{r'} = cte$$

پس این مقدار ثابت نیز می‌تواند از انتگرال خارج شود.

آنچه باقی می‌ماند عبارت زیر است:

$$\iint \frac{e^{ikr}}{r}\, dA$$

امواج تختی که از مجموعه نقاط تشکیل دهنده شکاف بیرون می‌روند، برای اینکه به نقطه P برسند تقریباً فاصله یکسانی را پیمایند. پس فاصله نمایی امواج خارج شده از شکاف تا رسیدن به P، بطور متوسط ثابت است و تنها بطور جزئی باهم اختلاف دارند.

(پرتوهایی که بطور موازی به عدسی می‌تابند، پس از خروج، یک جا جمع می‌شوند. پس بودن پرتوها به بی‌نهایت در عمل به کمک عدسی شکل می‌گیرد.)

تمام نقاطی که در P جمع می‌شوند تقریباً مسیرهای یکسانی را پیمایند. در واقع شرط رسیدن به یک نقطه همین پیمودن مسیرهای یکسان است. پس می‌توان گفت که متوسط r برای همه این پرتوها مقدار یکسانی است.

$$\langle r \rangle = cte$$

پس $\frac{1}{r}$ نیز می‌تواند از انتگرال خارج شود:

تمام مسیرها از شکاف تا رسیدن به نقطه P، دقیقاً باهم یکسان نیستند و هر مسیر، نسبت به مسیر متوسط، به مقدار جزیی تفاوت دارد. وقتی فاصله (r) دارای توان یک است می‌توان از این مقدار جزیی صرفنظر کرد اما وقتی r در یک تابع نمایی قرار دارد این تفاوتهای جزیی قابل چشم پوشی نخواهند بود.

بنابراین عبارت نمایی e^{ikr} همچنان در زیر انتگرال باقی خواهد ماند.

$$U_P = -\frac{ikU_0 e^{-i\omega t}}{4\pi}\,[\cos(n,r) - \cos(n,r')]\,\frac{e^{ikr'}}{rr'}\iint e^{ikr}\, dA$$

(B)

کلیه مقادیر ثابت قبل از انتگرال بالا را به عنوان یک ضریب ثابت در نظر می‌گیریم.

انتگرال کرشهوف-فرنل در برآیش فراهوفنه:

$$\boxed{U_P = C\iint e^{ikr}\, dA}$$

پراش فرانهوفر در یک تک شکاف:

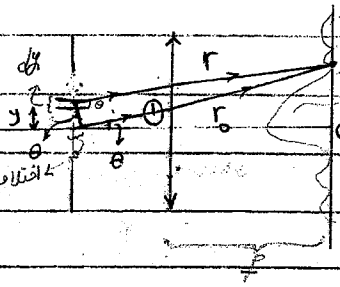
یک شکاف مستطیلی شکل با عرض کم (b) و ارتفاع بلند (l) را انتخاب می‌کنیم بطوریکه ارتفاع این شکاف (l) بر عرض آن عمود است.

$l \gg b$

مطابق شکل زیر، امواج نوری که بر شکاف می‌تابانیم امواج تخت می‌باشند. حال اینکه این امواج پس از خروج از شکاف، در پی نهایت بهم برسند، با قرار دادن یک عدسی در مسیر پرتوهای خروجی، آنها را در یک نقطه مانند P جمع می‌نمایم.

برروی شکاف یک المان سطحی بصورت $dA = l\,dy$ انتخاب می‌کنیم. المان به فاصله y از محور x ها قرار دارد.

پرده کانون عدسی



$dA = l\,dy$

dA: المان سطحی

l: ارتفاع المان

dy: عرض المان

فرض کنیم از این نهایت نوری که می‌تواند از المان به بیرون بتابد، یک پرتو موازی می‌تابد. θ زاویه همین پرتو خروجی از المان با محور x ها است.

اگر نقطه مرکزی دیافراگم را در نظر بگیرید. روی شکل پرتو ① پرتو تابشی از نقطه مرکزی دیافراگم بر عدسی است. هر دو پرتو تابشی مورد نظر (پرتو خروجی از المان و پرتو خروجی از نقطه مرکزی دیافراگم) پس از شکست در عدسی سرانجام به نقطه P روی پرده می‌رسند.

برای یافتن اختلاف راه این دو پرتو، مطابق شکل بالا عمودی را به رنگ قرمز بر پرتو ① رسم می‌کنیم. این دو پرتو موازی، پس از این خط عمود تا رسیدن به نقطه P مسیر یکسانی را می‌پیمایند.

طبق شکل، r فاصله نوری المان تا نقطه P است و r_0 فاصله نقطه مرکزی دیافراگم تا نقطه P می‌باشد.

مقادیر r و r_0 بصورت زیر است:

$r_0 = r + y\sin\theta$ $\qquad$ $r = r_0 - y\sin\theta$

مبنی می‌سبب را نقطه مرکزی شکاف در نظر گرفتیم. بقیه نقاط روی شکاف، اختلاف فاصله‌شان $r_0 - y\sin\theta$ می‌باشد.

دوباره به رابطه U_p برمی‌گردیم:

$$U_p = \frac{A}{i\lambda}\iint e^{ikr}\,dA \qquad U_p = A\iint e^{ik(r_0 - y\sin\theta)}\,l\,dy$$

e^{ikr_0} مقداریابی است چون فاصله نقطه مرکزی شکاف تا دیافراگم (r_0) مقداریابی است.

$$U_p = A\,l\,e^{ikr_0}\int e^{-ikySin\theta}\,dy$$

اما حدود انتگرال‌گیری بچه صورت است؟ بایستی انسان روی تمام شکاف راجاروب کند. اگر عرض شکاف b باشد حدود انتگرال‌گیری از $\frac{-b}{2}$ تا $\frac{+b}{2}$ تغییر خواهد کرد.

حاصل این انتگرال چنین خواهد بود:

$$U_p = c\,l\,e^{ikr_0}\int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-ikySin\theta}\,dy$$

c ضریب ثابت

$$U_p = A\,\frac{Sin\beta}{\beta} \qquad \beta = \frac{kbSin\theta}{2}$$

U_p دامنه موج را در نقطه P نشان می‌دهد.

اما در اپتیک ما دامنه را نمی‌بینیم بلکه شدت را می‌بینیم.

$$\text{شدت} = |u_p|^2 \propto (\text{دامنه})^2$$

شدت بر روی پرده با زاویه θ از وسط پراش تغییر می‌کند.

$$I_p = A^2\,\frac{Sin^2\beta}{\beta^2} \qquad I_p = I_0\,\frac{Sin^2\beta}{\beta^2}$$

$I_0 = A^2$ جای

I_p عبارتست از شدت موجهای رسیده از نقاط مختلف شکاف به نقطه P.

β تابعی است از θ و θ زاویه پراش است.

از آنجایی که هر نقطه روی پرده، محل جمع شدن نورهایی تحت θ های مختلف است، اگر θ را تغییر دهیم، نقطه های روی پرده نیز متفاوت از حالت قبل خواهند شد. اگر θ برابر با صفر باشد تمام نورها به نقطه c خواهند رفت. پس این رابطه نشان می‌دهد که شدت بر روی پرده در اثر پراش (که در شکاف اتفاق افتاده است.) چگونه تغییر می‌کند.

I_p به ازای β های مختلف که آن هم ناشی از θ های مختلف است، نشانگر توزیع شدت پراش بر روی پرده می‌باشد.

چه زمانی I_p ماکزیمم است؟ I_p زمانی ماکزیمم است که β برابر صفر باشد. در اینصورت طبق رابطه حدی زیر، I_p دارای بیشترین مقدار خود یعنی یک خواهد بود.

$$\lim_{\beta\to 0}\frac{Sin\beta}{\beta} = 1$$

$$I_{Pmax} = I_0 \quad \begin{cases}\beta = 0\\ \theta = 0\end{cases}$$

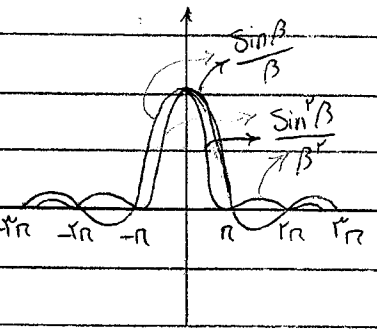
پس

$$\beta = 0 \Longrightarrow I_p = max$$

$\beta = \frac{Kb\sin\theta}{2}$ اگر $\beta = 0$ پس $\sin\theta = 0$ و $\theta = 0$

و θ برابر صفر یعنی همان نشانگر این است که تمام پرتوها در c جمع می‌شوند

منحنی تغییرات $\sin\beta$ نسبت به β بصورت زیر است:



پس مشاهده می‌شود که بجای اینکه شدت روی پرده در تمام نقاط یک اندازه باشد در وسط بیشترین مقدار است و بعد ماکزیمم میزان‌های کناری را داریم که کوچکتر

I_p چه زمانی مینیموم می‌شود؟ $\beta = \pi$ $\frac{I}{P_{min}} = 0$

باید بصورت برابر صفر باشد تا I_p دارای کمترین مقدار باشد.

$(I_p)_{min} = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ $\beta = m\pi$ $m = \pm1, \pm2, \ldots$ $I_p = 0$

$I_p = 0$ نشانگر مینیموم‌ها در توزیع شدت است به ازای $\beta = m\pi$.

$\frac{Kb\sin\theta}{2} = m\pi$ $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{b\sin\theta}{2} = m\pi$ $b\sin\theta = m\lambda$

این عبارت موقعیت نقاط با شدت مینیموم را نشان می‌دهد.

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{b}$$

اولین مینیموم وقتی ظاهر می‌شود که:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{b}$$

وقتی شکاف را بزرگ انتخاب می‌کنیم و نوری از آن عبور می‌دهیم، آنچه روی پرده است، تصویر شکاف است درست همان اندازه و با همان شدت. اما اگر آن که شکاف مورد نظرمان بسیار کوچک انتخاب شده است، پس از عبور از شکاف آنچه روی پرده می‌بینیم یک ماکزیمم مرکزی است که یک طرفش در π و طرف دیگرش در $(-\pi)$ است. پس عرض این نوار مرکزی به اندازه 2π می‌باشد. همچنین که مینیموم‌های بعدی یکی در 2π و یکی در (-2π) تشکیل می‌دهند.

بین توزیع شدت حاصل از پراش، از یک نوار مرکزی عریض با ماکزیمم شدت به اضافهٔ ماکزیمم و مینیمم‌های کناری تشکیل یافته است.

استاد

پراش مربوط به یک شکاف مستطیلی شکل، شامل یک نوار مرکزی عریض با بیشترین شدت به اضافهٔ ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های ثانوی است.

پهنای این نوار مرکزی چقدر است؟ برای یافتن پهنای نوار مرکزی، از مرکزی‌ترین نقطهٔ شکاف، خطی را بر اولین مینیمم روی پرده وصل می‌کنیم. زاویه‌ای که این خط با محور x ها می‌سازد θ_1 است.
θ_1 زاویه‌ای است که نصف پهنای نوار مرکزی نگاه می‌کند و یا θ_1 نصف زاویه‌ای است که پهنای نوار مرکزی نگاه می‌کند.

$$\tan\theta_1 = \theta_1 = \frac{\text{نصف پهنای نوار مرکزی}}{f = \text{فاصلهٔ کانونی عدسی}}$$

در آزمایشهای پراش، عدسی را بسیار نزدیک به شکاف قرار می‌دهند. در این صورت f فاصلهٔ کانونی عدسی خواهد بود. یعنی فاصله از عدسی تابیده. چون عدسی پرتوهای موازی را در سطح کانونی خود جمع می‌کند.

$$\text{نصف پهنای نوار مرکزی} = f\theta_1$$

برای اولین مینیمم، پهنای نوار مرکزی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{b} \longrightarrow \sin\theta_1 \approx \theta_1 \longrightarrow \theta_1 = \frac{\lambda}{b}$$

$$\text{نصف پهنای نوار مرکزی} = f\theta_1 = \frac{f\lambda}{b} \qquad \text{پهنای نوار مرکزی} = 2\frac{f\lambda}{b}$$

یعنی پهنای نوار مرکزی با عرض شکاف (b) نسبت عکس دارد. هرگاه b کوچک شود پهنای نوار مرکزی بزرگتر خواهد شد.

استاد

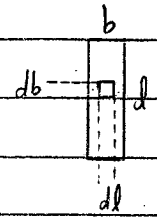
در تقاد در هندسی، با بزرگ شدن ابعاد شکاف، تصویر هم بزرگ می‌گردد درحالی که در پراش، عملاً عکس این امر اتفاق می‌افتد.

اما این نسبت عکس بین عرض شکاف و پهنای نوار مرکزی تا چه ناحیه‌ای صحت دارد؟ تا زمانی که b قابل مقایسه با طول موج λ باشد.

استاد
پس پراش زمانی خود را بارز نشان می دهد که پهنای شکاف قابل مقایسه با طول موج نور تابشی باشد. حال اگر از حالتی که اندازهٔ شکاف قابل مقایسه با طول موج است، بتدریج عرض شکاف را بیشتر کنیم، پهنای نوار مرکزی کوچک خواهد شد تا جایی که از اپتیک موجی به اپتیک هندسی میل کنیم. در اینصورت این تناسب مستقیم خواهد بود.

پراش را خم شدن نور هندسی نیز می گویند.

پراش در شکاف با ابعاد کوچک متناسب با هم:



ابعاد کوچک متناسب با هم یعنی b و l هر دو کوچک هستند.
(البته می توان از یکی از آنها صرفنظر کرد.)
در اینجا نیز یک المان سطحی انتخاب می کنیم.
در حالت قبلی المان انتخابی فقط عرض بود و عرض آن dy.
اما در اینجا المان با هم شامل عرض است و هم ارتفاع. db و dl. پس انتگرال ما دوگانه خواهد بود.

$$dA = db \times dl$$

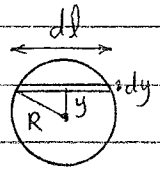
در پراش های مربوط به شکاف های مستطیلی که عرض و طولشان کوچک باشد شدت در هر نقطه از روی پرده، از رابطهٔ I_p زیر به دست می آید:

$$I_p = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \frac{\sin^2\Omega}{\Omega^2}$$

$$\beta = \frac{kb\sin\theta}{2} \qquad \Omega = \frac{kl\sin\alpha}{2}$$

θ زاویهٔ پراش از عرض شکاف است و α زاویهٔ پراش از ارتفاع یا طول شکاف.

پراش در شکاف دایره شکل:



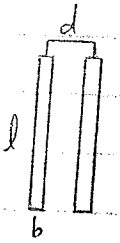
در اینجا شکاف یکبار رفته یک دایره است و المان انتخابی مستطیل کوچکی است که روی شکل رسم شده است.

$$dA = dl \times dy$$

$$R^2 = y^2 + \left(\frac{dl}{2}\right)^2 \qquad \left(\frac{dl}{2}\right)^2 = R^2 - y^2 \qquad (dl)^2 = 2\sqrt{R^2-y^2}$$

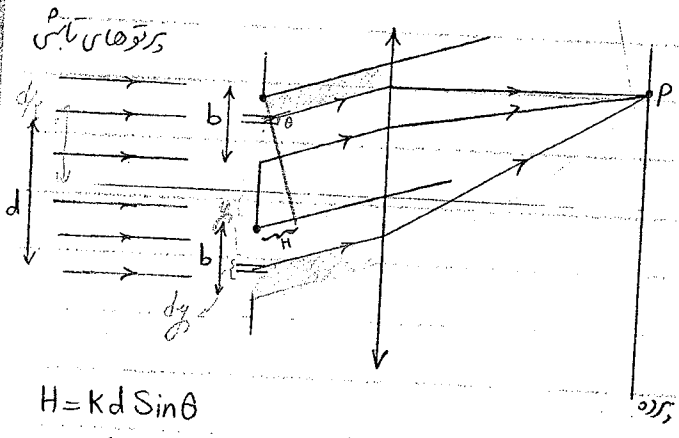
$$dA = \frac{1}{2}\sqrt{R^2-y^2}\,dy$$

استاد
پراش حاصل از شکاف دایره‌ای، یک دایرهٔ روشن مرکزی و نوارهای دایره‌ای متحدالمرکز روشن و تاریک کناری است



$b \ll l$

پراش از دو شکاف:
در شکاف مستطیلی، عرض شکاف‌ها، b است و فاصلهٔ مابین آن‌ها d است.
مقطع این دو شکاف به شکل زیر می‌باشد:



$H = kd\sin\theta$

نور با پرتوهای تخت بر دو شکاف می‌تابد.
اگر یک انسان روی شکاف‌ها در نظر بگیریم نورها را در تمام جهات می‌فرستد.
پس نقاط مختلف در دو شکاف، پراش ایجاد می‌کند.

در اینجا عدسی پرتوهای موازی تابیده از نقاط شکاف‌های بالا و پایین را با هم در یک نقطه مانند P جمع می‌کند.

پراش‌های ایجاد شده از شکاف‌های بالا و پایین را در یک نقطه جمع کردیم. شدت نقطهٔ P چقدر خواهد بود؟

$$I_P = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\gamma \quad \leftarrow * \qquad \beta = \frac{kb\sin\theta}{2} \qquad \gamma = \frac{kd\sin\theta}{2}$$

عملاً می‌توان گفت که d فاصلهٔ نقاط متناظر از هم در دو شکاف است.

در رابطهٔ *، $I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ پراش تک شکاف است.

وقتی E_1 و E_2 داشتیم و آن‌ها را روی هم می‌نهادیم (با هم جمع می‌کردیم) رابطه این‌صورت زیر حاصل می‌شد:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\varphi \quad \leftarrow$$

φ اختلاف فاز E_1 و E_2 است.

$$E_1 = E_2 = E_0 \qquad E^2 = 2E_0^2 + 2E_0^2\cos\varphi = 2E_0^2(1+\cos\varphi) = 4E_0^2$$

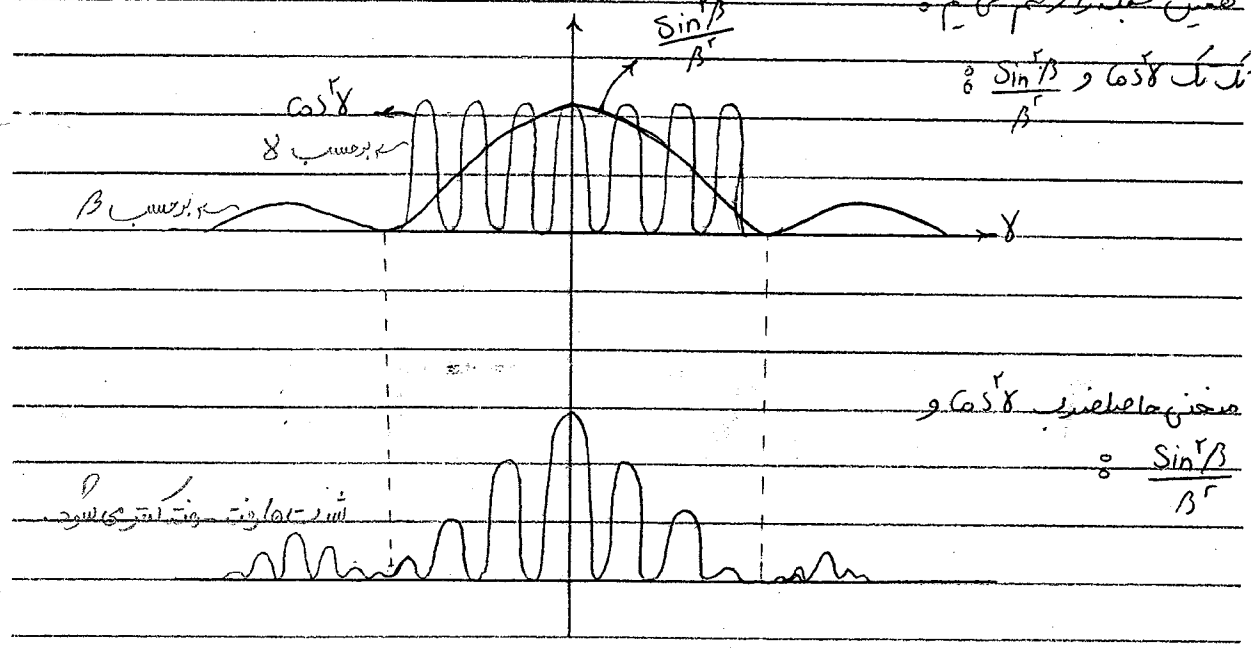
این رابطه را با رابطهٔ * در بالا مقایسه می‌کنیم. نتیجه حاصل این است که: وقتی به رابطهٔ * نگاه می‌کنیم، مشاهده می‌کنیم که وقتی دو تا شکاف داریم، پراش مربوط به شکاف‌ها در هر نقطه با هم تداخل می‌کند و اختلاف فازشان برابر با γ است:

$$\gamma = \frac{kd\sin\theta}{2}$$

هنگامی دو شکاف داشته باشیم، هرکدام از شکافها، پراش مربوط به خود را انجام می دهد. و در نهایت این پراشها با هم روی پرده تداخل می کنند

استاد
وقتی به پراش دو شکاف با هم نگاه می کنیم، هر شکاف به تنهایی پراش خود را انجام می دهد و هر نقطه روی پرده از لحاظ شدت، شدتی برابر با تداخل پراشهای دو شکاف را خواهد داشت.

همین جمله را رسم می کنیم:



این آزمایش را همان آزمایش دو شکاف یانگ می نامیم

واقعیت این است که هرکدام از شکافها، پراش خود را انجام می دهند و آنچه روی پرده می بینیم، تداخل پراشهاست. آنچه روی پرده تداخل می نماید پراش شکافهاست نه نور مستقیم.
وقتی به نوارها نگاه می کنیم، شدتها یکسان نیست

استاد
در واقع آزمایش دو شکاف یانگ برای تداخل نورهای هندسی، باید نورهای موجی که ناشی از پراش بر روی شکافهاست توجه شود. به این معنا که وقتی نور از شکافهای تابد هرکدام از این شکافها پراش مربوط به خود را تشکیل می دهد و آنچه که به عنوان نتیجه آزمایش دو شکاف یانگ می بینیم تداخل پراشهای دو شکاف خواهد بود که به صورت نوارهای با شدتهای غیریکنواخت ایجاد می شود. در این توزیع شدت، ماکزیمم شدت متعلق به نوار مرکزی بوده و هرقدر از آن به کناره ها برویم، شدت آنها کاهش می یابد.

حال اگر تعداد زیادی از شکافها را در کنار هم قرار دهیم، وضعیت این بار تداخل خواهد شد. نور حاصل از این شکافها هم عرض و هم فاصله است.

اگر نور را به مجموعه این شکافها بتابانیم، هر شکاف پراش خود را انجام خواهد داد ولی آنچه روی پرده دیده می‌شود تداخل مجموعه این پراشهاست.

استاد
وقتی به پراش یک توری نگاه می‌کنیم، آنچه می‌بینیم تداخل پراشهای ایجاد شده از مجموعه شکافهای تشکیل دهنده توری است.

توریها یا عبور دهنده اند و یا منعکس کننده.

هرگاه بر روی یک قطعه شیشه، بکمک الماس خطوطی کشیده شود، جایی که خط کشیده شده، شیشه فاقد شده است. در نتیجه، فاصله مابین این خطوط شفاف است. این توری، یک توری عبوری است.
اما اگر همین خطوط به کمک الماس روی آینه کشیده شود، توری انعکاس دهنده خواهیم داشت. (جایی که خط کشیده شده است، آینه از بین رفته است.)

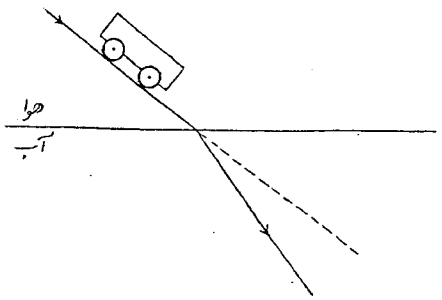
استاد
در توری عبوری، پراش از طریق عبور در شکافها شکل می‌گیرد درحالی که در توری بازتابشی، پراش از طریق بازتابش بر روی شکاف انجام می‌گیرد.

توریهای متداول امروزی در حدود ۱۰۰۰۰ خط در یک سانتیمتر دارند.
اولین توری ای که توسط روالند ساخته شد، حدود ۱۰۰۰۰ خط در یک اینچ داشت.

1 inch = ۲,۵۴ cm

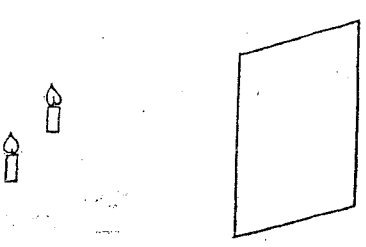
یادت نفرود تو برنگرد ، برگشتن روزگار محال است ۱۴۵

اگر از نظریات فلسفی قبل از قرن ۱۷ در مورد نور صرف نظر کنیم اولین نظریهٔ علمی موجود ماهیت نور Light nature را نیوتن Newton ارائه داد نظریهٔ نیوتن یک نظریهٔ ذره‌ای بود که بیان می‌کرد نور از ذراتی تشکیل یافته است که از جسم نورانی خارج می‌شود و با ورود آن به چشم بینایی رخ می‌دهد. نیوتن علت حرکت نور را جاذبه‌ای می‌دانست که ذرات محیط بر ذرات نور وارد می‌کنند. بر این اساس می‌توان گفت که سرعت نور در محیط‌های غلیظ باید بیشتر از سرعت نور در محیط‌های رقیق باشد ولی بعداً فوکو Foucoult با اندازه‌گیری سرعت نور در هوا و مایعات این مطلب را رد کرد. نیوتن در پاسخ به این سؤال که چرا وقتی نور از یک محیط به محیط دیگر وارد می‌شود به سمت اولیه‌اش انعطاف می‌کند، گفت که علت این امر نیروی جاذبه است. او برای توضیح بیشتر مسأله چهار چرخ را مطرح کرد. مثلاً فرض کنیم اتومبیلی در مسیر مستقیم در حال حرکت است اگر یکی از چرخ‌ها از جادهٔ آسفالت خارج شود اتومبیل از مسیر مستقیم منحرف می‌شود چون آن چرخ تحت نیروی مقاومت از سوی خاک قرار گرفته است. نیوتن هم گفت که فرض کنیم مجموعه‌ای از پرتوهای نور داریم که باهم در حال حرکت هستند ذراتی که زودتر به سطح جدایی می‌رسند تحت برخی از ذراتی که هنوز به سطح جدایی نرسیده‌اند نیرو وارد می‌کنند و این همان انحرافی است که مد نظر ماست.



هم‌زمان با نیوتن، هوگنس Huygens ماهیت موجی نور را ارائه کرد. در آن زمان امواج صوتی شناخته شده بودند و می‌دانستند که امواج مادی برای انتشار نیاز به یک محیط دارند بنابراین باید نور نیز برای انتشار محیطی نیاز داشته باشد. همچنین در آن زمان می‌دانستند که سرعت صوت در محیط به $\sqrt{\frac{B}{\rho}}$ بستگی دارد که B ضریب الاستیسیته و ρ چگالی محیط است. سال‌ها قبل گالیله بیان کرده بود که اگر سرعت نور بی‌نهایت نباشد خیلی زیاد است. بنابراین نور برای انتشار نیاز به محیطی داشت که دارای الاستیسیتهٔ بالا و چگالی پایین باشد تا این سرعت را برای نور تأمین کند. هوگنس این محیط را اتر Aether نامید ولی او نمی‌دانست که اتر چه نوع محیطی است؟

دومین مطلبی که در مورد نظریهٔ موجی نور قابل تأمل بود پدیدهٔ زنش یا تداخل است. در آن زمان می‌دانستند که اگر دو منبع صوتی با فرکانس نزدیک به هم به صدا درآیند پدیدهٔ تداخل رخ می‌دهد یعنی صدا در مناطق قوی و در مناطق دیگر صدا ضعیف می‌شود. هوگنس خواست در آزمایشگاه این پدیده را با دو شمع انجام دهد ولی موفق نشد یعنی در صفحهٔ مقابل شمعها، نقاط تاریک و روشن دیده نشد. تا اینکه ۱۸۰ سال بعد Young , Fresnel موفق شدند تداخل نور را انجام دهند و بدین ترتیب این ایراد نظریهٔ هوگنس برطرف شد.



موضوع بحث ما در مورد امواج صوتی پدیده پراش است. برای درک راحتر پدیده پراش به سوال زیر جواب می دهیم.

شخص پشت دیوار چگونه صدای شخص داخل اتاق را می شنود؟ وقتی صدا به لبهٔ دیوار برخورد می کند در تمامی جهات پخش می شود و روی لبهٔ دیوار پراش اتفاق می افتد و شخص پشت دیوار در هر موقعیتی که باشد صدا را می شنود. اگر اتفاق دائمی با طول موج صوت شخص قابل مقایسه باشد عمل پراش به شدت اتفاق می افتد. اگر فرض کنیم فرکانس امواج صوتی قابل شنوایی ۱۰۰۰۰ هرتز باشد و سرعت صوت را هم ۳۰۰ m/s در نظر می گیریم در این صورت با استفاده از فرمول $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج صوت در حدود سانتی متر بدست می آید. و ضخامت اغلب دیوارها هم چند سانتی متر است پس عمل پراش با شدت زیادی در لبهٔ دیوار اتفاق می افتد.

چون نور ماهیت موجی دارد پس باید عمل پراش در مورد نور هم رخ بدهد. می دانیم امواج مرئی طول موجی در حدود $5000\,A^\circ$ دارند حال چه فاصله ای داریم که نور با این طول موج را پراش دهد؟

با این ایرادات نظریهٔ هوگنس متوقف ماند تا اینکه گریمالدی Grimaldy شرط لازم برای پراش نور را پیدا کرد و دانشمند دیگری بنام آراگو Arago این نتیجه را عمومیت داد. و بدین ترتیب این ایراد هم پاسخ داده شد.

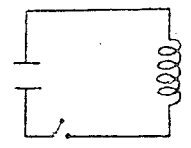
ایراد اول اینکه ماده محیط را برای امواج نوری ماکسول Maxwell جواب داد او گفت که برای تولید میدان الکتریکی باید میدان مغناطیسی را تغییر دهیم. با چهار معادلهٔ ماکسول که در آن روابط زیر برقرار است در الکترومغناطیس آشنا شدیم.

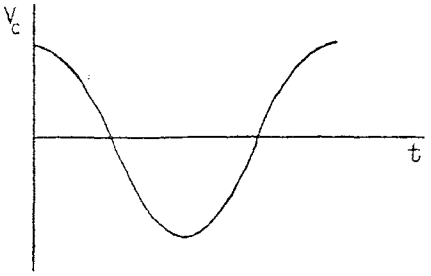
$$\text{div}\, E = \rho \qquad \text{curl}\, E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

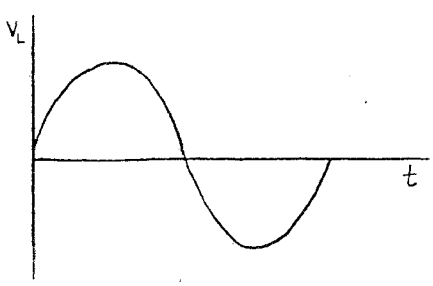
$$\text{div}\, B = 0 \qquad \text{curl}\, B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_0 J$$

مدار هر تریم شامل یک سلف و یک خازن است بهترین وسیله برای تولید میدان الکتریکی و مغناطیسی متغیر است.

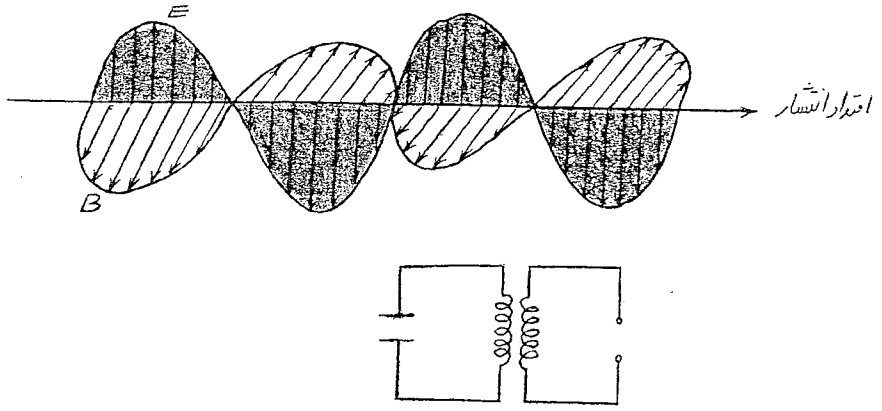
وقتی کلید را می بندیم جریانی از سیم پیچ عبور می کند و در اطراف آن میدان مغناطیسی تولید می شود و داخل سیم پیچ انرژی مغناطیسی بوجود می آید. انرژی الکتریکی خازن با مرور زمان کاهش می یابد تا اینکه تمام انرژی الکتریکی خازن به انرژی مغناطیسی در سلف تبدیل شود و انرژی مغناطیسی سلف ماکزیمم شود. پس انرژی مغناطیسی سلف کم کم به انرژی الکتریکی خازن تبدیل می شود تا اینکه تمام انرژی مغناطیسی سلف به انرژی الکتریکی خازن تبدیل شود و این تعارفات بین خازن و سلف مرتباً ادامه پیدا می کند. این میدانهای الکتریکی و مغناطیسی پریودیک تغییر می کنند. چنین حرکتی را ارتعاش الکترومغناطیسی می گوییم. به عبارت دیگر یک میدان الکترومغناطیسی تولید کرده ایم.





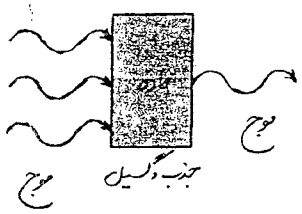


این میدان الکترومغناطیسی را چگونه انتشار دهیم. در مقابل دو دار هر ترتیب سیم پیچ دیگر قرار دهیم. میدان مغناطیسی در سیم پیچ مقابل القا می‌شود و جریانی در مدار برقرار می‌گردد ولی چون مدار باز است یک دو قطبی متغیر با زمان خواهیم داشت. چون بار رسیده به دو قطبی در هر زمان تغییر می‌کند بین در هر نقطه از فضا میدان الکتریکی متغیر با زمان تولید می‌شود این میدانهای الکتریکی متغیر در اطرافشان میدانهای مغناطیسی متغیر تولید می‌کنند و این میدانهای مغناطیسی متغیر میدانهای الکتریکی متغیر تولید می‌کنند وهمین طور ادامه می‌یابد تا موج الکترومغناطیسی حاصل برود. همانگونه که دیدیم در اینجا صحبتی از محیط نشد آنچه که برای انتشار امواج الکترومغناطیسی لازم است انرژی است که در ابتدا به خازن داده می‌شود به طور خلاصه فاکتور مهمت انتشار امواج الکترومغناطیسی را انرژی الکترومغناطیسی می‌دانست که با القای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان در فضا انتشار می‌یابد. فاکتور نور را متشکل از یک میدان الکتریکی متغیر با زمان و یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان می‌دانست که این دو میدان عمود بر هم بوده و هر دو آنها در امتداد عمود بر صفحه این دو میدان حرکت می‌کنند. در واقع این حالت در یک لحظه است و در لحظه بعدی هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی تغییر کرده است. خلاصه مطلب اینکه نور برای انتشار نیاز به محیط ندارد و هم در خلاء و هم در ماده منتشر می‌شود. با رفع این ایراد نظریه هویگنس، نظریه موجی قوت گرفت.



وقتی نور از ماده‌ای عبور می‌کند شدت نور در طرف دیگر کم می‌شود. این اختلاف شدت چه شده است؟ هر ماده را مجموعه‌ای از اتم‌ها و مولکول‌های در نظر اتم‌ها از الکترون‌ها و هسته تشکیل شده است و الکترون‌ها روی مدارات خاصی دور هسته در حال چرخش هستند. اگر نوری به ماده برسد تحت شرایطی الکترون می‌تواند از یک تراز پایین به تراز بالا برود و برای این کار از نور انرژی جذب می‌کند. الکترون در تراز بالا ناپایدار است در آنجا احساس راحتی نمی‌کند و اصل بازگشت به حالت طبیعی حکم می‌کند که الکترون تحریک شده به حالت اولیه‌اش برگردد این برگشت همراه با ارائه انرژی است و این انرژی به صورت امواج الکترومغناطیسی ساطع می‌شود.

جذب و گسیل دو پدیده جدا از نور بودند. جنز و رایلیه Rayleigh , Jeans این پدیده‌ها را از نظر فیزیکی تغییر کردند. جنز و رایلیه معادله موج نور تابشی را نوشتند و با ماده اندرکنش دادند و تغییر در شدت نور خروجی را به دست آوردند. آنها با استفاده از خواص موجی نور فرمولهایی را به دست آوردند که نشان می‌داد شدت نور خروجی از شدت نور تابشی بزرگتر است این مسأله امکان پذیر نبود چون در این صورت اصل بقای انرژی به هم می‌خورد. بین محاسبات آنها در یک جای اشکال داشت.



بوهر Bohr این اشتغال را برطرف کرد و فرضیاتی به صورت زیر ارائه داد:

۱- الکترون روی مدارهای خاصی حرکت می‌کند که روی این مدارها عمل زاویه‌ای مضرب صحیحی از $\hbar$ است یعنی $mvr = n\hbar$

۲- بر روی این مدارها امواج الکترومغناطیس تولید نمی‌شود.

۳- گذار بین مدارهای فوق همراه با گسیل انرژی کوانتیده است یعنی $E_f - E_i = h\nu$

یعنی به طور خلاصه می‌توان گفت انرژی نوری مقدار پیوسته‌ای نیست در حالیکه موج انرژی پیوسته دارد. گسسته بودن انرژی یعنی اینکه ماهیت نور ذره‌ای است. انشتین Einstein با استفاده از پدیده‌های فوتوالکتریک و کامپتون گفت که ماهیت نور ذره‌ای است. انشتین دوبوهر هرچه تلاش کردند نتوانستند با استفاده از ماهیت ذره‌ای نور پدیدهٔ پراش و تداخل را تجزیه کنند. تا اینکه در سال ۱۹۱۱ دوبروی نظریهٔ ماهیت دوگانهٔ موج و ذره را برای نور مطرح کرد که رابطهٔ مشهورش $p = \frac{h}{\lambda}$ است. دوبروی گفت که نور از ذرات ریزی بنام فوتون تشکیل یافته است که به هریک از این ذرات در حال حرکت می‌توان موجی وابسته کرد. در سال ۱۹۱۳ ماهیت دوگانگی موج و ذره با استفاده از پدیدهٔ پراش الکترون به طور تجربی ثابت شد. در این آزمایش الکترونها را شتاب دادند و با این ذرات آزمایشی را ترتیب دادند که لازمهٔ ماهیت موجی نور بود. وقتی این الکترونهای شتاب‌دار به یک شکاف باریک برخورد کرد پدیدهٔ پراش رخ داد. این آزمایش باعث شد که نظریهٔ دوبروی واقعیت پیدا کند و به همین علت جایزهٔ نوبل فیزیک در سال ۱۹۱۳ به دوبروی اعطا شد.

در اینجا لازم است که اپتیک را به سه شاخهٔ زیر تقسیم کنیم:

۱- اپتیک موجی Wave optics

۲- اپتیک کوانتومی Quantum optics

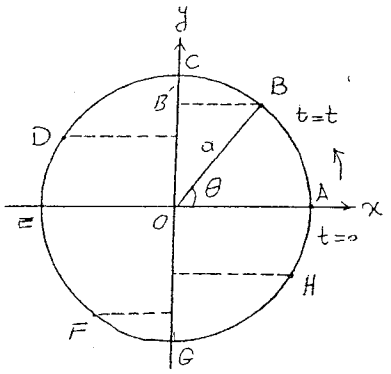
۳- اپتیک هندسی Geometrical optics

در اپتیک هندسی به ماهیت نور اهمیت داده نمی‌شود و پایهٔ عملکرد این است که نور به خط مستقیم حرکت می‌کند. این شاخه از نور اجزاء نوری مانند عدسی و آینه و منشور و ... را پیدا کرد و بین این اجزاء را کنار هم قرار داد و ابزار نوری را کشف کردند. آنچه که در این ترم مالی خوانیم اپتیک موجی است.

سرفصلهای اپتیک موجی:

- مقدمه‌ای بر موج نوری
- انتشار موج نوری
- ماهیت برداری نور
- درهم‌روی موج نوری
- روی‌هم‌گذاری چند موج
- پدیدهٔ پراش

حرکتی است که جسم با سرعت ثابت بر روی محیط دایره‌ای شکل انجام می‌دهد.



مدت زمان لازم برای یک دور کامل را زمان تناوب یا زمان پریود T می‌نامیم.

تعداد نوسان در یک ثانیه را فرکانس می‌گوییم.

$$\frac{T \mid 1}{1 \mid \nu} \Rightarrow \nu = \frac{1}{T}$$

ω : سرعت زاویه‌ای $\qquad \theta = \omega t$

$$t = T \Rightarrow 2\pi = \omega T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

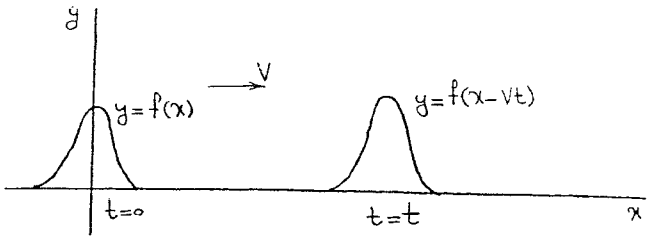
تصویر این حرکت بر روی یکی از اقطار دایره نوسان یا ارتعاش را به دست می‌دهد. به عنوان مثال اگر محور y ها را در نظر بگیریم. وقتی متحرک روی دایره از A به B می‌رود تصویرش از نقطهٔ O به نقطهٔ B' منتقل می‌شود و وقتی به C می‌رسد تصویرش نیز در C است. در این حالت به بالاترین فاصله از مبدا می‌رسد پس حرکت ادامه پیدا می‌کند. این نوع حرکت، یک حرکت پریودیک و یا نوسانی نامیده می‌شود. در واقع حرکت نوسانی یا ارتعاشی تصویر حرکت دورانی بر روی یکی از اقطار دایره خواهد بود.

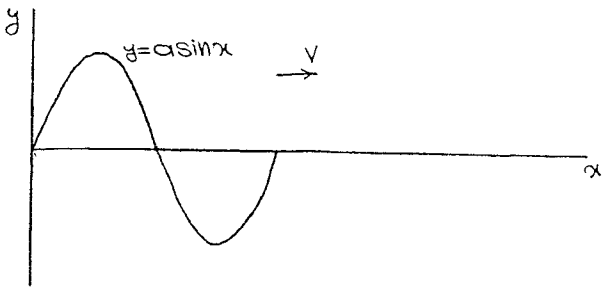
$$y = a\sin\theta$$

a : دامنه یا ماکزیمم تغییر مکان

$$y = a\sin\omega t$$

معادلهٔ حرکت نوسانی





چون x بعد طول دارد آن را به k ضرب می‌کنیم تا بعد زاویه داشته باشد تا برای sin قابل شناسایی باشد

$$y = a\sin kx$$

طول کردی که در آن ارتعاش تکمیل می‌شود را λ یا طول موج می‌نامیم.

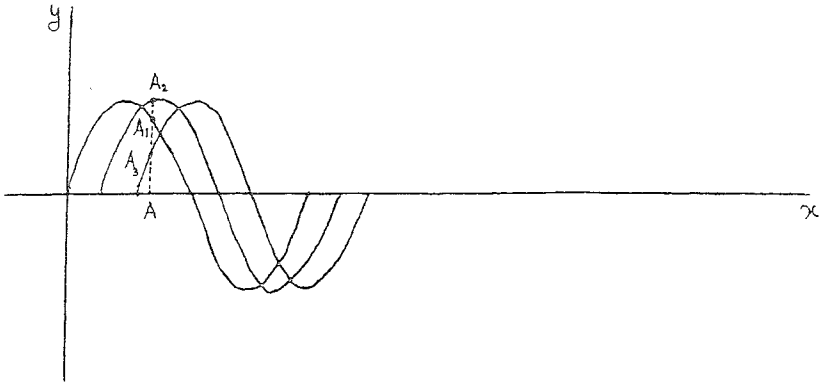
$$k\lambda = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ عدد موج

حال این ارتعاش را با سرعت V به حرکت درمی‌آوریم.

$$y = a\sin k(x - Vt)$$

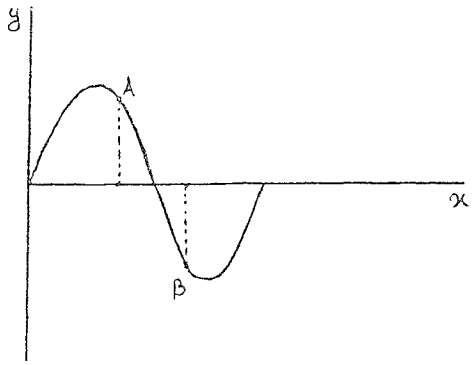
$$y = a\sin(kx - kVt) = a\sin\left(kx - \frac{2\pi}{\lambda}Vt\right)$$

معادلهٔ موج $y = a\sin(kx - \frac{2\pi}{T}t) \Rightarrow y = a\sin(kx - \omega t)$



نقاطی که در مسیر موج قرار دارند با عبور موج شروع به ارتعاش می‌کنند وضعیت ارتعاشی این نقطه همان وضعیت ارتعاشی موج گذرنده از این نقطه است. وضعیت ارتعاشی موج $kx-\omega t$ است که مقدار y را تعیین می‌کند و y هم وضعیت ارتعاشی نقطه را مشخص می‌کند. $\varphi = kx - \omega t$ که تعریف کنندهٔ وضعیت ارتعاشی است فاز موج phase نامیده می‌شود.

تغیر فاز:
- الف- با تغیر x در t ثابت
- ب- با تغیر t در x ثابت
- ج- با تغیر هردو



الف- نقطهٔ A, B دو نقطه با x های مختلف هستند.

$$\varphi_A = kx_A - \omega t$$

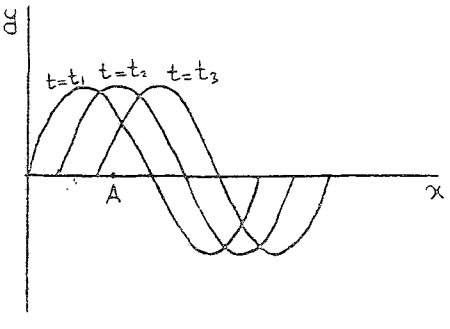
$$\varphi_B = kx_B - \omega t$$

$$\varphi_B - \varphi_A = k(x_B - x_A)$$

اگر $\varphi_B - \varphi_A = m\,2\pi$ $m = 0, 1, 2, \ldots$ در این صورت A, B وضعیت ارتعاشی یکسانی دارند یعنی A و B هم فازند.

$$k(x_B - x_A) = m\,2\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_B - x_A) = m\,2\pi \Rightarrow x_B - x_A = m\lambda$$



ب- با تغیر t در x ثابت. یعنی یک نقطه را در زمانهای مختلف نشان خواهیم داد.

$$\varphi_{A_1} = kx - \omega t_1$$

$$\varphi_{A_2} = kx - \omega t_2$$

$\varphi_{A_2} - \varphi_{A_1} = -\omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \varphi_{A_2} - \varphi_{A_1} = |\omega(t_2 - t_1)|$

در این صورت دو نقطه وضعیت ارتعاشی یکسان دارند $\varphi_{A_2} - \varphi_{A_1} = m\,2\pi$

$\omega(t_2 - t_1) = m\,2\pi$

$\frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1) = m\,2\pi \Rightarrow t_2 - t_1 = mT$

$m = 0, 1, 2, \dots$

ج - در این حالت وضعیت دو نقطه با x های مختلف و بازه های متفاوت را بررسی می کنیم.

$\varphi_A = kx_A - \omega t_1$

$\varphi_B = kx_B - \omega t_2$

$\varphi_B - \varphi_A = k(x_B - x_A) - \omega(t_2 - t_1)$

سرعت فاز: phase speed

می خواهیم سرعت حرکت موج را بدست آوریم.

$y = a\sin(kx - \omega t)$

$kx - \omega t = cte$ یک نقطه با فاز ثابت

$k\left(\frac{dx}{dt}\right) - \omega = 0 \Rightarrow V_{Ph} = \frac{\omega}{k}$

سرعت موج

$\frac{dy}{dt} = -a\omega\cos(kx - \omega t)$ سرعت ارتعاش

$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{max} = -a\omega$

طبقه بندی امواج

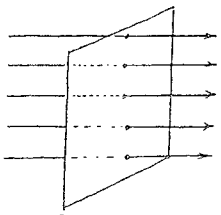
۱- از لحاظ امتداد انتشار نسبت به امتداد ارتعاش
- طولی - مانند امواج صوتی
- عرضی - مانند امواج الکترومغناطیسی (امواج نوری)

۲- از لحاظ جبهه موج یا سطح موج
- کروی
- تخت

۳- از لحاظ بُعد انتشار
- امواج تک بُعدی - موج روی نخ طویل که از سطح مقطع نخ صرف نظر شده است
- امواج دو بُعدی - امواج روی سطح آب - امواج روی طبل که از ضخامت غشاء طبل صرف نظر شده است
- امواج سه بُعدی - تمام امواج، امواج سه بُعدی هستند.

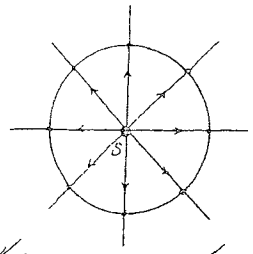
جبهه موج: جبهه موج مکان هندسی مجموعه نقاط هم فاز در یک لحظه است.

در مورد امواج تخت می‌دانیم که جبههٔ موج آن تخت است. برای اینکه این پوش شامل نقاط هم‌فاز باشد باید امتدادهای انتشار موازی هم باشند. در این موج دستهٔ امواج دیگر همواره امتداد انتشار بر جبههٔ موج عمود است.



جبههٔ موج تخت

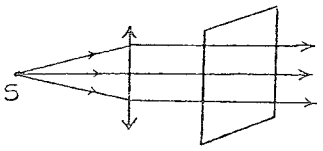
جبههٔ موج کروی است که امتدادهای انتشار در راستای شعاع کره هستند.



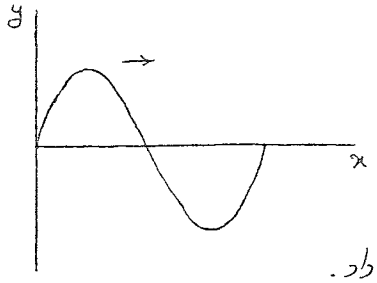
جبههٔ موج کروی

برای به‌دست آوردن یک جبههٔ موج تخت کافی است در فواصل دور جبههٔ موج یک منبع نقطه‌ای را یک صفحهٔ تخت در نظر گرفت.

ولی این همیشه عملی نیست. در آزمایشگاه برای به‌دست آوردن یک جبههٔ موج تخت، منبع نقطه‌ای را در کانون یک عدسی همگرا قرار می‌دهیم.



معادلهٔ موج برای امواج طولی و عرضی:



$$y = a\sin(kx - \omega t)$$

تغییر مکان — امتداد انتشار

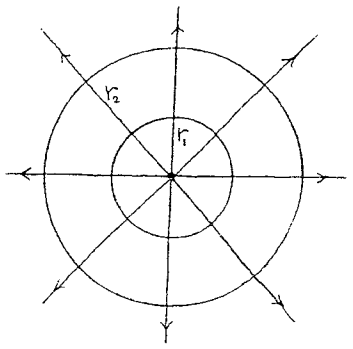
اینجا امتداد انتشار بر تغییر مکان عمود است پس عرضی بودن موج را با این معادله می‌توان نشان داد.

$$u_z = a\sin(kx - \omega t)$$

در اینجا هم تغییر مکان هم جهت با امتداد انتشار است یعنی موج طولی است.

دامنهٔ این امواج ثابت است. ولی دانیم که در یک موج دامنه متناسب با چه چیز شدت است. شدت یک موج مقدار انرژی است که موج در واحد زمان از واحد سطح و به طور عمود عبور می‌دهد. با این حساب شدت در این امواج ثابت است یعنی موج تخت است.

معادلهٔ موج کروی :



موج کروی موجی است که از یک منبع نقطه‌ای P منتشر می‌شود و می‌توان نوشت :

$$I_1 = \frac{E}{tS_1} = \frac{P}{S_1} = \frac{P}{4\pi r_1^2}$$ شدت روی جبههٔ موج اول

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

چون در حرکت به جلو شعاع جبههٔ موج بزرگتر شده است، شدت کاهش یافته است یعنی دامنه‌اش تغییر یافته است پس موج کروی دامنهٔ ثابتی ندارد.

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\text{شدت متناسب با مجذور دامنه است} \Rightarrow \frac{a_1^2}{a_2^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

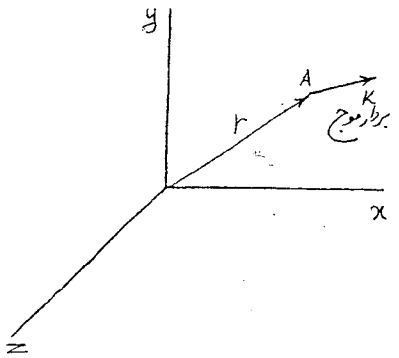
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

یعنی در یک موج کروی دامنهٔ موج با شعاع آن نسبت عکوس دارد و دامنهٔ موج با تغییر فاصلهٔ موج از منبع به طور عکوس متناسب است. بنابراین معادلهٔ موج را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$y = \frac{c}{r}\sin(kr - \omega t)$$

دامنه متناسب با عکس فاصله

c مقدار ثابت و r فاصله از منبع را نشان می‌دهد.



در فضای سه بعدی برای نمایش موج فاصلهٔ آن از مبداء و امتداد انتشار آن لازم است

$$u = a\sin(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$$

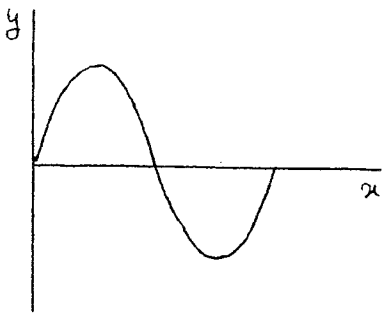
$$u = a\cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$$

این دو معادله هر دو نمایش موج هستند فقط نسبت به هم اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ دارند.

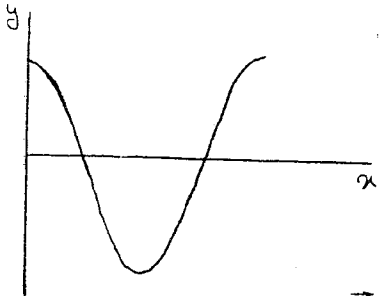
در امواج کروی زاویه بین $\vec{k}$ و $\vec{r}$ ، 90° است و می‌توان معادلات بالا را به صورت زیر نوشت :

$$u = \frac{c}{r}\sin(kr - \omega t)$$

$$u = \frac{c}{r}\cos(kr - \omega t)$$



$u = a\sin(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$



$u = a\cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)$

$u = u_0 e^{i(kr-\omega t)}$ موج کروی

$$u = u_0 [\cos(kr-\omega t) + i \sin(kr-\omega t)]$$

$$u = \frac{u_0}{r} e^{i(kr-\omega t)}$$ موج کروی

وارد کردن اختلاف فاز در معادلهٔ موج:

اختلاف فاز زمانی مفهوم پیدا می‌کند که وضعیت یک موج نسبت به مبداء خود از لحاظ زمان و مکان سنجیده شود و یا دو موج نسبت به هم سنجیده شوند

$$y = a \sin(kx - \omega t - \varphi)$$

انتشار امواج: (نور) Light propagation

وقتی می‌گوییم نور داخل جاهای انتشار پیدا می‌کند یعنی موج (میدان الکتریکی و مغناطیسی در حال نوسان) به اتم‌ها برخورد کرده و الکترون‌ها را به نوسان درمی‌آورد. چون الکترون‌ها دارای بار منفی و هسته دارای بار مثبت است در نتیجه یک دوقطبی متغیر با زمان به وجود می‌آید که خود منشاء تولید موج است. این موج به اتم دیگر برخورد کرده و الکترون‌ها را به نوسان درمی‌آورد و این کار ادامه می‌یابد تا موج اولیه با تولیدهای مجدد انتشار می‌یابد. عملاً انتشار موج این‌گونه با قابلیت نفوذپذیری ارتباط دارد و همچنین می‌توان رابطهٔ قابلیت نفوذپذیری و ضریب شکست را به دست آورد.

μ_0 قابلیت نفوذپذیری میدان مغناطیسی در خلاء

ε_0 قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی در خلاء

μ قابلیت نفوذپذیری میدان مغناطیسی در ملاء

ε قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی در ملاء

$n = \frac{c}{u}$ ضریب شکست $\frac{\text{سرعت نور در خلاء}}{\text{سرعت نور در محیط}}$

$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ سرعت نور در خلاء

$u = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$ سرعت نور در ملاء

یعنی سرعت ناشی از قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی است.

$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ قابلیت نفوذپذیری الکتریکی نسبی

$K_m = \frac{\mu}{\mu_0}$ قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی نسبی

$$\left.\begin{aligned} u = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{K_m \mu_0 K \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{K K_m}} \\ n = \frac{c}{u} \Rightarrow u = \frac{c}{n} \end{aligned}\right\} \Rightarrow n = \sqrt{K K_m}$$

یعنی ضریب شکست که به عنوان مشخصهٔ محیط‌های اپتیکی است بیانگر قابلیت نفوذپذیری الکتریکی نسبی و قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی نسبی است. در مواد غیرمغناطیسی، یعنی موادی که در آنها میدان مغناطیسی امواج اثرگذار نیست $K_m = 1$ است که معمولاً مواد اپتیکی از مواد غیرمغناطیسی ساخته می‌شود.

$n = \sqrt{K}$

یعنی ضریب شکست با قابلیت نفوذپذیری میدان الکتریکی نسبی رابطه دارد.

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\mu_0 \dfrac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H = \varepsilon_0 \dfrac{\partial E}{\partial t} \end{cases} \qquad \begin{cases} \nabla \times \nabla \times E = -\mu_0 \nabla \times \dfrac{\partial H}{\partial t} \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\nabla \times H) = \varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = -\mu_0 \nabla \times \dfrac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times \dfrac{\partial H}{\partial t} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla^2 E = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \Rightarrow \nabla^2 E = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \Rightarrow \nabla^2 E = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 H = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

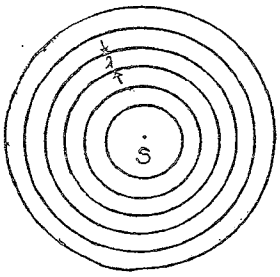
میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی از حل این معادلات دیفرانسیل به دست می آید. در واقع این روابط تغییرات زمان و مکانی میدان الکتریکی و مغناطیسی را به ما می دهد. اگر این معادلات را حل کنیم مثلاً برای میدان الکتریکی جواب به صورت زیر خواهد بود:

در یک بعد $E = E_0 \sin(kz - \omega t)$

در سه بعد $E = E_0 e^{i(kr - \omega t)}$

پدیدهٔ دوپلر Doppler effect

ابتدا پدیدهٔ دوپلر را برای امواج صوتی بررسی می نمائیم. اگر شنونده‌ای به سوی چشمهٔ صوتی ساکن در حرکت باشد صوتی که خواهد شنید زیرتر یا فرکانس آن بالاتر از صوتی است که در حال سکون است به چشمه می شنود.



$\overset{u}{\leftarrow}$ ○ $\qquad \nu = \nu_0 \left(1 + \frac{u}{V}\right)$

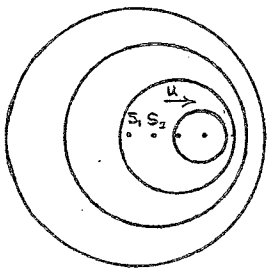
V سرعت صوت در محیط است.

علت اینکه فرکانس زیاد می شود این است که در حرکت به طرف منبع، تعداد جبهه های موج که در هر ثانیه دریافت می شود زیادتر می شود.

فرکانس صوت برای شنوندهٔ دورشونده از منبع با سرعت u $\qquad \nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{V}\right)$

در این حالت صوتی که شنونده خواهد شنید بم تر از صوتی است که در حالت سکون می شنود.

حال اگر شنونده ساکن و چشمه به سوی او حرکت کند برای وی طول موج کوتاه تر خواهد بود. زیرا چشمه به دنبال موج هایی که به شنونده نزدیک می شوند به سوی منبع می آید در نتیجه موج ها فشرده تر می شوند پس فرکانس افزایش می یابد.



○ $\qquad \nu' = \nu_0 \left(\frac{u}{V - u}\right)$

$\nu = \nu_0 \left(\frac{u}{v+u}\right)$ منبع با سرعت u از شنونده دور می‌شود.

اگر سرعت نبی را مطرح کنیم باید گفت محققات در فضای انتخاب شود که مستقل از سرعت است. می دانیم کامل انتشار صوت، محیط است و محیط هم در سرعت اثر گذار است یعنی محور مختصات ما مستقل نیست در امواج الکترومغناطیسی (نور) انتشار مستقل از محور مختصات است. یعنی دو رابطه بالا به رابطه زیر تبدیل می‌شود.

$$\nu = \nu_0 \left(1 \mp \frac{u}{c}\right)$$

البته این زمانی است که $c \gg u$ باشد. اگر u قابل مقایسه با c باشد رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 - \frac{u}{c}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$ رابطه نسبیتی دوپلر

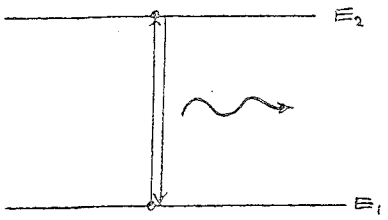
$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{c} + \frac{u^2}{2c^2} + \cdots\right)$$

رابطه دوپلر نسبیتی یک رابطه کلی است که هم در سرعتهای زیاد هم در سرعتهای کم کاربرد دارد. در سرعتهای کم جمله دوم به بعد قابل صرف نظر کردن است و رابطه به صورت زیر در می‌آید.

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{c}\right)$$

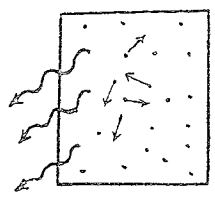
گروه موج: Wave Group

تا اینجا ما با نور تکرنگ (یک فرکانس) سروکار داشتیم. حال می خواهیم بگوییم که در طبیعت امواج تک موج نداریم. مثلاً وقتی می گوییم طول موج نور سبز $5460\,\text{Å}$ است. آیا فقط دارای یک طول موج است؟ مثلاً به نور سبزی که از لامپ جیوه می آید نگاه می کنیم این نور سبز از کجا ناشی شده است؟ هر اتم یک هسته و میلیونها تراز انرژی دارد که الکترون روی آنها حرکت می کند. اگر الکترون در مدار با انرژی E_1 تحریک شود تا به مدار E_2 برود این عمل را جذب می گویند. این الکترون پایدار نیست و به تراز اولیه اش برمی گردد و باید انرژی را پس بدهد که به صورت موج است که فرکانس آن برابر است با:
این عمل را گسیل می گویند.

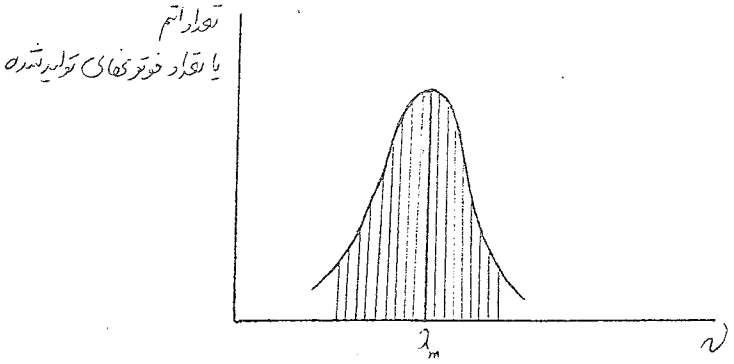


$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

این موج تک فرکانس نیست چون نوری که دریافت می کنیم مربوط به یک اتم نیست. هر ماده از میلیونها اتم تشکیل شده است که فاصله حداقل در تمام اتم‌ها یکسان است. این اتم‌ها ساکن نیستند و در جهتهای مختلف و با سرعتهای متفاوت در حال حرکت هستند لذا نوری که گسیل می کنند با وجود اینکه فرکانس تولیدشان یکی است ولی به خاطر با فرکانس متفاوتی می رسند. این مربوط به همان پدیده دوپلر است.

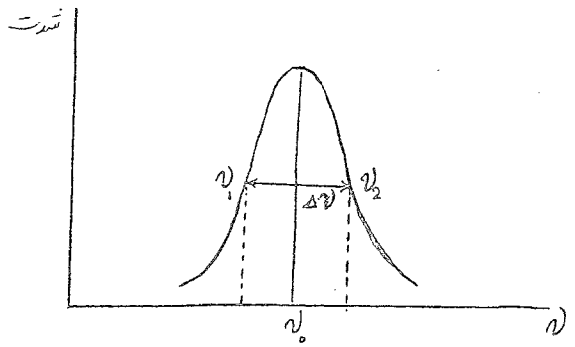


می گیریم بدین ترتیب می توان منحنی زیر را رسم کرد که بنام شکل خطی نور معروف است.



نوری که ما دریافت می کنیم در واقع تحت فرکانسهای نزدیک به هم است که باهم برابرند. بیشترین اتم ها هم طول موجی داشته باشند مجموعهٔ طول موجها را با آن طول موج معرف می کنیم. مثلاً برای نور سبز $\lambda = 5460\,A^\circ$ مربوط به قلهٔ منحنی است. در فیزیک علاوه بر پدیدهٔ دوپلر، پنج پدیدهٔ دیگر وجود دارد که باعث می شوند ما نور خالص نداشته باشیم که در اینجا به آنها نمی پردازیم.

توزیع نور برحسب فرکانس به شکل خطی نور معروف است که برای معرفی این شکل خطی نور، حداقل باید لازم است یکی طول موج مربوط به قله، λ_m و دیگری پهنای $\Delta\lambda$ یعنی مقدار انحراف از نور خالص.



از قله به اندازهٔ نصف تعداد فوتونها (شدت) پایین می آییم و خطی به موازات محور ν رسم می کنیم تا منحنی را در دو نقطهٔ ν_1 و ν_2 قطع کند. پهنای خط برابر است با: $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ که آن را پهنای کل در نصف ماکزیمم شدت هم می گویند.

Full Width at Half Maximum (FWHM)

* پهن شدگی دوپلری: Doppler Broadening

واضح است که هر قدر حرارت را زیادتر کنیم سرعت حرکت اتم ها زیادتر شده و این هم سبب افزایش پهنای رنگ می شود یعنی $\Delta\nu \propto T$

همچنین می توان نوشت: $\Delta\nu \propto \frac{1}{M}$ که M جرم اتم یا مولکول است.

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{C}\sqrt{\frac{KT}{M}}$$

در واقع نور سبزی که ما می بینیم گروهی از امواج است که ما دریافت می کنیم.

گروه موجی مجموعه‌ای از موج ها با فرکانسهای نزدیک به هم است یعنی سرعت هایشان نزدیک به هم هستند.

سرعت گروه :

برای سادگی در محاسبات گروه موجی متشکل از دو موج را در نظر می‌گیریم.

	بردار موج	فرکانس
موج اول	$K+\Delta K$	$\omega+\Delta\omega$
موج دوم	$K-\Delta K$	$\omega-\Delta\omega$

معادلهٔ موج اول $U_1 = U_0 \exp i\left[(K+\Delta K)z-(\omega+\Delta\omega)t\right]$

معادلهٔ موج دوم $U_2 = U_0 \exp i\left[(K-\Delta K)z-(\omega-\Delta\omega)t\right]$

معادلهٔ گروه موج $U = U_1 + U_2$

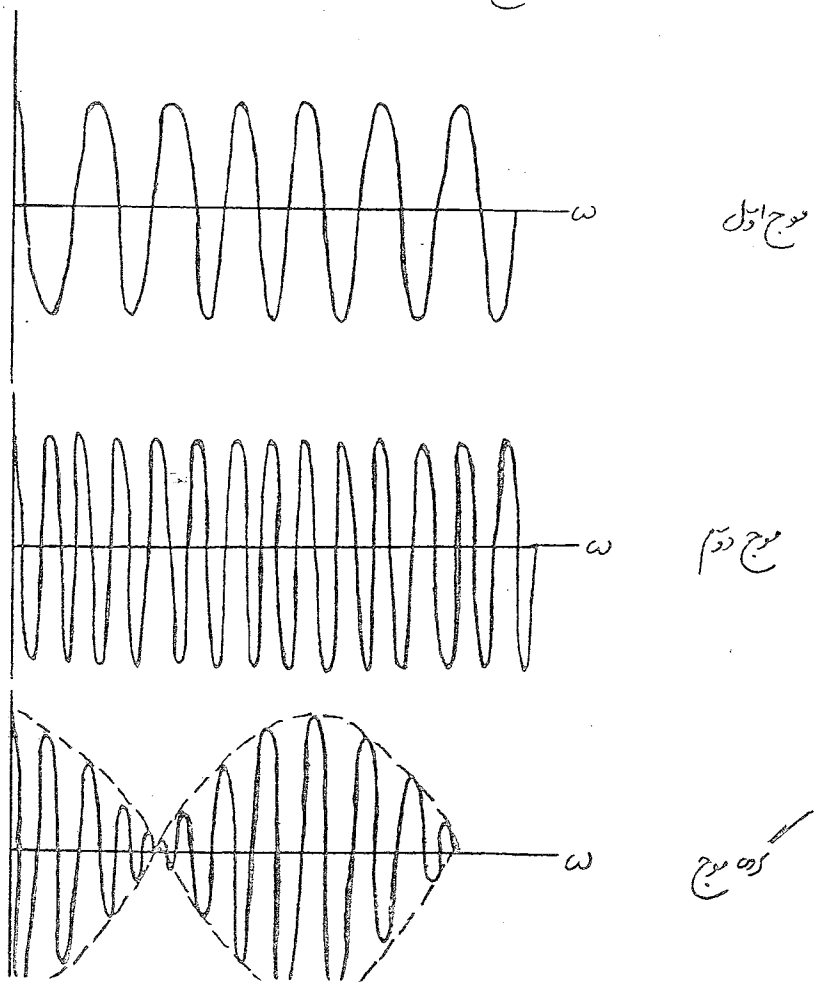
$$U = U_0\left\{\exp i\left[(K+\Delta K)z-(\omega+\Delta\omega)t\right]+\exp i\left[(K-\Delta K)z-(\omega-\Delta\omega)t\right]\right\}$$

$$U = U_0 e^{i(kz-\omega t)}\left\{e^{i(\Delta kz-\Delta\omega t)}+e^{-i(\Delta kz-\Delta\omega t)}\right\}$$

$$U = 2U_0 e^{i(kz-\omega t)}\cos(z\Delta K - t\Delta\omega)$$

$$U = \underbrace{2U_0\cos(z\Delta K - t\Delta\omega)}_{\text{دامنهٔ گروه موج}} e^{i(kz-\omega t)}$$

همانگونه می‌بینیم دامنهٔ گروه موج به‌صورت کسینوسی تغییر می‌کند ولی فرکانس آن ω و بردار موج آن K است.



نقطه با فاز ثابت در فضا معین با چه سرعتی حرکت می‌کند.

$$z\Delta K - t\Delta\omega = Cte$$

↓ مشتق

$$\Delta K\left(\frac{dz}{dt}\right) - \Delta\omega = 0$$

سرعت گروه

$$\Rightarrow u_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta K} = \frac{d\omega}{dK}$$

سرعت فاز: $u_\varphi = \frac{\omega}{K} = \frac{c}{n}$

$$u_g = \frac{d\omega}{dK} = \frac{d}{dk}(\omega) = \frac{d}{dk}\left(K\frac{c}{n}\right) = \frac{c}{n} - \frac{Kc\,dn}{n^2 dK} = \frac{c}{n}\left(1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right)$$

$$u_g = u_\varphi\left(1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right)$$

---

۲ ماهیت برداری نور — Vectorial Nature of Light

می‌خواهیم ببینیم دو عملگر $\frac{\partial}{\partial t}$ و ∇ چه اثری روی معادله موج دارند.

$$U = U_0 \exp i(kr - \omega t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\exp i(k.r - \omega t) = -i\omega \exp i(k.r - \omega t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow -i\omega \quad \text{یعنی}$$

$$\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad r = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z \qquad K = \hat{i}K_x + \hat{j}K_y + \hat{k}K_z$$

$$\nabla \exp i(k.r - \omega t) = \nabla \exp i[(k_x.x + k_y.y + k_z z) - \omega t]$$

$$= \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\exp i[(k_x x + k_y y + K_z z) - \omega t]$$

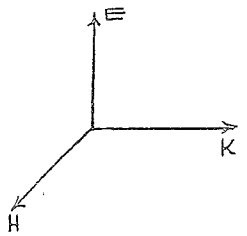
$$\nabla \longrightarrow ik$$

معادلات ماکسول:

$$\nabla \times E = -\mu\frac{\partial H}{\partial t} \qquad ik \times E = -\mu(-i\omega)H \Rightarrow K \times E = \mu\omega H$$

$$\nabla \times H = \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t} \qquad ik \times H = \varepsilon(-i\omega)E \Rightarrow K \times H = -\omega\varepsilon E$$

در رابطه بالا بیان می‌کنند که در موج الکترومغناطیسی بردار میدان الکتریکی و بردار میدان مغناطیسی در موج بر هم عمودند.



Poynting vector بردار پوئین تینگ

بردار پوئین تینگ برداری است که اقتدار آن، امتداد انتشار و مقدار آن شدت نور را نشان می دهد. بردار پوئین تینگ را با $\vec{S}$ نشان می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم. $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$

شدت در یک موج انرژی است که موج از واحد سطح در واحد زمان به طور عمود عبور می دهد. این مقدار، مقدار لحظه ای است چون میدان الکتریکی و مغناطیسی دائماً در حال تغییر است. از نظر فیزیکی مقدار متوسط و یا مقدار مؤثر را تعریف می کنیم که قابل اندازه گیری است.

$E=E_0\cos(kz-\omega t)$ و $\langle S\rangle=\langle E\times H\rangle$

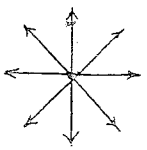
$H=H_0\cos(kz-\omega t)$

$S=E_0H_0\cos^2(kz-\omega t)$

$\langle S\rangle=E_0H_0\underbrace{\langle\cos^2(kz-\omega t)\rangle}_{1/2}=\frac{1}{2}E_0H_0$

بردار میدان الکتریکی نور واقعی (گروه موج) چگونه است؟

در نور طبیعی یا گروه موج که مجموعه ای از امواج داریم که همه در یک جهت انتشار می یابند بنابراین میدان الکتریکی برای یک نور طبیعی در تمام جهات عمود بر اقتدار انتشار قرار می گیرد که احتمال اینکه میدان الکتریکی در یک جهت مشخص قرار گیرد با هم برابر هستند.



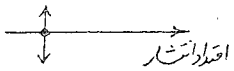
نور طبیعی

اقتدار انتشار عمود بر صفحه کاغذ

قطبش یا پولاریزاسیون Polarization

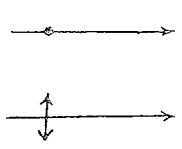
نوری که در میدان الکتریکی آن در یک جهت مشخص قرار گیرد نور قطبیده یا نور پولاریزه می گویند. این عمل را قطبش یا پولاریزاسیون گویند.

برای نمایش اقتدارهای مختلف از نمودارهای عمود بر هم استفاده می کنیم و برای مشخص کردن یک جهت مشخص از مولفه های این نمودارها استفاده می کنیم.



اقتدار انتشار

نمایش موج طبیعی (نور طبیعی)



یا

نمایش نور قطبیده

روشهای تولید نور قطبیده خطی از نور طبیعی

- با استفاده از بازتابش Reflection
- استفاده از کریستالهای دای کروئیک
- استفاده از کریستالهای دوشکستی